

Swimming eel-like robot: design improvement and control

Mémoire présenté par
Laurent Bua , Bastien Magis

en vue de l'obtention du grade de Master
Ingénieur civil électromécanicien
Option(s): Mécatronique

Promoteur(s)
Renaud Ronsse, Philippe Chatelain

Lecteur(s)
Caroline Bernier, Hervé Jeanmart

Année académique 2017-2018

Abstract

Ce mémoire est la suite d'un projet lancé l'an passé, à savoir la réalisation d'un robot à nage anguilliforme. L'objectif est d'améliorer deux points importants du prototype : la stabilité et le contrôle. La stabilité a été améliorée avec l'ajout d'un flotteur dimensionné grâce à un code, basé sur un maillage, permettant d'analyser la stabilité en roulis d'un corps immergé. La deuxième partie de ce mémoire concerne le contrôle. D'une part, l'analyse de la nage anguilliforme et de la commande adéquate et d'autre part, un contrôle de la trajectoire en boucle fermée basé sur un tracking de QR code. Enfin des tests en bassin ont été réalisés afin de valider la stabilité et le contrôle du prototype. Ces tests ont également permis de trouver des conditions de nage optimales permettant d'avancer le plus rapidement possible.

This master thesis continues a project launched last year, namely the implementation of an anguilliform robot. The goal is to improve two key points of the prototype : stability and control. The stability has been improved by adding a float designed thanks to a mesh-based code that analyses the rolling stability of an immersed body. The second part of this master thesis is the control. On one hand, the analysis of the anguilliform swimming and the adequate command, and on the other, a closed-loop trajectory control based on a QR code tracking system. Finally, pool tests were done to validate the stability and control of the prototype. Those tests were also usefull to find swimming conditions that maximize the longitudinal velocity.

Remerciements

La réalisation de ce mémoire n'aurait pu se faire sans l'intervention de nombreuses personnes tout au long de l'année. Nous souhaitons donc les remercier.

Nous remercions d'abord nos promoteurs Renaud Ronsse et Philippe Chatelain qui ont su nous aiguiller tout au long de l'année.

Nous remercions également Caroline Bernier qui nous a consacré du temps afin de suivre l'évolution de notre travail. Ses conseils nous ont permis de faire les choix les plus justes possibles et de satisfaire la demande de départ.

Nous remercions aussi Benoît Herman pour son suivi tout au long de l'impression de nos pièces, sans qui le prototype n'aurait jamais vu le jour. Nous souhaitons également remercier Xavier Bollen pour ses conseils concernant l'impression 3D.

Nous tenons à remercier Frank Hesbois pour sa disponibilité et son aide lorsque nous avons effectué les tests dans le bassin.

Nous remercions également Isabelle Hennau et Astrid Leduc pour leur disponibilité au moment de la commande de nos pièces.

Finalement, nous remercions Hervé Jeanmart d'avoir accepté d'être le lecteur de ce mémoire.

Table des matières

1	Description de la solution retenue	11
1.1	Contraintes de conception	11
1.2	Solution retenue	13
2	Dimensionnement d'une barque	16
2.1	Stabilité statique d'un navire	16
2.2	Stabilité dynamique	18
2.3	Cas d'étude : section rectangulaire	19
2.4	Méthode numérique pour la stabilité en roulis	22
2.5	Dimensionnement	23
2.5.1	Deux nouvelles solutions	24
2.5.2	Développement de la solution retenue	26
2.6	Idées de conception et décision finale	32
3	Impression 3D	36
3.1	Contraintes d'impression	36
3.2	Matériau d'impression	37
3.2.1	Prototype de l'an passé	37
3.2.2	Pistes suggérées	37
3.3	Étanchéité de la section finale	39
4	Identification du système dynamique en roulis	40
4.1	Setup expérimental	40
4.2	Oscillateur harmonique amorti	41
4.3	Résultats des expérimentations	42
5	Programmation	45
5.1	Nodes utilisés	45

5.2	Caméra	45
5.3	Tracking de QR codes	46
5.4	Contrôle	46
5.5	Communication serial Arduino	47
6	Contrôle du robot	49
6.1	Cinématique de la nage anguilliforme	49
6.1.1	Obtention de l'équation cinématique de la nage	49
6.1.2	Représentation de différents modes de nage	52
6.2	Commande du robot	54
6.2.1	Déplacement latéral dans le cas du robot	54
6.2.2	Consigne en angle	55
6.3	Contrôleur en boucle fermée en de la trajectoire	56
6.4	Essai de contrôle en couple	58
7	Résultats des expérimentations	59
7.1	Setup expérimental	59
7.2	Détails des résultats pour un cas particulier	61
7.2.1	Données renvoyées par la caméra	61
7.2.2	Données renvoyées par les Dynamixels	65
7.3	Validation du contrôleur	67
7.3.1	Test en open loop	68
7.3.2	Test avec contrôleur	68
7.3.3	Test avec contrôleur et perturbation initiale	69
7.3.4	Comportement lors des expérimentations	70
7.3.5	Résumé	71
7.4	Résultats des expérimentations	71
7.4.1	Vitesse longitudinale	72
7.4.2	Nombre de Strouhal	76
7.4.3	Nombre de Reynolds	78
7.4.4	Période adimensionnelle T'	79
7.4.5	Discussion	80
A	Contrôle en couple	85
A.1	Equation du mouvement	85

A.2	Dynamixel	86
A.3	Contrôle via le registre du couple maximum	87
A.3.1	Benchmark (statique)	87
A.3.2	Benchmark (dynamique)	88

Table des figures

1.1	Robot de l'année passée constitué de 6 sections.	12
1.2	Coupe d'une section de la première version du robot. Le numéro 3 correspond à la pièce coudée s'encastrant dans l'arbre de la section suivante.	12
1.3	Mouvement de translation et de rotation pour un navire [1]	12
1.4	Vue globale du robot	13
1.5	Vue en coupe d'une section. Le flotteur n'est pas représenté accouplé à la section elliptique par souci de visibilité. Flotteur (1), section elliptique (2), alésage pour arbre sans serrage (3), alésage pour goupille (4), cavité de passage du lest (5), (6) alésage pour arbre avec serrage	14
1.6	Vue du dessous du flotteur.	15
1.7	A gauche : guidage avec goupilles (non-assemblé). A droite : encastrement partie mâle, le flotteur, et femelle, l'ellipse	15
1.8	Photo du robot composé de 4 sections	15
2.1	Roulis, tangage et lacet illustrés dans le cas d'une embarcation ainsi que ses trois directions	16
2.2	Les trois centres décrivant la stabilité statique d'un navire : le centre de gravité (G), le centre de carène (B) et le métacentre de carène (M). La force poids et la poussée d'Archimède sont représentées en jaune. Le niveau d'eau, en bleu, et le bras de levier (GZ) impliquant un couple de redressement sont également visibles	17
2.3	Evolution du centre de carène pour une petite perturbation [2]	18
2.4	Rayon de giration k d'un corps	18
2.5	Géométrie considérée pour le cas d'étude	19
2.6	Evolution du bras de levier GZ (bleu) en fonction de l'angle de roulis θ pour $W=1$, $h=1$, $z_G = -\frac{1}{2}$. La pente à l'origine (rouge) n'est rien d'autre que la valeur du rayon métacentrique GM_0 (cf. infra)	20
2.7	Stabilité initiale.	21
2.8	Maillage généré par <i>GMSH</i> et illustration de la méthode de la bisection pour trouver la ligne de flottaison	22
2.9	Courbes de stabilité GZ analytique et numérique pour un rectangle de largeur $W=1$ et de hauteur d'eau $h=1$	24
2.10	Les trois solutions : 1. Section remplie d'eau et flotteur 2. Flotteur et lest 3. Lest	24

2.11	Couche transversale d'une section ellipsoïdale.	25
2.12	Paramètres étudiés pour une section du robot	27
2.13	Courbes GZ obtenues pour un flotteur ellipsoïdal de demi-petit axe $B = 4.5cm$ et de rapport de hauteurs section-totale $\frac{L}{L_{ref}} = \frac{25}{35}$. Le graphe de gauche met en évidence la dépendance avec la hauteur totale tandis que celui de droite, la variation en fonction de la hauteur d'eau.	27
2.14	A gauche : schéma de la position relative entre deux sections. A droite : évolution de l'angle maximal en fonction du demi-petit axe.	28
2.15	Schéma pour un flotteur en forme de losange	28
2.16	Evolution de la distance métacentrique pour les solutions avec flotteurs en forme d'ellipse (a) et de losange (c) et leur masse respective (b) et (d)	29
2.17	Courbes de niveaux pour la masse en grammes (a et c) et le rayon métacentrique en centimètres (b et d)	30
2.18	Longueur totale du robot non déployé à l'échelle. Vue du dessus	31
2.19	Les trois solutions envisagées pour solidariser flotteur et section elliptique. Remarque : la forme du flotteur, losange ou ellipse, n'a ici pas d'importance, les solutions pouvant être adaptées sans problème	32
2.20	Exemple de maillage utilisé	33
2.21	Evolution de GM (gauche) et f_0 (droite) en fonction de la hauteur efficace. Une fréquence négative correspond à un GM négatif et donc un navire instable. Le point rouge correspond à la solution retenue	35
3.1	Section en cours d'impression.	36
3.2	Gobelet de test en ABS pour vérifier l'étanchéité.	38
3.3	Gobelet de test en PLA pour vérifier l'étanchéité.	38
4.1	Setup expérimental pour identifier le système en roulis.	40
4.2	Variation des trois angles lors de l'expérience.	42
4.3	Variation de l'angle de roulis durant l'expérience.	42
4.4	Variation de θ pour la première expérience. Les points rouges sont les points utilisés pour calculer δ	43
4.5	FFT du signal temporel de la première expérience.	43
4.6	Variation de θ pour la deuxième expérience. Les points rouges sont les points utilisés pour calculer δ	43
4.7	FFT du signal temporel de la deuxième expérience.	43
4.8	Variation de θ pour la troisième expérience. Les points rouges sont les points utilisés pour calculer δ	44
4.9	FFT du signal temporel de la troisième expérience.	44

5.1	Schéma des différents modules constituant la programmation du robot. Les bulles correspondent aux nodes, les rectangles aux topics. Le sens des flèches va, pour chaque node, du publisher au listener	46
5.2	Les différents repères liés à une caméra.	46
5.3	Exemple de calibration faite avec le package <i>visp_camera_calibration</i> [3].	47
5.4	Tracking du QR code posé sur la première section du robot. Les trois vecteurs du repère attaché au corps y sont représentés.	47
5.5	Début de trame (0x55) et partie de la trame utilisée pour un moteur. Dans le cas de l'envoi de la position désirée par le contrôleur, les bits correspondant à vitesse et charge sont mis à 0	48
6.1	La courbe blanche représente la <i>midline</i> du poisson.	49
6.2	Déplacement latéral la <i>midline</i> pour une enveloppe linéaire à différentes valeurs de t'/T'	53
6.3	Position la <i>midline</i> dans le repère (x'_s, y'_s) à différentes valeurs de t'/T' pour l'enveloppe linéaire.	53
6.4	Déplacement latéral la <i>midline</i> pour une enveloppe exponentielle à différentes valeurs de t'/T'	54
6.5	Position la <i>midline</i> dans le repère (x'_s, y'_s) à différentes valeurs de t'/T' pour l'enveloppe exponentielle.	54
6.6	<i>Midline</i> du robot et emplacement des moteurs pour le cas $N = 4$	55
6.7	Angle de consigne α à donner à la Dynamixel	55
6.8	Représentation des différents angles utiles au calcul de la consigne	56
6.9	Trajectoire circulaire du robot	57
7.1	Vue globale du bassin.	59
7.2	Vue intérieure du bassin.	59
7.3	Dispositif sur le rail.	60
7.4	Robot en action dans le bassin.	60
7.5	Signal temporel des différents angles.	61
7.6	Signal temporel de la position.	62
7.7	FFT du signal ϕ	62
7.8	FFT du signal y	63
7.9	Phénomène d' <i>adverse yaw</i>	64
7.10	Position longitudinale et fit par une loi linéaire.	65
7.11	Consigne et position du moteur 1.	66
7.12	Consigne et position du moteur 2.	66
7.13	Consigne et position du moteur 3.	67

7.14 Déplacement latéral lors du test en open loop.	68
7.15 Déplacement latéral lors du test avec contrôleur.	69
7.16 Déplacement latéral lors du test avec contrôleur et perturbation initiale.	69
7.17 Variation de l'angle de lacet lors du test avec contrôleur et perturbation initiale.	70
7.18 Boxplot de la variable y_{mean}	70
7.19 Statistiques de la variable y_{mean}	71
7.20 Variation de la vitesse en fonction de f et γ	72
7.21 Variation de la vitesse en fonction de f pour plusieurs valeurs de γ	73
7.22 Variation de la vitesse en fonction de γ pour plusieurs valeurs de f	74
7.23 Approximation de la fonction $C_{U,\gamma}(\gamma)$	75
7.24 Curvefit de la vitesse U . Les valeurs expérimentales sont représentées par les croix rouges	76
7.25 Curvefit de la vitesse U pour les quatre fréquences testées lors des expérimentations	76
7.26 Variation du nombre de Strouhal en fonction de f et γ	77
7.27 Variation du nombre de Strouhal en fonction de f pour plusieurs valeurs de γ . . .	78
7.28 Variation du nombre de Strouhal en fonction de γ pour plusieurs valeurs de f . . .	78
7.29 Variation du nombre de Reynolds en fonction de f et γ	79
7.30 Variation de T' en fonction de f et γ	79
7.31 Variation de T' en fonction de f pour plusieurs valeurs de γ	80
7.32 Variation de T' en fonction de γ pour plusieurs valeurs de f	80
A.1 Curve-fitting des données expérimentales avec le modèle théorique	87

Introduction

Ce mémoire reprend l'ensemble du travail accompli dans le but de construire et de contrôler un robot à nage anguilliforme. Des simulations en deux dimensions ont été réalisées ; le robot doit permettre leur validation. La démarche de conception n'est pas partie de zéro. Il s'agit, ici, d'une deuxième version visant à améliorer les défauts observés, le principal étant la stabilité en roulis.

Le rapport a été divisé en 7 parties pour rendre la description la plus claire possible.

La première partie reprend les enjeux de la nouvelle démarche de conception et présente la solution retenue en détail. Les décisions ayant mené à cette solution sont décrites dans les deux parties suivantes.

La justification commence par une analyse de la stabilité en roulis. Pour ce faire, les notions théoriques sont expliquées et un cas d'étude est présenté. Une méthode numérique a été implémentée pour permettre l'analyse sur toute géométrie de bateau. Trois idées principales sont alors envisagées et jugées sur base des résultats obtenus à l'aide de cette méthode pour au final n'en garder qu'une seule.

La partie suivante porte sur la question de l'étanchéité. Différents moyens de fabrication sont étudiés et comparés sur base de critères tels que l'état de surface ou le prix.

La justification des choix se termine par une validation de la solution retenue. Un dispositif expérimental a été utilisé pour quantifier la stabilité effective du robot.

La cinquième partie porte sur la programmation du robot. Plutôt qu'une analyse détaillée du code, la description se fait sur base d'un organigramme. Dans celui-ci, les modules et les liens les reliant sont passés en revue.

Ensuite, le contrôle du robot, i.e. les lois permettant la nage anguilliforme, est détaillé. Plus particulièrement, une rétroaction sur la position en temps réel du robot est développée.

Finalement, les résultats des expérimentations faites dans le bassin de test seront analysés. La démarche vise, notamment, à identifier la dépendance de la vitesse linéaire d'avance du robot à la fréquence et l'amplitude de l'onde générant la nage anguilliforme.

Une critique du travail conclut ce rapport en mettant en évidence les avantages de cette deuxième version du robot ainsi que les points d'amélioration possibles.

Partie 1

Description de la solution retenue

Cette partie commence par reprendre les contraintes de conception et évaluer les points à améliorer par rapport à la version précédente du robot. Ensuite, le nouveau design sera décrit en profondeur pour permettre une visualisation claire du robot et ainsi assurer une bonne compréhension des points abordés dans les parties suivantes.

1.1 Contraintes de conception

Le robot conçu doit répondre à un cahier des charges dont les contraintes sont les suivantes :

- Le corps du robot anguille est composé de 6 sections¹ elliptiques de ratio d'aspect 0.1. Plus particulièrement, le demi-petit axe et le demi-grand axe ont pour longueurs respectives 1 et 10 cm.
- La hauteur des sections doit être telle que l'écoulement peut être considéré comme s'établissant en deux dimensions à mi-hauteur.
- Le robot doit pouvoir évoluer dans l'eau sans aucune aide extérieure. La source de puissance peut cependant se trouver en dehors du bassin de test et être reliée par un câble d'alimentation.
- Le robot doit être étanche.
- Les expériences sont réalisées dans un réservoir (14mx1mx1.5m) surélevé dont l'accès se fait via une échelle. Le robot doit pouvoir être amené dans le bassin facilement.

La première version du robot est visible sur la figure 1.1[4]. La figure 1.2 représente, quant à elle, la vue en coupe d'une section. Comme on peut le voir, le couplage entre sections est assuré par un ensemble d'arbres creux en forme de π . Chaque moteur² est placé au sommet de l'arbre et une pièce coudée vient s'introduire dans celui de la section suivante pour assurer l'entraînement. La section est creuse et divisée en 3 cavités permettant la répartition du lest, des billes de plomb.

Suite aux expériences menées l'an dernier sur ce robot, il a été possible de tirer les conclusions suivantes :

1. Le roulis (Figure 1.3), lors de la nage du robot, est extrêmement présent. Par conséquent, les tests ne peuvent durer plus de quelques secondes et une personne doit rester dans le bassin ce qui perturbe l'écoulement. De plus, les moteurs dynamixels placés au-dessus risquent à tout moment d'être noyés.

1. Le terme "section" réfèrera toujours dans ce qui suit au cylindre à base elliptique constituant le segment du robot.

2. Les moteurs sont des dynamixels [5]

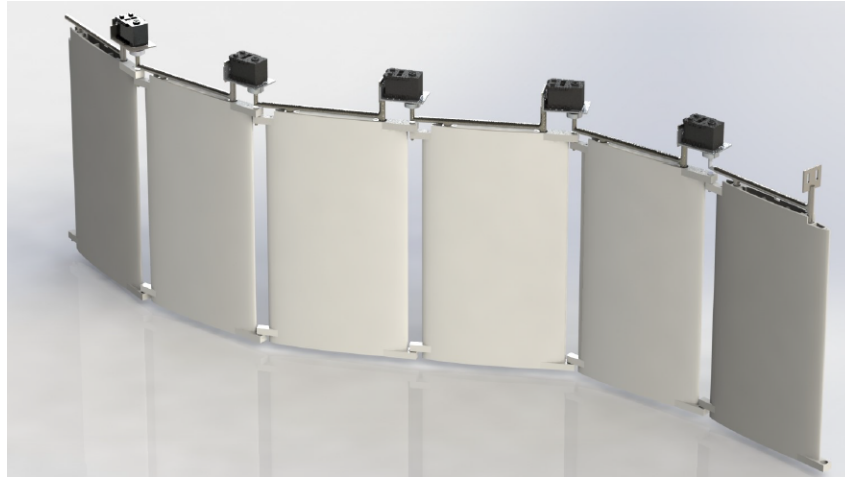


FIGURE 1.1 – Robot de l'année passée constitué de 6 sections.

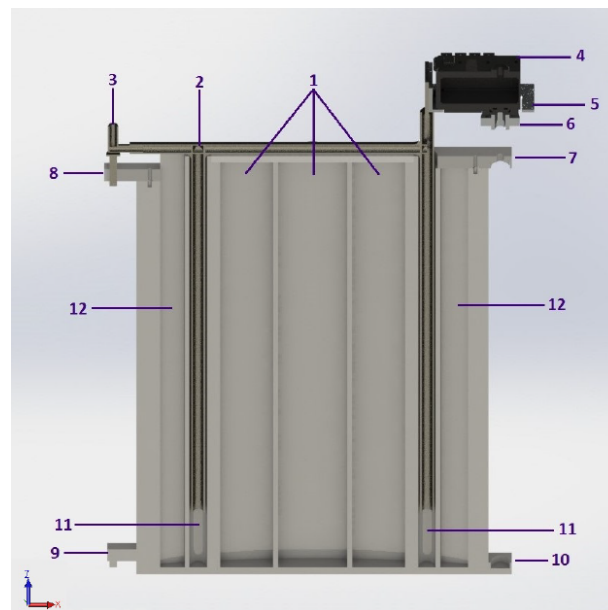


FIGURE 1.2 – Coupe d'une section de la première version du robot. Le numéro 3 correspond à la pièce coudée s'encastant dans l'arbre de la section suivante.

2. Les sections fabriquées par impression 3D présentent des défauts au niveau de la paroi extérieure. Des infiltrations d'eau sont constatées.

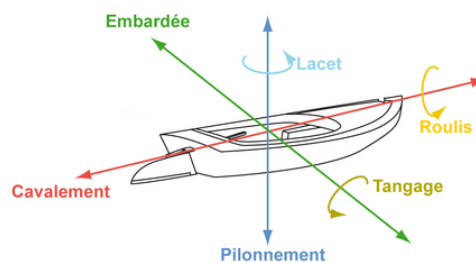


FIGURE 1.3 – Mouvement de translation et de rotation pour un navire [1]

La démarche de conception portera donc une attention particulière à apporter une solution à ces deux problèmes. La solution retenue repose sur l'ajout d'un flotteur au sommet de la section et

un choix adéquat de la méthode de fabrication. Le système d'actionnement reste, lui, identique. L'arbre en π convient parfaitement de par sa mobilité.

1.2 Solution retenue

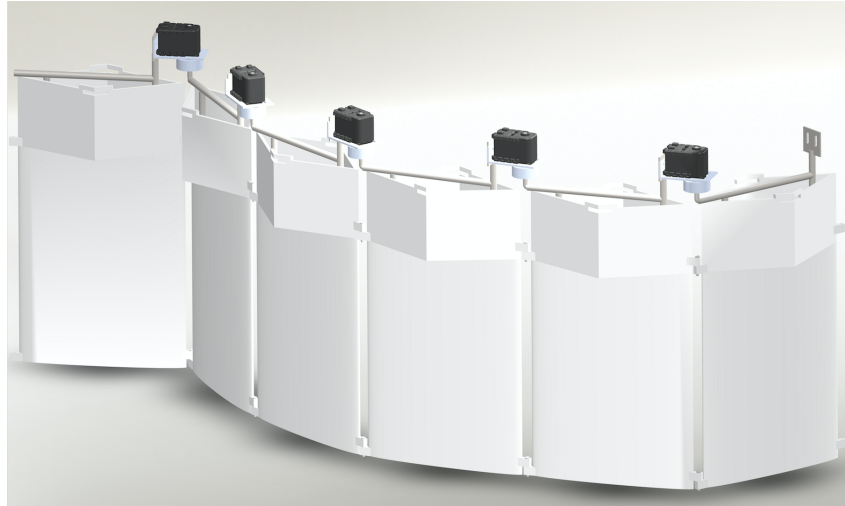


FIGURE 1.4 – Vue globale du robot

Cette section présente le design final du robot. L'ensemble des sections mises bout à bout est visible sur la figure 1.4. Une vue en coupe d'une section est présentée sur la figure 1.5. Les parties importantes sont expliquées ci-dessous.

Tout d'abord, un flotteur est placé au-dessus de la section pour améliorer la stabilité en roulis. Il est en forme de losange de demi-petite diagonale $B = 5\text{cm}$ et de hauteur $H = 8.5\text{cm}$ (Figure 1.6). Les alésages visant à faire passer les arbres sont tolérancés avec serrage afin de permettre une transmission du couple efficace. Une cavité située au centre permet le passage des billes d'acier pour le lestage.

Ensuite, la section elliptique est creuse et de hauteur $L = 26.5\text{cm}$ ce qui donne une hauteur totale de 35 cm. Elle comporte des alésages pour permettre le passage des arbres sur toute sa longueur. Néanmoins, afin de permettre un assemblage sans difficulté, les arbres sont montés avec jeu sur une grande partie de la hauteur. Seul le bas est monté avec serrage pour pouvoir transmettre le couple à l'ensemble de la section. Un chanfrein est présent pour assurer la transition entre les deux types d'alésage.

L'épaisseur des parois, tant pour le flotteur que pour la section, est de 4 mm pour assurer l'étanchéité. Le fond des deux pièces est quant à lui de 5 mm.

Le guidage entre sections est assuré par des goupilles (Figure 1.7). Les roulements présents dans la version précédente du robot avaient tendance à rouiller. C'est pourquoi le choix s'est porté sur un système de goupilles en acier inoxydable. Les alésages prévus à cet effet sont répartis sur les deux pièces dans le but de limiter au maximum l'utilisation de matériau de support lors de l'impression.

L'assemblage entre le flotteur et la section elliptique se fait au moyen d'un système mâle-femelle (Figure 1.7). On remarque que le flotteur présente une partie elliptique juste après. Le but est de pouvoir venir mettre un joint d'étanchéité autour des deux pièces si nécessaire.

La masse totale du robot est de 8 kg soit 1333 g par section. Cette masse par section doit absolument être respectée afin que le robot flotte de manière horizontale. Le lest sera donc ajouté

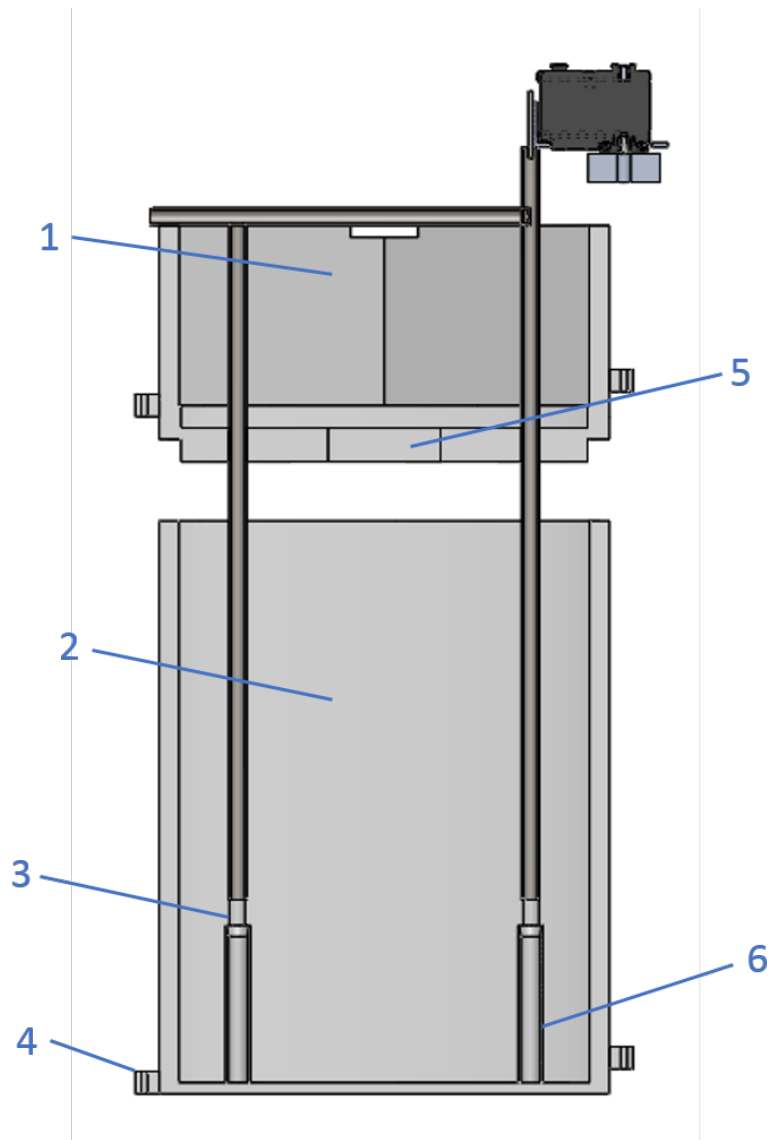


FIGURE 1.5 – Vue en coupe d’une section. Le flotteur n’est pas représenté accouplé à la section elliptique par souci de visibilité. Flotteur (1), section elliptique (2), alésage pour arbre sans serrage (3), alésage pour goupille (4), cavité de passage du lest (5), (6) alésage pour arbre avec serrage

en tenant compte du fait que la première et la dernière section ne portent le poids que d’un demi-moteur dynamixel. Ce dernier est de 100 g tandis que la masse d’une section à vide est de 600 g. Il faut donc placer 633 g de plomb dans les sections intérieures et 683 g dans celles de tête et de queue.

Le robot physique peut être vu sur la figure 1.8.

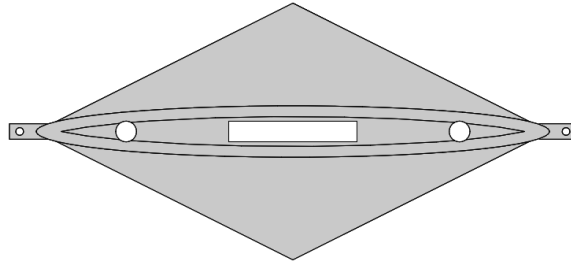


FIGURE 1.6 – Vue du dessous du flotteur.



FIGURE 1.7 – A gauche : guidage avec goupilles (non-assemblé). A droite : encastrément partie mâle, le flotteur, et femelle, l'ellipse



FIGURE 1.8 – Photo du robot composé de 4 sections

Partie 2

Dimensionnement d'une barque

2.1 Stabilité statique d'un navire

Cette section est une synthèse du contenu fourni en [6], [7] et [8].

La stabilité statique étudiée dans cette section porte sur le roulis de l'embarcation (Figure 2.1). En effet, la largeur d'un navire étant bien plus petite que sa longueur, ce dernier chavirera d'abord à cause d'un angle de roulis trop important. Dans ce rapport, les axes de cavalement, embardée et pilonnement seront toujours désignés, dans un repère orthonormé, respectivement, par les axes OX, OY et OZ. Afin d'étudier cette stabilité, il est essentiel de définir trois points

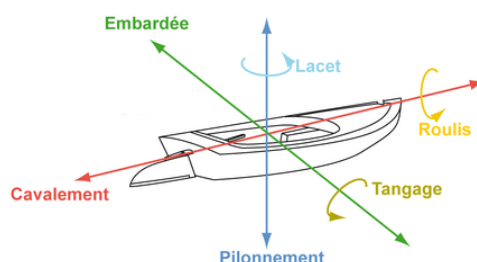


FIGURE 2.1 – Roulis, tangage et lacet illustrés dans le cas d'une embarcation ainsi que ses trois directions

particuliers dont la position affectera directement la stabilité. Le premier est le centre de gravité, noté G , où s'applique le poids du navire. Il est immobile à charge constante et dépend donc uniquement de la masse totale du bateau. Le second point d'intérêt est le centre de carène, noté B (ang. buoyancy), sur lequel s'applique la résultante des poussées d'Archimède. Comme la poussée d'Archimède ne dépend que du volume immergé, le centre de carène se situe au niveau du centre géométrique de ce volume. Sa position varie en fonction de l'angle de roulis et du profil du navire. Finalement, le métacentre de carène, noté M , se situe à l'intersection de la verticale passant par G à angle de roulis $\theta = 0$ et la droite passant par B à un angle donné et alignée avec la gravité. Ce dernier point se déplace donc également selon l'angle de roulis. La Figure 2.2 illustre à titre indicatif la position de ces trois centres ainsi que la construction géométrique pour trouver le métacentre.

Pour qu'un navire flotte, il faut que le poids du navire (F_G) soit exactement compensé par la poussée d'Archimède (F_A). Ces forces sont donc de même amplitude et direction mais de sens

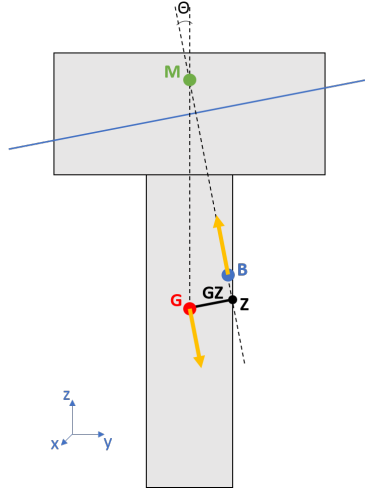


FIGURE 2.2 – Les trois centres décrivant la stabilité statique d'un navire : le centre de gravité (G), le centre de carène (B) et le métacentre de carène (M). La force poids et la poussée d'Archimède sont représentées en jaune. Le niveau d'eau, en bleu, et le bras de levier (GZ) impliquant un couple de redressement sont également visibles

opposés. On a donc :

$$\begin{aligned} F_A &= F_G \\ \rho_e \cdot V_d \cdot g &= m \cdot g \end{aligned} \quad (2.1)$$

où ρ_e est la densité de l'eau, V_d le volume d'eau déplacé (i.e. le volume immergé), m la masse du navire et g l'accélération gravitationnelle.

Lorsque le bateau quitte sa position d'équilibre, i.e. $\theta = 0$, le centre de carène se déplace. Il y a donc apparition d'un bras de levier, noté GZ, générant un couple de redressement C_r .

$$C_r = \rho_e \cdot V_d \cdot g \cdot GZ = m \cdot g \cdot GZ \quad (2.2)$$

Considérant le repère orthonormé de la figure 2.2, pour que le navire soit stable et donc qu'il retourne à l'équilibre, ce couple doit être positif selon OX pour un angle de roulis θ positif et vice-versa. L'évolution du couple de redressement en fonction de l'angle de roulis est donc l'élément déterminant la stabilité statique.

Un lien existe entre la distance du centre de gravité au métacentre de carène, notée GM, et le bras de levier GZ. En effet, on a directement :

$$GZ = GM \sin \theta \quad (2.3)$$

Or, d'après l'équation 2.2, le couple de redressement, à volume immergé constant, est proportionnel à GZ et est donc d'autant plus élevé que la distance métacentrique GM est élevée. Il est toutefois nécessaire que le métacentre soit au-dessus du centre de gravité autrement le couple tendrait à augmenter la perturbation.

A faibles angles de roulis θ , le métacentre M peut être considéré comme fixe et donc le centre de carène B parcourt un arc de cercle (Figure 2.3). Le rayon de ce cercle BM est alors donné par le théorème de Bouguer [7].

$$BM = \frac{I_x}{V_d} \quad (2.4)$$

où I_x est le moment quadratique [9] de la surface de flottaison par rapport à son axe d'inclinaison (parallèle à l'axe OX). On remarque que ce rayon ne dépend que de la géométrie de la surface

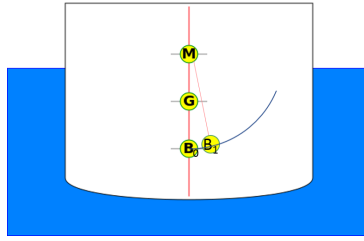


FIGURE 2.3 – Evolution du centre de carène pour une petite perturbation [2]

de flottaison et du volume immergé. Deux paramètres permettent de maximiser la distance métacentrique GM à volume constant. D'une part, la répartition de la masse du navire permet de contrôler la position du centre de gravité : plus ce dernier est bas plus le navire sera stable. L'utilisation d'un lest s'avère donc utile. D'autre part, le profil de la coque du bateau à hauteur de flottaison permet d'élever le métacentre. Typiquement, une largeur amplifiée donnera un meilleur résultat.

2.2 Stabilité dynamique

L'étude de la stabilité dynamique permet d'obtenir la fréquence naturelle de roulis, notée f_0 . Connaître cette fréquence est essentiel car les vagues, à une fréquence donnée, peuvent engendrer un phénomène de résonance. Le but du design d'un navire est donc de séparer ces deux fréquences au maximum. En pratique, la fréquence des vagues est loin d'être constante et difficile à estimer. Cela reste néanmoins possible dans le cadre de ce projet puisque la fréquence de commande des moteurs est connue. On peut de ce fait estimer la fréquence des vagues générées dans le bassin de test.

Afin de calculer la fréquence de résonance, il est utile d'introduire la notion de rayon de giration, noté k . Le rayon de giration d'un corps correspond au rayon du cercle centré sur le centre de gravité G tel que si toute la masse était concentrée sur un point de ce cercle, il en résulterait le même moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation passant par G (Figure 2.4). Une analogie

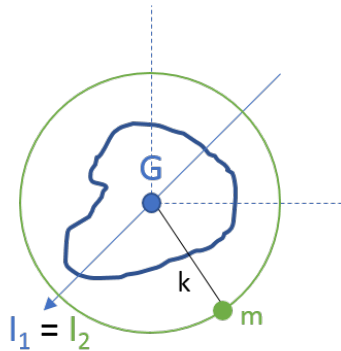


FIGURE 2.4 – Rayon de giration k d'un corps

peut être faite avec un pendule simple où le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation est $I = m \cdot r^2$. On a donc la formule suivante pour le rayon de giration.

$$k = \sqrt{\frac{I}{m}} \quad (2.5)$$

L'équation dynamique régissant le roulis s'écrit alors

$$I\ddot{\theta} = -C_r$$

En utilisant les équations 2.2 et 2.3 et en considérant de faibles perturbations ($\sin \theta \approx \theta$), on obtient

$$\ddot{\theta} + \frac{gGM}{k^2}\theta = 0 \quad (2.6)$$

Cette équation est celle d'un oscillateur harmonique de pulsation ω_0

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$$

On obtient alors pour la fréquence propre

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{gGM}}{k} \quad (2.7)$$

A la vue de cette équation, on constate que plus la distance métacentrique est élevée, i.e. plus le couple de redressement est important, plus la fréquence de résonance est élevée. Les navires résonant à haute fréquence sont donc plus stables mais oscillent à plus haute fréquence. Puisque l'actionnement du robot se fera à basse fréquence (en deçà de 1Hz) et qu'on ne doit pas se soucier du confort des passagers, le design du robot aura pour but de maximiser cette fréquence. Une autre utilité de cette dernière est qu'elle rend possible la comparaison entre plusieurs designs de navire ayant des masses et volumes immergés différents.

2.3 Cas d'étude : section rectangulaire

Dans cette section, la stabilité d'un parallélépipède rectangle va être étudiée (Figure 2.5) [10]. L'objectif est double : vérifier le bon fonctionnement d'un algorithme présenté dans la section suivante en obtenant les expressions analytiques pour un cas simple et mettre en évidence les paramètres sur lesquels on va pouvoir jouer pour améliorer la stabilité. Comme le flotteur est

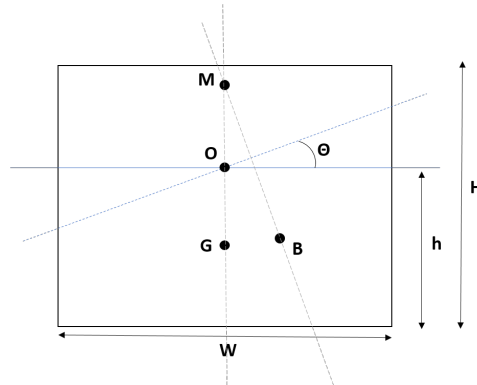


FIGURE 2.5 – Géométrie considérée pour le cas d'étude

uniforme dans la direction de cavement, on peut ici se limiter à une analyse en 2D dont le repère OYZ sera placé à la moitié de la ligne d'eau. Par ailleurs, l'analyse en roulis décrite ci-dessous ne sera valable que pour des niveaux d'eau de pente inférieure à celle de la diagonale.

Les paramètres du problème sont les suivants :

- La position du centre de gravité \$G\$, (\$y = 0, z = z_G\$) ;
- La hauteur du niveau d'eau \$h\$;
- La largeur du rectangle \$W\$.

La première étape consiste à calculer le volume d'eau déplacé, ici une aire qu'on notera A_d , ainsi que la masse d'après l'équation 2.1.

$$A_d = \frac{m}{\rho_e} = h \cdot W \quad (2.8)$$

On peut également obtenir la position du centre de carène (y_B, z_B) en fonction de l'angle de roulis θ . On peut voir sur la Figure 2.5 que la position y est seulement influencée par le triangle de sommets $(y_1, y_2, y_3) = (-\frac{W}{2}, \frac{W}{2}, \frac{W}{2})$. On obtient alors

$$y_B = \frac{1}{3} \frac{W}{2} \frac{A_{tri,1}}{A_d} \quad (2.9)$$

avec $A_{tri,1} = \frac{1}{2} W^2 \tan \theta$.

Ce qui donne finalement

$$y_B = \frac{1}{12} \frac{W^2}{h} \tan \theta \quad (2.10)$$

Pour la coordonnée en z, on utilise le fait que la volume immergé reste constant pour tout angle θ . Considérant les triangles $(z_1, z_2, z_3) = (0, 0, \pm \frac{W}{2} \tan \theta)$, on peut écrire

$$z_B = z_B^0 + \frac{1}{3} \frac{W}{2} \tan \theta \frac{A_{tri,2}}{A_d} - \frac{1}{3} \frac{-W}{2} \tan \theta \frac{A_{tri,2}}{A_d} \quad (2.11)$$

où $z_B^0 = -\frac{h}{2}$ et $A_{tri,2} = \frac{1}{2} \frac{W^2}{4} \cdot \tan \theta$.

Au final, on a

$$z_B = -\frac{1}{2} h + \frac{1}{24} \frac{W^2}{h} \tan^2 \theta \quad (2.12)$$

La position du métacentre de carène est alors donnée par la formule suivante.

$$z_M = -\frac{1}{\tan \theta} (y - y_B) + z_B \Big|_{y=0} \quad (2.13)$$

A partir de la position du centre de gravité, il est alors possible d'obtenir $GM = z_M - z_G$ ainsi que $GZ = GM \cdot \sin \theta$; c'est-à-dire la courbe de stabilité complète (Figure 2.6).

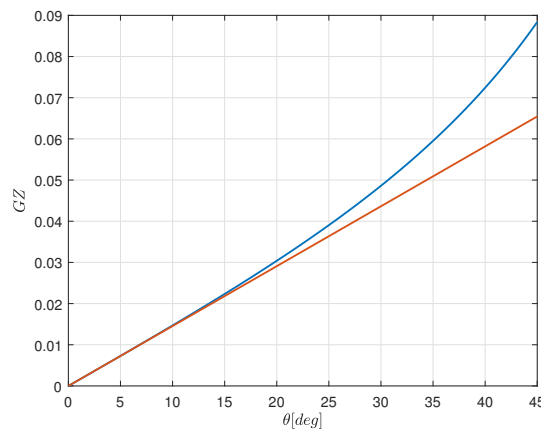


FIGURE 2.6 – Evolution du bras de levier GZ (bleu) en fonction de l'angle de roulis θ pour $W=1$, $h=1$, $z_G = -\frac{1}{2}$. La pente à l'origine (rouge) n'est rien d'autre que la valeur du rayon métacentrique GM_0 (cf. infra)

Il est également possible d'obtenir la valeur de GM et de la fréquence de résonance à partir de la position d'équilibre (Figure 2.7).

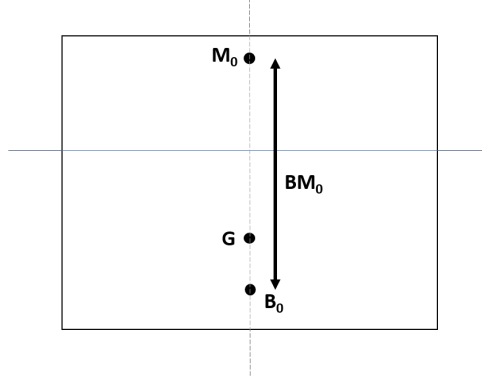


FIGURE 2.7 – Stabilité initiale.

En effet, d'après l'équation 2.4, on trouve que

$$BM_0 = \frac{I_x}{V_d} \quad (2.14)$$

où $I_x = \frac{W^3}{12}$ pour une section rectangulaire par unité de longueur. Connaissant $z_B^0 = -\frac{h}{2}$, on obtient

$$\begin{aligned} GM_0 &= BM_0 + GB_0 \\ &= \frac{W^2}{12 \cdot h} - \frac{h}{2} - z_G \end{aligned} \quad (2.15)$$

On peut alors calculer le rayon de giration de la section rectangulaire de dimensions $W \times L$ d'après l'équation 2.5.

$$k = \sqrt{\frac{W^2 + H^2}{12}} \quad (2.16)$$

On remarque que cette expression ne dépend que de la géométrie considérée et nullement du volume déplacé. L'expression de la fréquence de résonance à maximiser est

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{g \cdot GM}}{k} \quad (2.17)$$

L'effet des différents paramètres peut être analysé sur l'expression suivante

$$\frac{GM}{k^2} = \frac{\frac{W^2}{12 \cdot h} - \frac{h}{2} - z_G}{\frac{W^2 + H^2}{12}} \quad (2.18)$$

- Plus le centre de gravité est bas plus la fréquence de résonance sera élevée.¹ L'ajout d'un lest est donc fortement conseillé.
- La fonction est strictement décroissante en fonction de h , c'est-à-dire en fonction de la hauteur du niveau d'eau. Cependant, en pratique, la position du centre de gravité z_G ne peut être définie indépendamment. En effet, le volume immergé, dépendant de h , est directement lié à la masse totale du navire (voir équation 2.1) et détermine donc la masse du lest pouvant être placé en fond de cale. Dans le cadre de ce robot, c'est la position du centre de gravité qui aura le plus d'impact sur la stabilité et on privilégiera donc une hauteur de flottaison élevée.
- La largeur W apparaît au numérateur par le biais du théorème de Bouguer (Eq. 2.4). Cette formule considère uniquement la largeur au niveau de la ligne de flottaison. On peut donc utiliser un profil plus large à hauteur du niveau d'eau. Ainsi, l'effet néfaste de W au dénominateur, venant du rayon de giration, disparaîtra. Voilà pourquoi l'ajout d'une barque au-dessus des sections semble tout indiqué.

1. Dans la situation considérée, z_G est négatif lorsqu'il est situé en dessous de la ligne de flottaison.

2.4 Méthode numérique pour la stabilité en roulis

Les équations analytiques régissant la stabilité en roulis peuvent rapidement devenir complexe voire impossibles à résoudre pour des navires de géométrie complexe. Une implémentation numérique s'avère donc nécessaire. Celle-ci sera basée sur un maillage 3D constitué de tétraèdres et généré par le logiciel *GMSH*. Cette section a donc pour but de décrire les différentes étapes dans le processus de calcul.

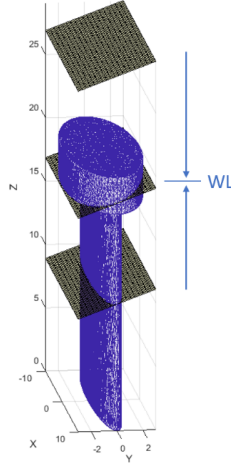


FIGURE 2.8 – Maillage généré par *GMSH* et illustration de la méthode de la bisection pour trouver la ligne de flottaison

Avant toute chose, il est utile de définir les paramètres d'entrée du code implémenté. Ils sont au nombre de trois :

1. Le centre de gravité, G , du navire ;
2. La hauteur du niveau d'eau, h par rapport à la quille ;
3. Le moment d'inertie, I , par rapport à l'axe de cavement passant par le centre de gravité

Le centre de gravité peut être obtenu de deux manières. La première consiste à l'évaluer analytiquement par le biais de masses volumiques moyennes. La deuxième est de sortir directement la valeur du design *Solidworks*. Il en va de même pour le moment d'inertie.

Les valeurs retournées par le code sont, quant à elles, les valeurs du bras de levier GZ jusqu'à un certain angle de roulis ainsi que la distance métacentrique GM et la fréquence de résonance f_0 .

Le code complet peut être représenté par l'algorithme 2.4. NOTE : En réalité, la fonction *get_centre_of_buoyancy* est intégrée dans *displaced_volume*.

Algorithm 1 – Compute GZ , GM et f_0

```

 $\theta \leftarrow 0$ 
 $V_d \leftarrow \text{displaced\_volume}(h, \theta)$ 
for  $\theta$  in range( $\theta_{end}$ ) do
     $z_0 \leftarrow \text{bisection}(\text{displaced\_volume}(x, \theta) - V_d)$ 
     $B \leftarrow \text{get\_centre\_of\_buoyancy}(z_0, \theta)$ 
    Compute  $GZ$  from  $B$  and  $G$ 
    Save  $GZ$ 
end for
Compute  $GZ$  and  $f_0$  from  $GZ$  and  $I$ 

```

Dans un premier temps, on calcule le volume immergé, V_d à $\theta = 0$. Ce volume doit rester constant quelque soit l'angle de roulis pour garantir l'équilibre des forces d'Archimède et de gravité. Pour chaque angle, il est alors nécessaire de calculer la hauteur au-dessus de l'origine du plan incliné afin de garder le même volume immergé. Cela est réalisé par la méthode de la bisection permettant d'obtenir la racine de la fonction suivante.

$$f(x) = V_d(x, \theta) - V_d(h, 0) \quad (2.19)$$

Le plan de flottaison est alors complètement contraint et on peut obtenir le centre de carène.

Finalement, GZ est calculé de la même manière que dans le cas d'étude (voir équation 2.13 et suivantes). GM est alors la valeur de la pente à l'origine de GZ et on en déduit facilement la fréquence de résonance en utilisant le moment d'inertie.

On peut maintenant s'intéresser à la fonction *displaced volume*. Le but est de calculer le volume immergé ainsi que le centre de carène à partir d'une hauteur d'eau, ξ , et d'un angle θ . Pour ce faire, la fonction va itérer sur l'ensemble des éléments du maillage. La première étape consiste à déterminer si le tétraèdre est au-dessous du niveau d'eau. La position de son centre de gravité est donc comparée avec l'équation du plan de flottaison.

Pour un tétraèdre ABCD dans le repère habituel, on a

$$G_{tetra} = \frac{1}{4}(A + B + C + D) \quad (2.20)$$

pour le centre de gravité et

$$z = \tan \theta \cdot y + \xi \quad (2.21)$$

pour la ligne de flottaison. Si l'élément s'avère être en dessous du niveau d'eau, on ajoute son volume au volume total.

$$V_{tetra} = \frac{1}{6} \left| \det \begin{pmatrix} AB \\ AC \\ AD \end{pmatrix} \right| \quad (2.22)$$

Le centre de carène peut être vu comme le centre de gravité du volume immergé. La contribution d'un tétraèdre est donc son centre de gravité pondéré par son volume. Le résultat ainsi obtenu devra encore être divisé par le volume total.

$$B = \frac{1}{V_d} \sum_{i=1}^N V_{tetra,i} \cdot G_{tetra,i} \quad (2.23)$$

avec N le nombre d'éléments en dessous du niveau d'eau.

Le code étant décrit, le résultat obtenu pour le parallélépipède rectangle peut être comparé avec la solution analytique de la section précédente. La taille caractéristique du maillage utilisé est de 0.1 (rappel : la largeur du rectangle est de 1). On remarque sur la figure 2.9 que les deux courbes, analytique et numérique, coïncident complètement. L'erreur quadratique moyenne est de $1.9 \cdot 10^{-7}$ à considérer au regard de la valeur de $GM = 8.3 \cdot 10^{-2}$. L'avantage du code est qu'il est possible d'obtenir l'entièreté de la courbe de stabilité du navire. Dans le cas d'étude, l'analyse se limitait à des angles inférieurs à ceux de la diagonale.

2.5 Dimensionnement

Cette section porte sur le dimensionnement de la section, flotteur et cylindre ellipsoïdal, point central de ce rapport. Mise à part la stabilité dans l'eau, la démarche visera à garder la masse totale du robot, c'est-à-dire celle des six sections, relativement basse.

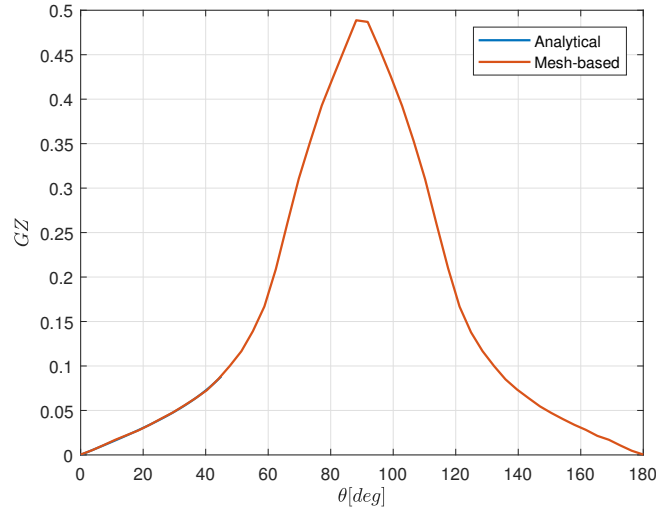


FIGURE 2.9 – Courbes de stabilité GZ analytique et numérique pour un rectangle de largeur $W=1$ et de hauteur d'eau $h=1$

2.5.1 Deux nouvelles solutions

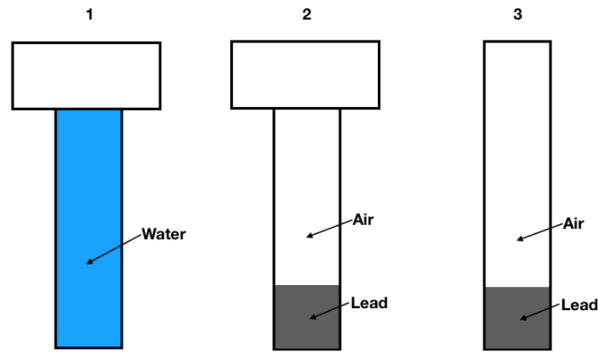


FIGURE 2.10 – Les trois solutions : 1. Section remplie d'eau et flotteur 2. Flotteur et lest 3. Lest

Dans un premier temps, deux nouvelles solutions sont envisagées et comparées à celle de l'année passée :

Solution 1 : La section ellipsoïdale est remplie d'eau, ce qui constitue un lest "naturel" tout en évitant les problèmes d'étanchéité. Un flotteur vient assurer la flottabilité ;

Solution 2 : La section est creuse et un lest déposé au fond, semblable au design de départ. Un flotteur vient également se placer au-dessus.

Solution de départ (3) : Absence de flotteur, lest au fond de la section.

Afin de pouvoir comparer ces trois solutions, on se propose de fixer certains paramètres. Tout d'abord, la hauteur totale du robot, notée L_{ref} , est fixée à 35cm soit la même que dans la solution de départ. Ensuite, on impose la ligne de flottaison à 90% de la hauteur totale. Cela est en effet possible puisque la masse totale, et donc le volume immergé, peut être adaptée à l'aide d'un lest. La géométrie de l'éventuel flotteur est quant-à-elle une ellipse. Cette forme garantit un angle de rotation entre sections suffisant, là où une forme rectangulaire ne le permettrait pas. De plus, la hauteur du flotteur, notée H , sera la même pour les deux solutions.

N.B. : Dans ce qui suit, le volume est exprimé en cm^3 et la masse en g . Cela convient bien aux dimensions du robot et de plus, pour l'équilibre des forces Archimède-gravité, on a l'égalité

suivante :

$$\begin{aligned}\rho_e \cdot V_d \cdot g &= m \cdot g \\ V_d[cm^3] &= m[g]\end{aligned}\tag{2.24}$$

la densité de l'eau étant de $1g/cm^3$.

Le premier critère de comparaison des solution est la stabilité en roulis. Pour calculer celle-ci, la première étape consiste à évaluer les masses volumiques en présence. Puisque les corps ne sont pas homogènes, on approximera les densités comme correspondant à la moyenne sur une couche transversale (Figure 2.11) composée d'un anneau ellipsoïdal d'épaisseur e .

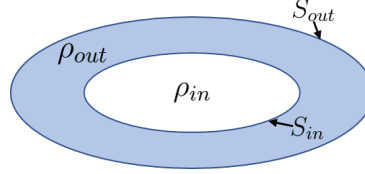


FIGURE 2.11 – Couche transversale d'une section ellipsoïdale.

$$\rho = \left(1 - \frac{S_{in}}{S_{out}}\right) \cdot \rho_{out} + \frac{S_{in}}{S_{out}} \cdot \rho_{in}\tag{2.25}$$

où S_{in} et S_{out} sont, respectivement, les surfaces interne et totale ;

ρ_{out} est la densité du *PLA* de $1.25 g/cm^3$;

ρ_{in} est la densité de l'eau, de l'air ($\approx 0 g/cm^3$) ou de billes de plomb ($\approx 6.8 g/cm^3$) dépendant de la solution et de la hauteur de la couche considérée.

On a alors, d'après l'équation 2.24 :

$$V_d - \sum_{i=1}^N \rho_i \cdot V_i = 0\tag{2.26}$$

où N est le nombre de corps volumiques.

Cette équation doit être résolue pour trouver la hauteur du flotteur, H . En effet, V_d et V_i sont tous deux fonction de H et la méthode de la bisection doit donc être utilisée. On résout pour la solution remplie d'eau et on impose la masse de plomb nécessaire à la deuxième solution pour avoir la même hauteur de flotteur. La masse de lest pour la solution de départ est, quand à elle, directement obtenue de l'équation 2.26. Les trois designs sont dès lors fixés.

Le centre de gravité est calculé de la manière suivante :

$$G = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^N \rho_i \cdot V_i \cdot G_i\tag{2.27}$$

où G_i est le centre de gravité, i.e. barycentre, du corps volumique homogène i .

Les calculs préalables étant terminés, le code permettant d'obtenir la distance métacentrique et la fréquence de résonance peut être lancé. Les résultats sont repris dans le tableau 2.1. On remarque, tout d'abord, que la solution remplie d'eau s'avère la moins stable des trois. Cela provient du fait que son centre de gravité est bien plus haut que dans les autres solutions. La cause est double, d'une part, l'eau est nettement moins dense que le plomb, ensuite, le "lest" d'eau est réparti sur toute la hauteur du cylindre ellipsoïdal. La masse est identique pour les deux premières solutions, ce qui est tout à fait logique vu que le volume déplacé est le même (même hauteur de barque). La solution de l'année dernière s'avère la plus légère.

	GM [cm]	f_0 [Hz]	m [g]
Solution 1 Flotteur + Eau	1.17	0.57	1090
Solution 2 Flotteur + Lest	8.59	1.43	1090
Solution 3 Précédente	6.79	1.25	973

TABLE 2.1 – Résultats de l’analyse de stabilité en roulis des trois solutions proposées

	Solution 1	Solution 2	Solution 3
Stabilité	-	+	0
Étanchéité	+	0	0
Facilité d’utilisation	-	0	0
Masse	-	-	0
Total	3 -/1 +	1 +/1 -	0

TABLE 2.2 – Graphe morphologique des trois solutions

On peut dès lors établir un graphe morphologique (tableau 2.2). On remarque que le design rempli d’eau est en retrait par rapport aux deux autres. Sa mauvaise stabilité et la nécessité de devoir remplir les sections avant chaque utilisation jouent en sa défaveur. Il reste donc les solutions 2 et 3 ex aequo en nombre de points. La solution 2 est retenue car bien que plus lourde et donc plus difficilement manipulable, la promesse d’une meilleure stabilité est engageante. Le roulis que subissait le robot précédent rendait son usage très compliqué et les expérimentations quasi impossibles. Garantir une meilleure stabilité est donc l’objectif numéro un du design.

2.5.2 Développement de la solution retenue

Maintenant que la solution a été fixée, il reste à trouver les dimensions optimales pour le flotteur et la section. Pour ce faire, on continuera d’utiliser les densités moyennes trouvées précédemment. Les paramètres étudiés sont les suivants : la hauteur totale L_{ref} , la hauteur de la barque H (ou la hauteur du cylindre elliptique L), la hauteur de la ligne de flottaison h et la demi-largeur du flotteur B (Figure 2.12).

Dans cette démarche de conception, les deux équations régissant la stabilité sont les équations 2.14 et 2.26.

$$\begin{aligned}
 BM &= \frac{I_x}{V_d} \\
 m[g] &= V_d[cm^3]
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

L’effet de BM est explicite à la vue de la figure 2.7. La masse, elle, influe sur le centre de gravité de la section. Plus la masse est élevée plus on pourra ajouter du lest et donc plus le centre de gravité sera bas. On voit donc que l’augmentation du volume déplacé a une action favorable pour une équation, défavorable pour l’autre. Néanmoins, pour les dimensions du robot, l’effet sur le centre de gravité sera bien plus élevé et on privilégiera donc un grand volume immergé.

Dans un premier temps, il est intéressant d’étudier l’effet de la hauteur totale L_{ref} et du niveau d’eau, h . Les graphes obtenus sont visibles sur la figure 2.13.

On constate que plus la hauteur totale est grande, plus le robot est stable. En effet, le volume déplacé se voit augmenté. Cette augmentation est encore plus marquée dans le cas de la hauteur

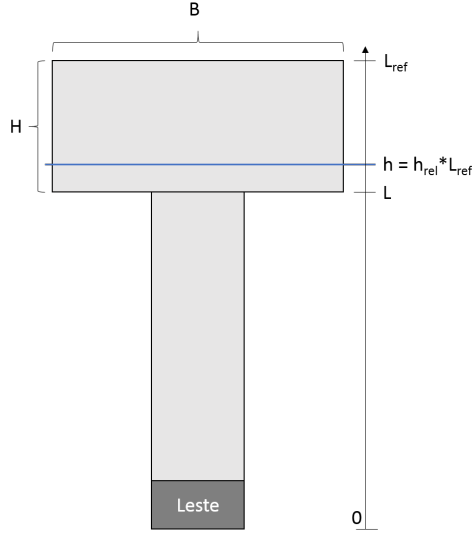


FIGURE 2.12 – Paramètres étudiés pour une section du robot

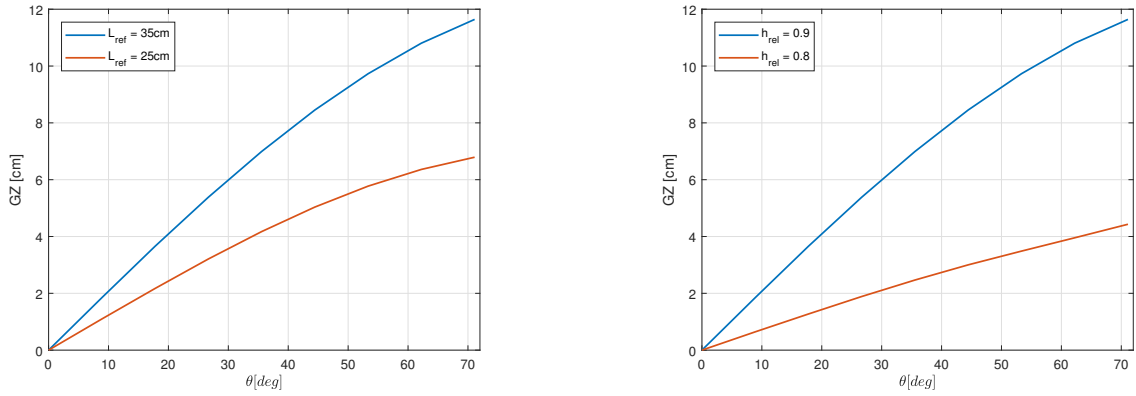


FIGURE 2.13 – Courbes GZ obtenues pour un flotteur ellipsoïdal de demi-petit axe $B = 4.5\text{cm}$ et de rapport de hauteurs section-totale $\frac{L}{L_{ref}} = \frac{25}{35}$. Le graphe de gauche met en évidence la dépendance avec la hauteur totale tandis que celui de droite, la variation en fonction de la hauteur d'eau.

de la ligne de flottaison. Pour celle-ci, une diminution de 10% entraîne une division par un facteur 2 au niveau du GM, passant de 11 à 4cm. La répartition du volume en est la cause, le flotteur est bien plus large que la section. La diminution de la hauteur d'eau engendre une chute importante du volume immergé.

Choix

- Pour la hauteur totale, on restera sur 35cm. Une hauteur plus grande entraînerait un robot trop encombrant et donc difficile à transporter. De plus, le point négatif d'un volume immergé plus élevé est l'augmentation de la masse.
- On restera également sur la même hauteur d'eau que dans le design initial, c'est-à-dire 90% de la hauteur totale. Cela laisse une réserve de 3.5cm entre le niveau d'eau et le haut du flotteur, permettant d'éviter que le robot soit submergé en cas de vagues ou éclaboussures.

On peut maintenant se pencher sur la question du type de flotteur. Jusqu'à présent une forme elliptique a été supposée. La longueur de son petit axe détermine directement l'angle maximal de rotation entre sections. La relation a été calculée à l'aide d'un code *Matlab*. Les résultats sont

visibles sur la figure 2.14.

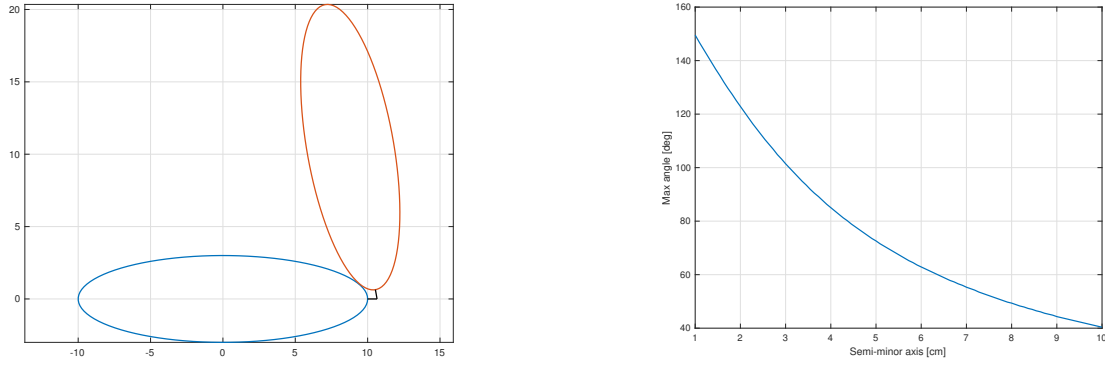


FIGURE 2.14 – A gauche : schéma de la position relative entre deux sections. A droite : évolution de l'angle maximal en fonction du demi-petit axe.

Dans le cas de l'ellipse, le lieu de contact à angle maximal est un point. On peut donc se poser la question de savoir ce que donnerait un contact sur toute la frontière du flotteur. La géométrie résultante est bien entendu un losange (Figure 2.15). L'angle de rotation maximal en fonction de la longueur de la petite diagonale, notée b , est

$$\alpha = \pi - 2 \cdot \theta \quad (2.29)$$

avec $\theta = \text{atan} \frac{b}{a}$.

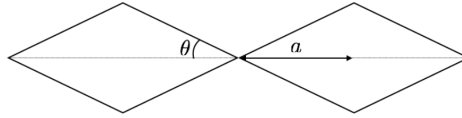


FIGURE 2.15 – Schéma pour un flotteur en forme de losange

A titre de comparaison, un flotteur elliptique de demi-petit axe $B = 4.5\text{cm}$ donne un angle maximal $\alpha = 78^\circ$ tandis que le même angle permet d'avoir une demi-diagonale $b = 12\text{cm}$. Ce gain en largeur permet d'augmenter le volume déplacé agissant sur le centre de gravité. En outre, cette largeur intervient directement dans le moment quadratique de la surface de flottaison I_x , lui-même augmentant la distance BM (Eq. 2.14). L'effet d'une augmentation de la largeur est donc doublement positif. Cependant, la largeur du flotteur est à limiter pour cause d'encombrement. Dans l'exemple ci-dessus, une largeur de 24cm rendrait le transport et stockage des six sections assez compliqué. On se limitera donc, dans les comparaisons qui suivent, à une largeur de flotteur inférieure à 12cm.

L'effet de la hauteur de la section, L -et donc également celle du flotteur, H - n'a pas encore été étudié. Les résultats obtenus pour différentes largeurs de flotteurs (losange et ellipse) sont visibles sur la figure 2.16. L'évolution de la masse en fonction de L y est accolée. On peut voir sur les graphes (a) et (c) que plus la hauteur de la section est grande moins le segment est stable. Cependant l'évolution de GM avec $H = L_{ref} - L$ n'est pas linéaire mais a plutôt une allure de parabole. Cela est dû au double effet de V_d sur la stabilité en roulis (Eq. 2.28).

Ce volume agit aussi sur la masse du robot dont on peut remarquer un plus fort accroissement lors de l'augmentation de la largeur de l'ellipse que de celle du losange. De fait, l'augmentation de volume pour un accroissement infinitésimal dz est, dans le cas de l'ellipse, $\pi a B dz$ tandis qu'il est de $2a B dz$ dans le cas du losange.

On tire de ces graphes les conclusions suivantes pour les largeurs de flotteur considérées :

- La masse pour le flotteur en forme d'ellipse est plus élevée à L et B fixés ;
- Le GM maximal est également atteint pour une hauteur de section plus élevée ;
- Pour une masse fixée, le losange induit un rayon métacentrique plus grand.

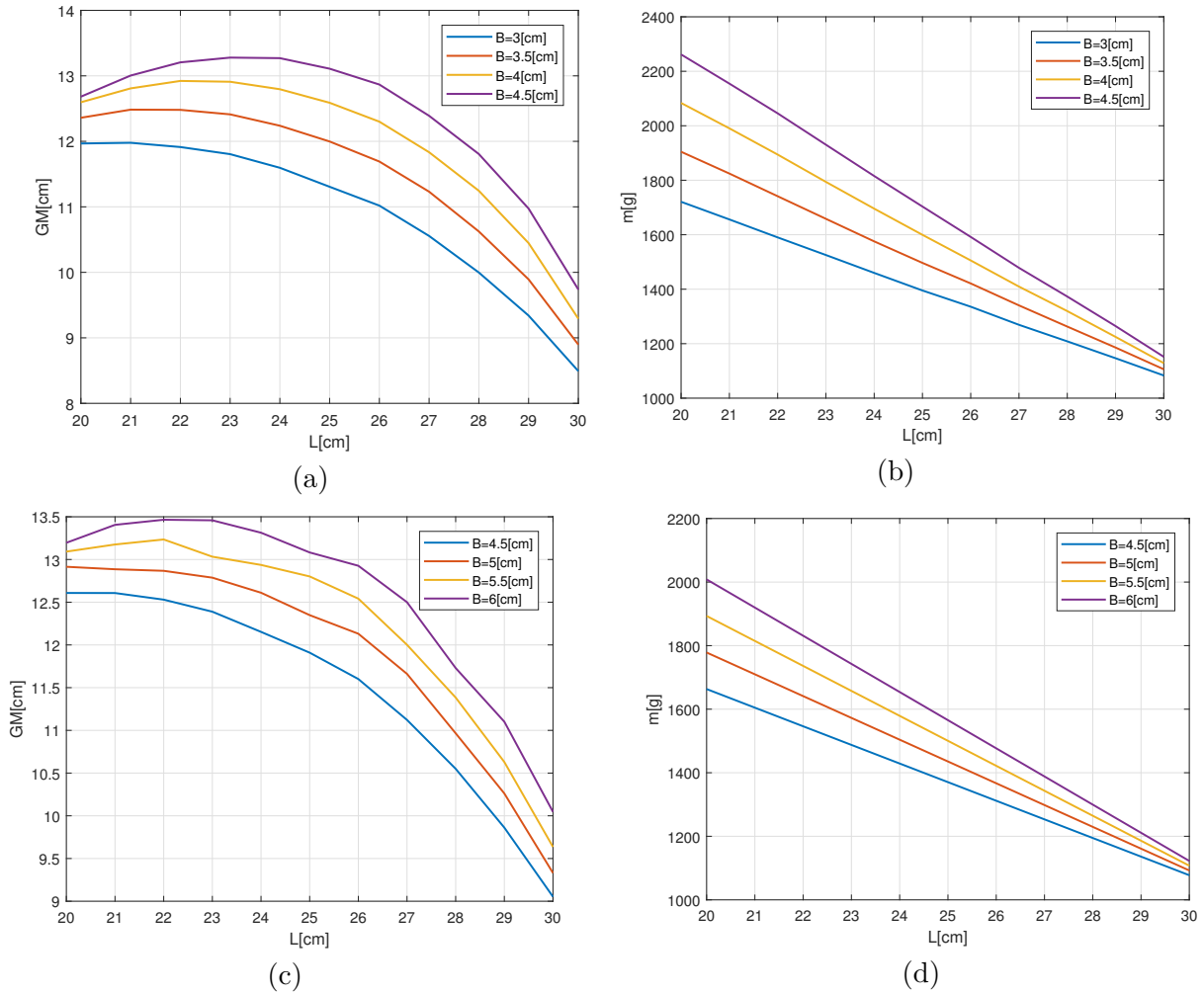


FIGURE 2.16 – Evolution de la distance métacentrique pour les solutions avec flotteurs en forme d'ellipse (a) et de losange (c) et leur masse respective (b) et (d)

L'influence de l'ensemble des paramètres ayant été étudiée, on peut faire un choix. Pour ce faire, le type de flotteur, ellipse ou losange, ainsi que les dimensions, B , L (ou H) vont être jugés sur base des critères suivant :

- Stabilité en roulis
- Masse
- Angle maximal de rotation
- Hauteur efficace. L'étude de l'écoulement doit se faire en deux dimensions, il est donc nécessaire d'avoir une hauteur de section, L , suffisamment grande.

La première contrainte imposée est que la masse totale du robot ne dépasse pas 8kg, soit 6x1333g, pour que le robot reste transportable par une seule personne. L'isocontour correspondant, pour l'ellipse, est visible sur le graphe (a) de la figure 2.17. Cet isocontour peut alors être reporté sur le graphe (b) représentant l'évolution de GM en fonction de L et B . Il en va de même pour le losange (graphes (c) et (d)). On peut alors extraire les valeurs des points sur la ligne rouge ; on discrétisera B par pas de 0.5cm.

Le tableau 2.3 reprend l'ensemble des résultats concernant l'ellipse. Le meilleur candidat est le flotteur de demi-largeur $B = 4.5cm$. Il possède le GM le plus élevé tout en ayant une hauteur

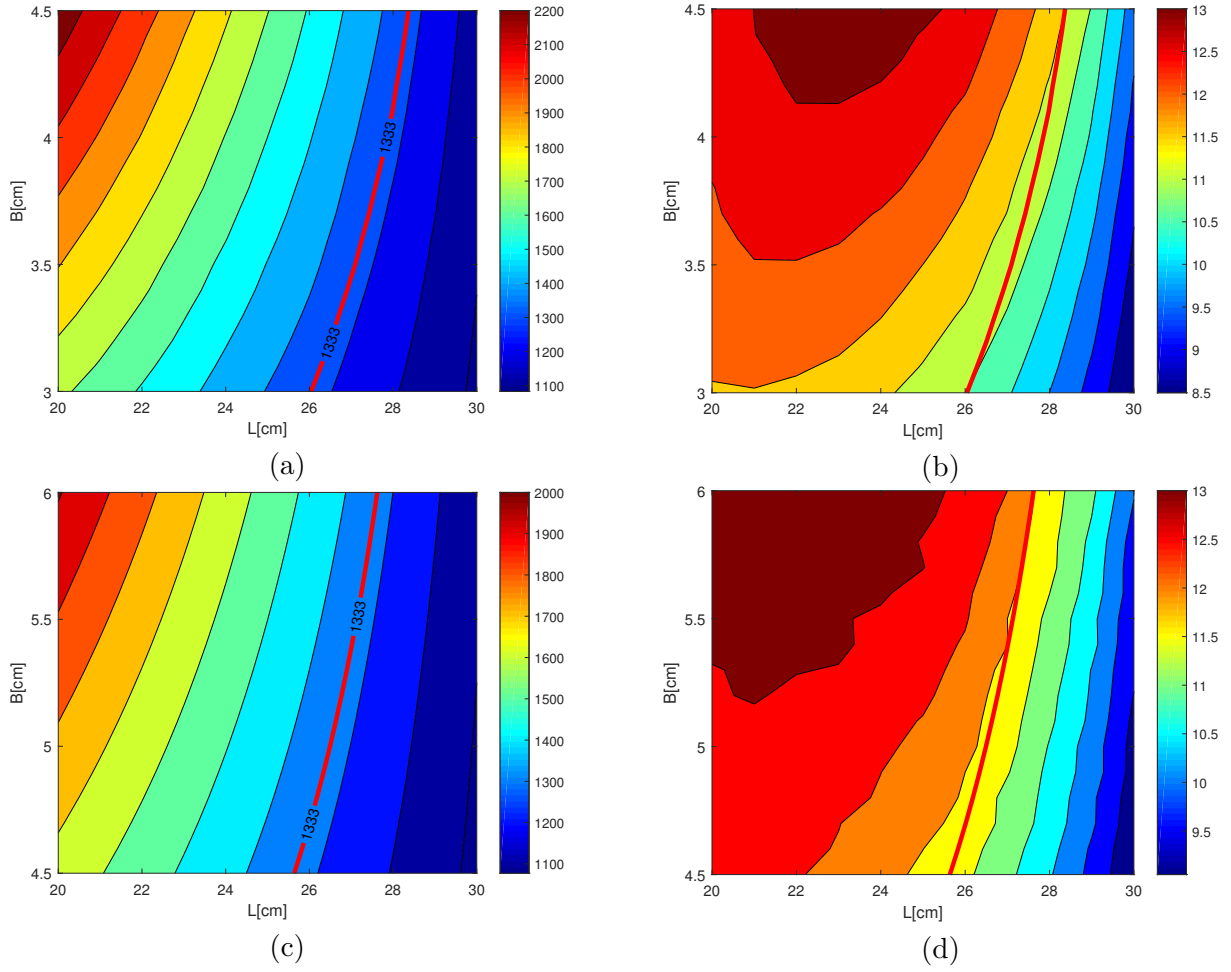


FIGURE 2.17 – Courbes de niveaux pour la masse en grammes (a et c) et le rayon métacentrique en centimètres (b et d)

efficace, L , assez grande pour permettre l'hypothèse d'un écoulement 2D. Son angle maximal de 78° est suffisant pour les amplitudes de nage considérées.

$B[\text{cm}]$	$GM[\text{cm}]$	$L[\text{cm}]$	$\theta[\text{deg}]$
3	11	26	101
3.5	11.2	27.1	94
4	11.3	27.9	85
4.5	11.5	28.4	78

TABLE 2.3 – Résumé des caractéristiques du flotteur en forme d'ellipse pour un demi-petit axe allant de 3 à 4.5cm

Les résultats pour le losange sont, quant à eux, visibles dans le tableau 2.4. Le choix s'avère plus difficile. En effet, les solutions de demi-largeur $B = 5$, 5.5 et 6 présentent toutes un GM proche de 12cm . La solution retenue est $B = 5\text{cm}$. Sa hauteur efficace est certes inférieure mais sa largeur est plus étroite par rapport aux deux autres solutions. Ce dernier point est important car il en découle une différence au niveau du ratio d'aspect de l'ellipse. Un ratio d'aspect trop élevé viendrait perturber l'écoulement et donc produire des vagues qui, dans l'étroit bassin de test, se réfléchiraient et rendraient la nage du robot plus difficile.

Les deux solutions retenues peuvent maintenant être comparées. Un classement binaire, i.e.

B[cm]	GM[cm]	L[cm]	θ [deg]
4.5	11.7	25.6	132
5	11.9	26.5	127
5.5	11.9	27.1	122
6	12	27.6	118

TABLE 2.4 – Résumé des caractéristiques du flotteur en forme de losange pour un demi-petit axe allant de 4.5 à 6cm

gagnant-perdant, est visible dans le tableau 2.5. L'ellipse, gagnante sur la hauteur efficace et le ratio d'aspect, présente une moins bonne stabilité et est encombrante dû à l'angle limite de rotation entre sections. Ce critère a une importance significative pour la mise à l'eau du robot. Plus celui-ci est compact, plus on pourra l'amener facilement dans le bassin via l'échelle. La comparaison de l'encombrement entre ellipse et losange est visible sur la figure 2.18. La longueur totale du robot non déployé est de 106cm pour l'ellipse et 57cm pour le losange soit un gain de $\pm 55\%$.

	Ellipse $B = 4.5cm$ $L = 27.9cm - \theta = 78^\circ$	Losange $B = 5cm$ $L = 26.5cm - \theta = 127^\circ$
Stabilité	0	1
Hauteur efficace	1	0
Encombrement	0	1
Ratio d'aspect	1	0

TABLE 2.5 – Tableau comparatif du flotteur en forme d'ellipse et celui en forme de losange

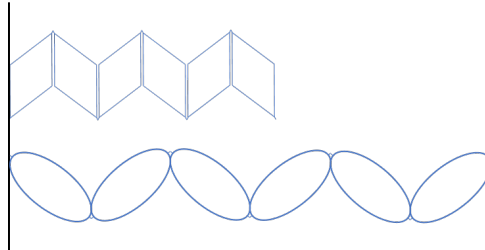
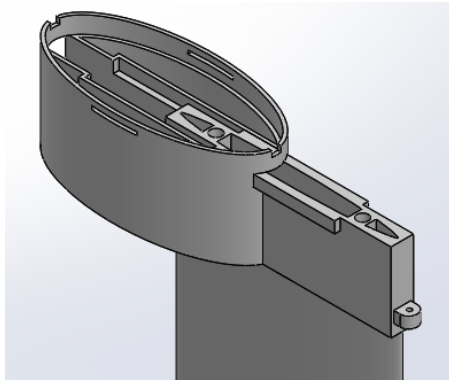


FIGURE 2.18 – Longueur totale du robot non déployé à l'échelle. Vue du dessus

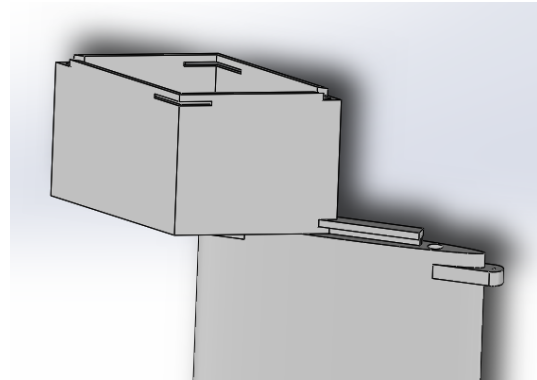
La solution retenue est donc celle du flotteur en forme de losange de demi-diagonale $B = 5cm$ et de hauteur $H = 8.5cm$.

2.6 Idées de conception et décision finale

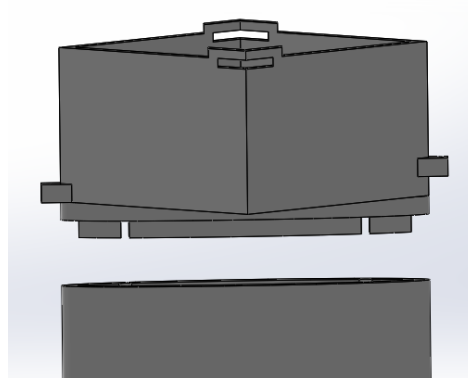
Les dimensions du robot ayant été fixées dans la section précédente, on peut se pencher sur la conception. Celle-ci est assez directe ; la seule question est de savoir comment solidariser le flotteur et le cylindre elliptique tout en permettant le passage du lest (billes d'acier) vers le bas de la section. Trois solutions sont comparées (Figure 2.19).



Solution 1



Solution 2



Solution 3

FIGURE 2.19 – Les trois solutions envisagées pour solidariser flotteur et section elliptique. Remarque : la forme du flotteur, losange ou ellipse, n'a ici pas d'importance, les solutions pouvant être adaptées sans problème

Les solutions 1 et 2 sont basées sur un système de glissière sans colle. Le flotteur vient se glisser sur la section et est maintenu en place grâce aux arbres venant bloquer tout déplacement longitudinal (les alésages pour les arbres sont visibles sur la solution 1). La glissière se doit d'être creuse pour permettre le passage des billes d'acier.

La solidarisation de la solution 1 se fait au-dessus du niveau d'eau. On a donc un flotteur qui "pend" de part et d'autre de la section. La conséquence est une double épaisseur de matière au centre du flotteur venant ajouter du poids et donc élever le centre de gravité. Il s'en suit une perte au niveau de la stabilité.

La glissière de la solution 2 est, elle, en-dessous de la ligne de flottaison. Le risque d'une infiltration d'eau est par conséquent élevé.

Finalement, la solution 3 utilise un accouplement mâle-femelle maintenu avec de la colle, rendant l'accouplement définitif. Le dessus de la partie mâle est de même dimension que la section elliptique afin de permettre l'ajout d'un joint étanche si nécessaire.

Le graphe morphologique des trois solutions est visible dans le tableau 2.6. La priorité est donnée au critère de stabilité et d'étanchéité. C'est pourquoi on choisira, entre les solutions 1 et 3, la

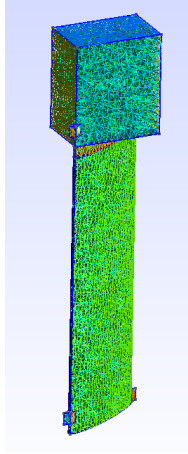


FIGURE 2.20 – Exemple de maillage utilisé

solution 3.

	Solution 1	Solution 2	Solution 3
Stabilité	- -	0	0
Etanchéité	+	- -	+
Modulabilité	+	+	-

TABLE 2.6 – Graphe morphologique des trois solutions

A partir du design des deux types de flotteur, il est possible d'obtenir le centre de gravité et l'inertie par rapport à l'axe de cavement passant par ce centre de gravité grâce aux fonctionnalités *Solidworks*. Un maillage est alors généré à partir de la pièce. Pour ce faire, seul le volume extérieur est exporté dans le logiciel *GMSH* (Figure 2.20). A partir de là, le code calcule la masse de lest nécessaire pour avoir une ligne de flottaison à 90% de la hauteur. Le nouveau centre de gravité et la nouvelle inertie prenant en compte cette masse sont calculés. Finalement, la fréquence de résonance (ou la distance métacentrique) sont obtenus.

Remarque : la densité utilisée dans la pièce *Solidworks* est celle du PLA, i.e. $1.25g/cm^3$. Le PLA est le matériau utilisé par l'imprimante 3D pour la fabrication des sections. La masse réelle à vide d'une section est cependant difficile à évaluer. Elle dépend des paramètres d'impression : taux de remplissage, nombre de contours, épaisseurs des couches, En considérant le matériau comme étant constitué de PLA à 100%, la masse ne peut être que surévaluée. Cela n'est nullement un problème puisqu'une masse à vide plus légère implique plus de masse disponible pour le lest et donc un centre de gravité plus bas améliorant la stabilité.

La distance métacentrique et fréquence de résonance obtenues sont visibles sur la figure 2.21. Le GM ainsi obtenu peut être comparé avec le graphes (c) de la figure 2.16.

La première constatation est la différence d'ordre de grandeur entre les valeurs. Cette différence s'explique par l'hypothèse faite sur la répartition de masse. A titre de preuve, la masse à vide basée sur les équations 2.25 et 2.26 peut être calculée pour la solution losange. Les paramètres sont les suivants : $a = 10cm$, $b = 1cm$, $B = 5cm$, $L = 26.5cm$, $H = 8.5cm$, $e = 0.3cm$, $\rho_{PLA} = 1.25g/cm^3$. On a alors :

$$\begin{aligned}
 \rho_{section} &= \left(1 - \frac{\pi(a-e)(b-e)}{\pi ab}\right) \rho_{PLA} \\
 &= 0.4 g/cm^3
 \end{aligned}$$

pour la section.

Et

$$\begin{aligned}\rho_{flotteur} &= \left(1 - \frac{2(a-e)(B-e)}{2aB}\right) \rho_{PLA} \\ &= 0.1 \text{ g/cm}^3\end{aligned}$$

pour le flotteur. La masse à vide estimée est alors

$$\hat{m} = \pi abL\rho_{section} + 2aBH\rho_{flotteur} = 427 \text{ g}$$

La valeur de la masse calculée via *Solidworks* est de 773 g. Une plus grande épaisseur de matière ($e = 0.4\text{cm}$) et la fermeture (fonds) des pièces en est la cause. De plus, les arbres et la dynamixel venant se placer au-dessus du flotteur (et donc élevant le centre de gravité) n'ont pas été pris en compte et amènent la masse à vide au delà des 1000 g. Néanmoins, les valeurs obtenues pour les différentes solutions restent tout à fait légitimes dans le but d'une comparaison. Aussi, grâce à un faible taux de remplissage, à savoir 10%, la masse finale à vide sera de 700 g ce qui laisse donc 633 g pour le lest.

On peut lire toujours sur la figure 2.21 que le rayon métacentrique est de 3.2cm et la fréquence de résonance de 0.68 Hz. Il est utile de comparer ce résultat avec celui de la solution de l'année dernière. Après passage dans le code numérique, on obtient pour cette dernière $GM = 0.39\text{cm}$ et $f_0 = 0.22\text{Hz}$. On a donc une nette amélioration de la stabilité au roulis du robot. De plus, les expérimentations étaient faites à une fréquence de 0.25 Hz ce qui entraînait bien un phénomène de résonance.

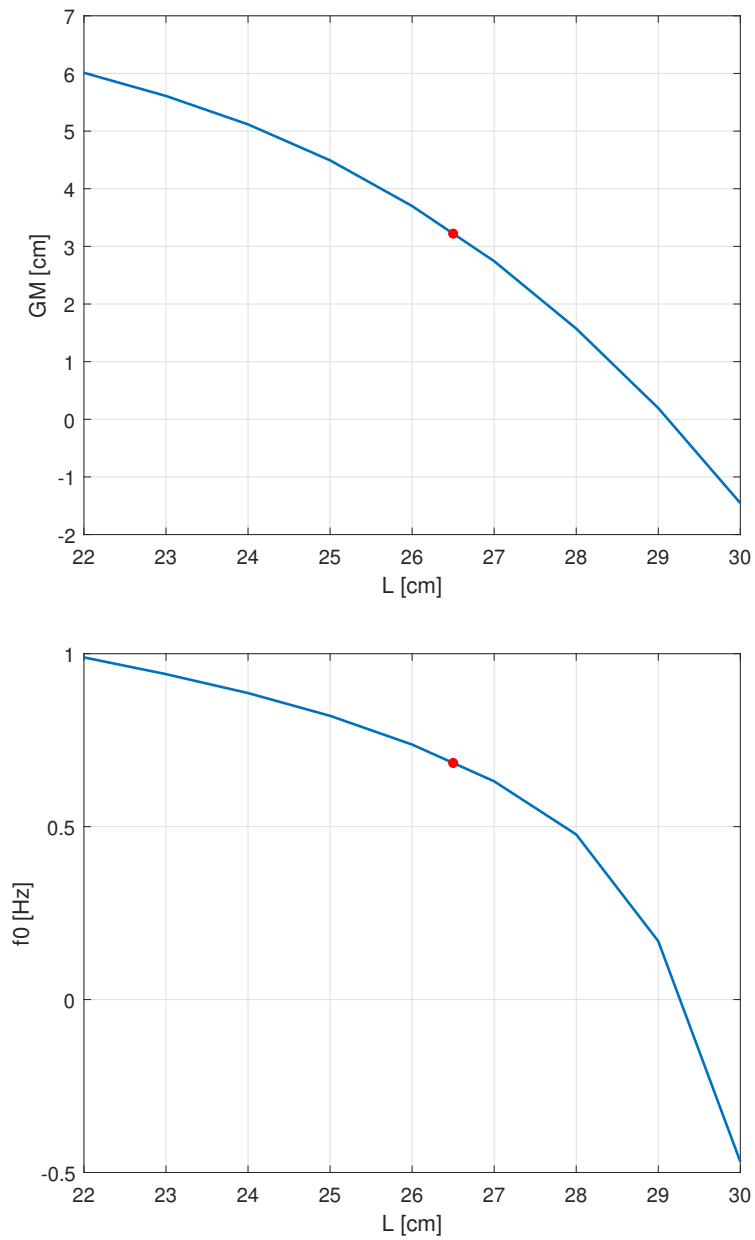


FIGURE 2.21 – Evolution de GM (gauche) et f_0 (droite) en fonction de la hauteur efficace. Une fréquence négative correspond à un GM négatif et donc un navire instable. Le point rouge correspond à la solution retenue

Partie 3

Impression 3D

Les pièces qui composent la section étant assez complexe, le choix s'est porté sur la réalisation de celles-ci par impression 3D. En effet, l'impression 3D permet de réaliser des pièces avec un très bon niveau de détail. L'impression 3D se fait par programmation de commande numérique[11], c'est-à-dire définir les séquences qui permettent de piloter la machine. Cette programmation est fortement automatisée à partir de fichiers générés par les logiciels de CAO. Cela signifie qu'il suffit d'entrer les fichiers obtenus (*.stl*) par le logiciel de CAO dans un logiciel adéquat afin de générer le *.gcode* utile pour piloter la machine (après quelques paramétrages). Cela rend le procédé de fabrication assez simple après que le design en CAO ait été fait. La figure 3.1 montre une section en cours d'impression.

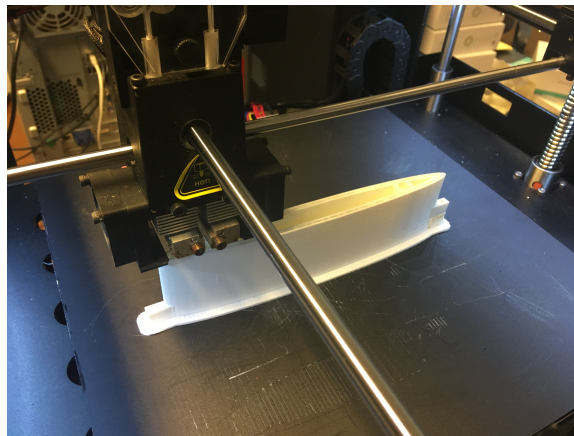


FIGURE 3.1 – Section en cours d'impression.

3.1 Contraintes d'impression

Le choix du matériau, de l'imprimante et de la technique d'impression est régit par deux contraintes :

- **L'étanchéité.** C'est la contrainte principale du design du robot. Le matériau et les paramètres d'impression doivent être choisis de telle sorte que la section soit étanche. Les paramètres d'impression sont le taux de remplissage, le nombre de contours (*shell*), l'épaisseur de ceux-ci, etc. L'étanchéité a été vérifié en imprimant de petits gobelets et en laissant un mélange d'eau et d'encre à l'intérieur durant 24h. L'étanchéité est vérifiée en regardant si l'encre a pénétré lors de la découpe du gobelet.

Le choix de l'imprimante est également très important pour s'assurer d'avoir une qualité d'impression optimale. En effet, il se peut que le test d'étanchéité du gobelet soit réussi mais qu'il y ait des imperfections lors de l'impression de pièces plus complexes. L'eau pourrait s'infiltrer dans ces imperfections et ainsi mettre à mal l'étanchéité du prototype.

- **La densité du matériaux.** Cette contrainte est importante vis-à-vis de la stabilité en roulis de la section. Avoir un matériau le moins dense possible garanti que le lestage sera beaucoup plus efficace. Cela permet d'augmenter la raideur en roulis et ainsi augmenter la stabilité de la section (voir partie sur le dimensionnement de la barque).

3.2 Matériau d'impression

Cette section justifie le choix fait p

3.2.1 Prototype de l'an passé

Une des faiblesses du prototype de l'an passé était son étanchéité. L'état de surface était assez poreux et l'eau s'infiltrait facilement. Les sections du prototype de l'année passée ont été réalisées à partir de *PolyMax-PLA*¹ et imprimée à partir d'une *Leapfrog*². Une des raisons du mauvais état de surface est dû à l'imprimante utilisée : la *Leapfrog* imprime avec une mauvaise qualité et se plante assez souvent lors de l'impression. Par contre il n'est pas possible de savoir si le PLA est un matériau adéquat pour être utilisé dans l'eau sans faire de test.

3.2.2 Pistes suggérées

Choisir une autre imprimante pour la réalisation des sections était une piste non-négociable. Afin d'avoir un bon état de surface, il est important d'avoir une imprimante capable d'imprimer de façon précise et fiable. Outre la qualité d'impression de la machine, les autres critères à prendre en compte étaient la disponibilité de l'imprimante et son coût d'utilisation. Une autre piste à suivre est le changement de matériau. Un matériau candidat s'est présenté : l'ABS notamment utilisé dans la réalisation des pièces *LEGO*. L'ABS est également un polymère thermoplastique grandement utilisé dans l'impression 3D. L'avantage comparé au PLA est qu'il a beaucoup moins tendance à absorber l'humidité, ce qui en fait un matériau de choix pour des applications dans un domaine aquatique. Le tableau 3.1 compare les deux matériaux³.

	Prix [€/750g]	Densité [kg/m ³]	Module de Young [GPa]
PLA	45	1250	3.5
ABS	250	1050	2.2

TABLE 3.1 – Comparaison entre le PolyMax-PLA et l'ABS-M30

L'ABS est donc mieux approprié pour une application aquatique : il est moins enclin à absorber l'humidité et sa masse volumique est plus faible que celle du PLA. Le PLA est quant à lui plus rigide et beaucoup moins cher.

1. <http://www.polymaker.com/shop/polymax/>

2. <https://www.lpfrg.com/fr/>

3. <http://www.stratasys.com/fr/materiaux/fdm/abs-m30>

Une autre chose à prendre en compte est la machine pour l'impression :

- L'ABS s'imprime sur la *Fortus*, une imprimante professionnelle destinée à la fabrication additive. Un gobelet de test en ABS a été imprimé (voir figure 3.2) et celui-ci s'est avéré parfaitement étanche après être resté rempli d'eau pendant 24h. Il faut noter que la *Fortus* a un coup d'utilisation de 6.5€/h, ce qui rend le coût total d'impression très élevé (plus de 1000 €).
- L'UCL a pu obtenir en prêt une machine permettant d'imprimer du PLA de façon fiable. Il s'agit de la *Raise3D N2*. Un gros avantage est que cette machine a un coup d'impression totalement nul (celle-ci étant en prêt). Le coût total d'impression revient donc uniquement au coût de matière qui est relativement peu chère. Le challenge était de trouver les paramètres adéquats pour avoir un résultat étanche (voir figure 3.3 pour le gobelet de test).



FIGURE 3.2 – Gobelet de test en ABS pour vérifier l'étanchéité.

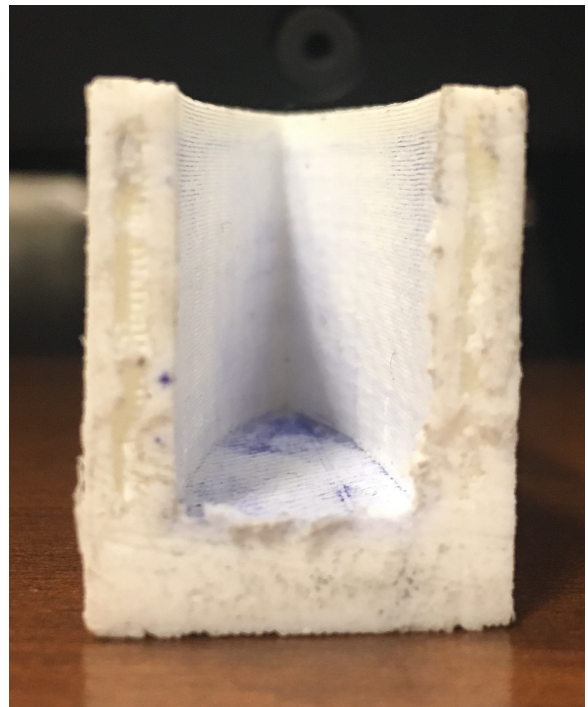


FIGURE 3.3 – Gobelet de test en PLA pour vérifier l'étanchéité.

Le choix s'est porté sur l'impression en PLA : le coût d'impression en ABS était beaucoup trop élevé et les tests d'étanchéité du PLA se sont montrés fructueux. On peut voir sur la figure 3.3 que l'encre n'a pas pénétré les couches internes. Les paramètres utilisés pour l'impression sont :

- Une épaisseur de 0.25[mm] par couche.
- Une épaisseur de 0.4[mm] par contour (*shell*).
- Le nombre de contours est égal à 3.
- La vitesse d'impression est de 90[mm/s].
- Le taux de remplissage est de 10%.
- Les 5 premiers mm du fond sont remplis à 100%.

Quand la pièce a besoin de support d'une hauteur de h [mm], les paramètres d'impression pour le support sont :

- Les $h - 2.5$ premiers mm sont réalisés en PLA afin de bien adhérer à la base d'impression.
- Les 2.5 derniers mm sont réalisés en matériaux de support (ici *PolySupport*) sous forme

de quadrillage.

3.3 Etanchéité de la section finale

Il fallait ensuite vérifier l'étanchéité de la section. Deux points pouvaient mettre à mal celle-ci :

- La section est imprimée en deux parties (la section elliptique et la barque). L'étanchéité devait donc être assurée à la jonction des deux parties.
- Les pièces à imprimer étaient assez grandes (25cm pour la section elliptique contre 5cm pour le gobelet de test). Lors de l'impression de si grandes pièces, des problèmes d'impression pouvaient survenir et ainsi mettre à mal la qualité (et de ce fait l'étanchéité) de la section.

Les deux pièces ont été collées à l'aide de colle deux composants. L'étanchéité a été assurée à la jonction en bourrant de la colle (comme pour du mastic) au niveau de l'interstice. Cette technique s'est avérée efficace puisque l'eau n'a pas pu s'infiltrer dans le joint de colle.

Néanmoins, de l'eau s'est infiltrée lors de la première mise à l'eau de la section. Après avoir sorti la pièce, l'eau s'échappait par de petits trous présents sur la surface de la section ce qui signifie que les quelques imperfections présentes sur la pièce laissaient passer l'eau. Il n'est pas surprenant d'avoir de telles imperfections quand les pièces sont aussi grandes : lors de l'impression, la machine vibre, ce qui peut causer de la résonance (*z-resonance*) lorsque la pièce est assez haute. A cause de ces vibrations, il y a un léger décalage lors de la superposition des couches, ce qui cause des petits espaces entre celles-ci. C'est par ces espaces que l'eau s'introduit.

Pour boucher les trous, une couche de vernis pour yacht ⁴ a été appliquée sur l'ensemble de la section. Cette couche a été suffisante pour boucher les trous et a rendu le prototype parfaitement étanche.

4. <http://www.xyladecor.be/fr/maison-exterieur/Xyladecor-Vernis-Yacht-Satin>

Partie 4

Identification du système dynamique en roulis

Cette section a pour but de caractériser la stabilité dynamique du système en roulis. Cela se fait par une identification du système par un système du second ordre. L'identification est basée sur des valeurs obtenues par une expérience de mise en roulis d'une section.

4.1 Setup expérimental

L'expérience consiste à appliquer une perturbation en roulis et à laisser le système se stabiliser jusqu'à son point d'équilibre. Pour réaliser cette expérience, une section est lestée et plongée dans un bassin. Une ficelle est passée le long de l'axe autour duquel s'effectue le roulis afin de ne pas induire d'autres mouvements de rotation (tangage et lacet). Un QR code est ensuite placé sur le flotteur de la section afin d'en déduire son mouvement grâce au système de tracking implémenté sur ROS. Le setup est représenté à la figure 4.1. Dans ce qui suit, les axes utilisés sont les mêmes que ceux représentés à la figure 2.1. Les angles d'assiette, de roulis et de lacet seront désignés respectivement par les variables ψ , θ et ϕ .



FIGURE 4.1 – Setup expérimental pour identifier le système en roulis.

4.2 Oscillateur harmonique amorti

Le système sera comparé à un oscillateur harmonique amorti, à savoir un système du second ordre de la forme [12] :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{2}{\tau} \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = 0 \quad (4.1)$$

où θ est l'angle de roulis, τ le temps de relaxation et ω_0 la pulsation propre du système. Le polynôme caractéristique et le déterminant du système 4.1 sont donnés par :

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{2}{\tau}x + \omega_0^2 &= 0 \\ \Delta' &= \frac{1}{\tau^2} - \omega_0^2 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Pour que le système soit pseudo-périodique, il faut que les racines du polynôme caractéristique soient des nombres complexes. Il faut donc que le déterminant soit négatif, ce qui donne :

$$\begin{aligned} \omega_0 &> \frac{1}{\tau} \\ \Delta' &= i^2 \left(\omega_0 - \frac{1}{\tau^2} \right) = i^2 \omega_0^2 \left(1 - \frac{1}{\omega_0^2 \tau^2} \right) \end{aligned} \quad (4.3)$$

La pseudo-pulsation ω est définie par :

$$\omega \triangleq \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{\omega_0^2 \tau^2}} \quad (4.4)$$

On voit clairement que $\omega < \omega_0$ et que $\omega \rightarrow \omega_0$ pour $\tau \rightarrow \infty$. Les valeurs propres du système sont donc :

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{\tau} \pm i\omega \quad (4.5)$$

La solution du système 4.1 s'écrit donc :

$$\theta(t) = Ae^{-t/\tau} e^{i\omega t} + Be^{-t/\tau} e^{-i\omega t} \quad (4.6)$$

que l'on peut réécrire sous la forme :

$$\theta(t) = A_0 e^{-t/\tau} \sin(\omega t + \phi_0) \quad (4.7)$$

où les constantes A_0 et ϕ_0 sont à déterminer avec les conditions initiales. L'angle de roulis suit donc une sinusoïde de pseudo-pulsation $\omega < \omega_0$ dont l'enveloppe décroît exponentiellement avec le temps. Le temps de relaxation τ correspond donc au temps nécessaire pour que l'enveloppe perde $\approx 63\%$ de sa valeur. En effet, en se plaçant à un temps arbitraire t_0 ,

$$\frac{A_0 e^{-(t_0+\tau)/\tau}}{A_0 e^{-(t_0)/\tau}} = e^{-1} \approx 0.3679 \quad (4.8)$$

On définit également le décrement logarithmique par :

$$\delta \triangleq \ln \left(\frac{\theta(t)}{\theta(t+T)} \right) \quad (4.9)$$

où $T = \frac{2\pi}{\omega}$ est la pseudo-période du système. On voit aisément que dans le cas du régime pseudo-périodique le décrement logarithmique devient :

$$\delta = \frac{T}{\tau} \quad (4.10)$$

La stratégie pour identifier les paramètres du système, à savoir la pulsation propre ω_0 et le temps de relaxation τ est donc :

1. Calculer la pseudo-période T (et la pseudo-pulsation ω) en analysant le signal temporel. Cela peut se faire en utilisant une FFT ou encore une autocorrélation.
2. Calculer le décrement logarithmique δ *via* l'enveloppe du signal temporel. Il est possible d'en déduire le temps de relaxation τ avec l'équation 4.10.
3. Finalement en déduire la fréquence propre ω_0 par la relation 4.4.

4.3 Résultats des expérimentations

Comme expliqué précédemment, l'expérience consiste à introduire une perturbation en angle et à attendre que la section revienne à sa position d'équilibre. L'opération est ensuite répétée deux autres fois. La variation des angles ϕ , θ et ψ durant l'expérience est représentée à la figure 4.2. Le mouvement clairement dominé par le roulis. La variation d'angle de roulis est isolée sur la figure 4.3.

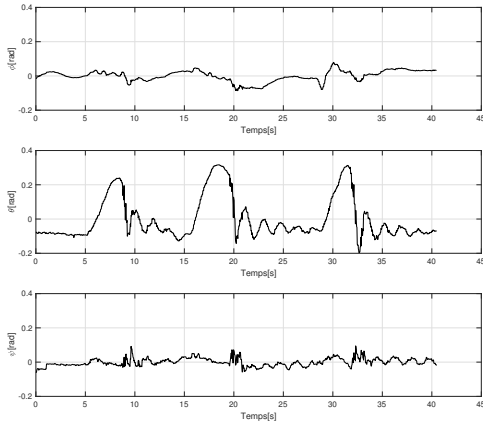


FIGURE 4.2 – Variation des trois angles lors de l'expérience.

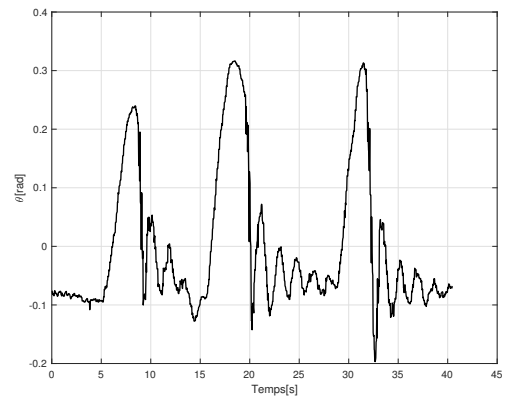


FIGURE 4.3 – Variation de l'angle de roulis durant l'expérience.

Pour procéder au calcul, le signal temporel sera divisé en trois afin d'isoler chaque test. Pour chaque signal, le code calcule la fréquence en utilisant une FFT. Il en déduit donc la période T . Pour calculer le décrement logarithmique δ , le code trouve le temps t_{max} où le maximum est atteint et trouve ensuite le point $t_{max} + T$. Ces deux mesures sont représentées par les points

rouges sur les figures 4.4, 4.6 et 4.8. En prenant la valeur de l'angle à ces deux temps, le code calcule la valeur de δ . Les valeurs du temps de relaxation τ et de la pulsation propre ω_0 sont ensuite calculées. Les signaux isolés et les FFT correspondantes sont représentés sur les figures 4.4 à 4.9. Les résultats des expériences sont résumés dans le tableau 4.1.

	f	ω	T	δ	τ	ω_0
Exp. 1	0.6248	3.925	1.6	1.231	1.299	4
Exp. 2	0.6448	4.051	1.551	1.139	1.360	4.117
Exp. 3	0.6527	4.097	1.534	1.186	1.293	4.169

TABLE 4.1 – Résultats de l'identification du système.

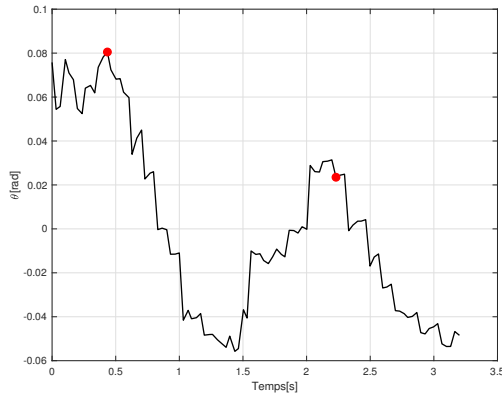


FIGURE 4.4 – Variation de θ pour la première expérience. Les points rouges sont les points utilisés pour calculer δ .

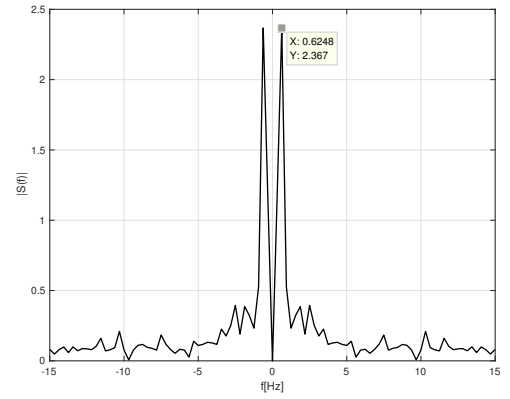


FIGURE 4.5 – FFT du signal temporel de la première expérience.

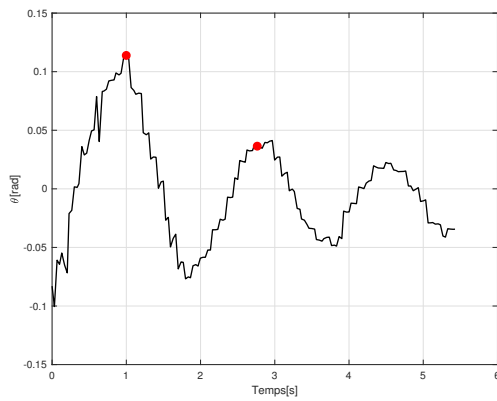


FIGURE 4.6 – Variation de θ pour la deuxième expérience. Les points rouges sont les points utilisés pour calculer δ .

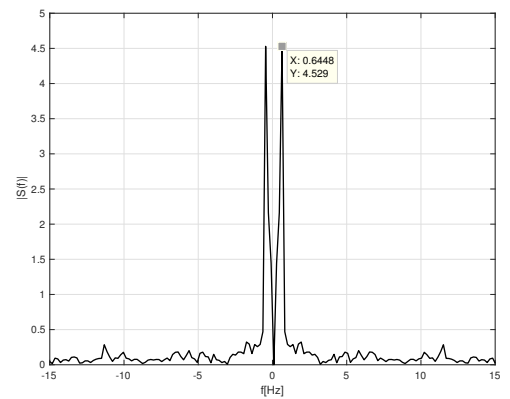


FIGURE 4.7 – FFT du signal temporel de la deuxième expérience.

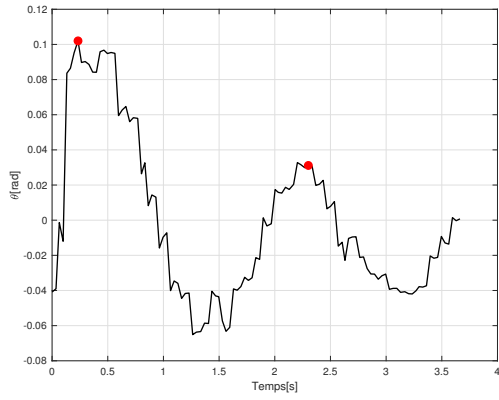


FIGURE 4.8 – Variation de θ pour la troisième expérience. Les points rouges sont les points utilisés pour calculer δ .

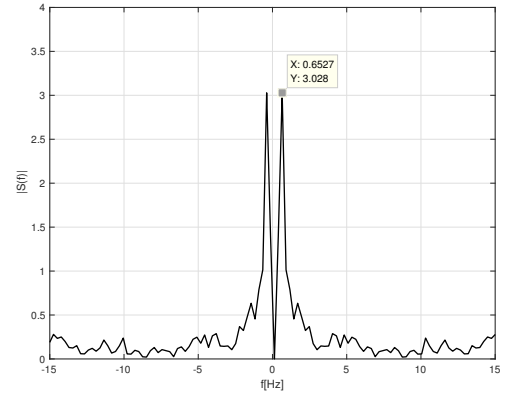


FIGURE 4.9 – FFT du signal temporel de la troisième expérience.

En prenant la moyenne des trois expériences, les paramètres qui caractérisent le système valent :

$$\tau = 1.317 [s] \quad (4.11)$$

$$\omega_0 = 4.095 [rad/s] \quad (4.12)$$

Partie 5

Programmation

Cette partie introduit les différents "blocs" de programmes utilisés pour permettre le bon fonctionnement du robot. L'environnement de programmation choisi est ROS (Robot Operating System). Il permet de programmer des modules, appelés *nodes*, communiquant entre eux via des canaux, appelés *topics*. L'avantage est que les nodes sont indépendants les uns des autres, différents langages de programmation peuvent donc être utilisés. Un node sera qualifié de *publisher* s'il envoie de l'information et, à l'inverse, de *listener* s'il en reçoit. Un node peut, tout à fait, être publisher sur un topic et listener sur un autre.

5.1 Nodes utilisés

Le schéma complet des modules en fonctionnement lors de la nage du robot est visible sur la figure 5.1. On peut y compter 5 nodes et 5 topics. Le principe de fonctionnement est le suivant. Le node *camera* permet, sans surprise, l'acquisition d'image par une caméra. Cette dernière sera utilisée dans le but de faire du suivi de trajectoire et, de ce fait, éviter que le robot ne touche un mur lors des expérimentations. Pour rappel, le bassin est assez étroit, 1m de large, par rapport à la longueur du robot, 6x20cm, un contrôle en position est donc nécessaire. Ce contrôle est assuré par le node *visp_auto_tracker* qui permet d'obtenir position et orientation d'un QR code en temps réel. La position obtenue est alors envoyée au node, *control*, dans le but d'appliquer une correction sur la commande en position du robot. Finalement, *serialArduino* permet de communiquer avec l'Arduino via le port USB et *listener* sort les données dans un fichier texte. Le fonctionnement des différents modules est décrit en détail dans ce qui suit.

5.2 Caméra

L'intégration de la caméra est assez simple. Plusieurs packages, ensembles de nodes, sont disponibles sur internet [13]. Il faut, tout de même, régler quelques paramètres tels que luminosité, contraste et focus. Une calibration s'avère indispensable. Sans elle, la position et l'orientation du QR code seraient faussées. Son but est de permettre le passage d'un point de l'espace dans le repère 2D de l'image (Figure 5.2). Pour ce faire, un étalon, dont la position exacte des points est connue, est présenté sous différentes orientations (Figure 5.3). Les résultats sont alors stockés dans un fichier texte.

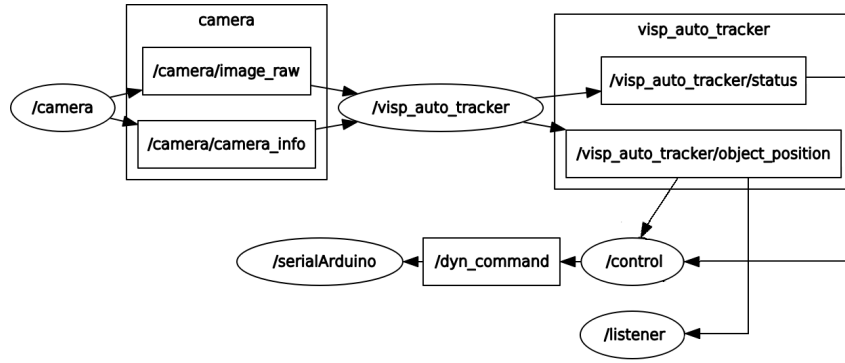


FIGURE 5.1 – Schéma des différents modules constituant la programmation du robot. Les bulles correspondent aux nodes, les rectangles aux topics. Le sens des flèches va, pour chaque node, du publisher au listener

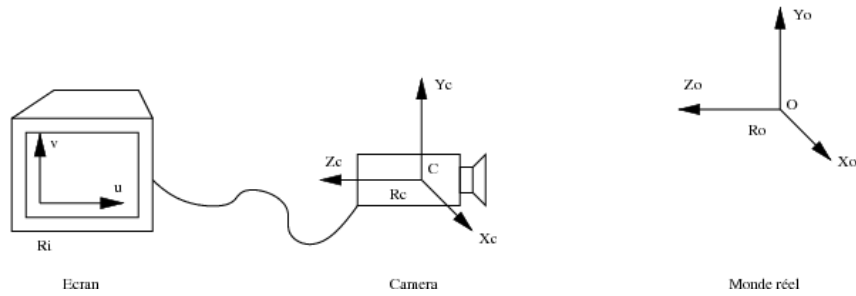


FIGURE 5.2 – Les différents repères liés à une caméra.

5.3 Tracking de QR codes

Le node *visp_auto_tracker* est également disponible tel quel dans un package [14]. Il nécessite toutefois les informations contenues dans les topics *image_raw* et *camera_info*. Le premier contient l'image provenant directement de la caméra tandis que le second fournit les paramètres obtenus après calibration. Finalement, les informations relatives à la géométrie du QR code à traquer doivent aussi être fournies. Il est alors possible de visualiser et d'extraire la position et l'orientation en temps réel (Figure 5.4).

5.4 Contrôle

Le contrôle présenté dans la section 6.2 nécessite le rétroaction de la position mesurée. Un node doit donc être créé pour assurer cette correction dans la commande des moteurs. On remarque sur la figure 5.1 que le node reçoit les topics *object_position* et *status* provenant du node précédent. Le premier transporte la position et orientation mesurée en temps réel. Cependant, lorsque le QR code est perdu par la camera, les dernières valeurs envoyées demeurent dans le topic. Pour éviter une correction erronée due à ces valeurs, on utilise le deuxième topic. Ce dernier renseigne l'état actuel du tracking c'est-à-dire si le QR code est détecté ou vient d'être perdu.

Le node, codé en C++, est donc un listener des deux topics sus-mentionnés mais est aussi un publisher sur le topic *dyn_command*, transportant les commandes moteurs (dynamixel) calculées. Une particularité de ROS est qu'il permet facilement de traiter des données envoyées ou reçues à des fréquences différentes. De fait, le contrôleur implémenté est à 20Hz mais les informations provenant du tracking sont reçues à 30Hz. Pour éviter tout problème de synchronisation, le nombre de données stockées, i.e. la taille du buffer, est imposé à 1.



FIGURE 5.3 – Exemple de calibration faite avec le package *visp_camera_calibration*[3].

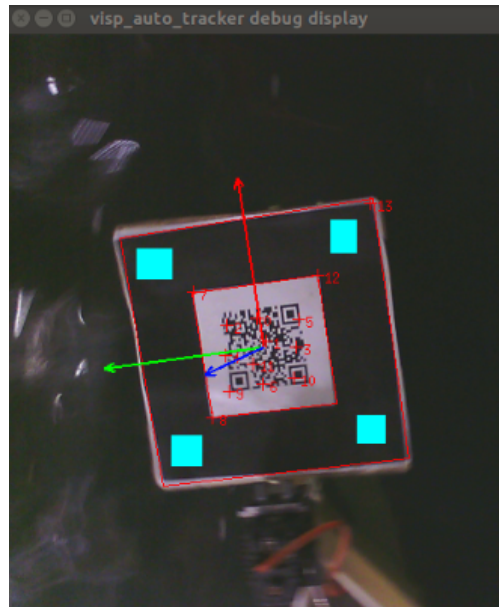


FIGURE 5.4 – Tracking du QR code posé sur la première section du robot. Les trois vecteurs du repère attaché au corps y sont représentés.

5.5 Communication serial Arduino

Après le passage de l'image du QR code au travers des modules, les commandes moteurs sont prêtes à être envoyées à l'Arduino permettant la communication avec les dynamixels. La communication se fait par le biais d'un bus serial USB. Ce dernier envoie les données de manière séquentielle, c'est-à-dire les unes après les autres. Il faut donc que les deux parties communiquant ne "parlent" pas en même temps à la manière d'une discussion par talkie-walkie. Un template a été utilisé *ComArduino.py*. Il doit néanmoins être adapté pour pouvoir envoyer des bits au lieu de chaînes de caractères.

On utilisera ici un modèle maître-esclave où le node ROS, le maître, envoie les commandes à l'Arduino, l'esclave. Celui-ci se contente alors de faire suivre ces données aux moteurs dynamixels et de répondre.

On a donc dans l'ordre

1. Envoi des positions désirées par le node ROS. La position de la dynamixel est codée sur 10 bits.
2. Réception et traitement des données par l'Arduino.

3. Réponse de l'Arduino constituée de la position (10 bits), de la vitesse (11 bits) et de la charge (11 bits) pour chaque dynamixel.

On choisit d'utiliser une trame de 21 bytes pour le transport des données. Le premier byte est utilisé pour indiquer le début d'une trame et éviter de lire des données erronées. Sa valeur sera toujours de 0x55 en hexadécimal. Les 20 bytes restants sont fixés par la réponse de l'Arduino. En effet, 32 bits (= 4 bytes) sont nécessaires par moteur ce qui fait, pour les 5 moteurs utilisés, un total de 20 bytes. Le protocole implémenté est visible sur la figure 5.5.

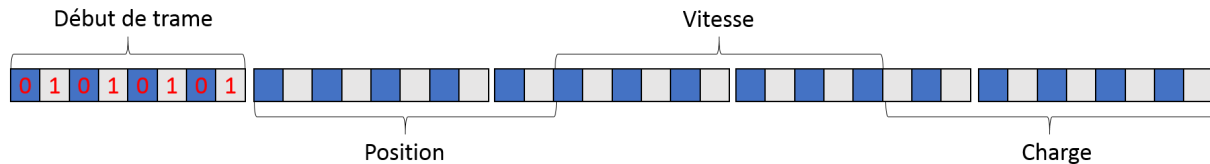


FIGURE 5.5 – Début de trame (0x55) et partie de la trame utilisée pour un moteur. Dans le cas de l'envoi de la position désirée par le contrôleur, les bits correspondant à vitesse et charge sont mis à 0

L'envoi des données via USB se fait byte par byte. On remarque cependant que la position, vitesse et charge ne font, tous, pas un nombre entier de bytes. Il est donc nécessaire d'encoder les données à envoyer et de les décoder de l'autre côté du canal.

Partie 6

Contrôle du robot

Cette section dérivera les éléments utiles pour dériver une loi de commande et un contrôle de trajectoire à appliquer aux servomoteurs pour effectuer une nage anguilliforme. La première partie concernera la dérivation de la loi de la nage anguilliforme. Ensuite une deuxième partie concernera la mise en forme de cette loi en commande pour les servomoteurs. Enfin, la dernière partie concerne le contrôle en boucle fermée de la trajectoire du robot. Le feedback est réalisé avec le tracking en temps réel d'un QR code.

6.1 Cinématique de la nage anguilliforme

Cette section a principalement pour but de dériver une expression de la cinématique de la nage anguilliforme. Le déplacement de l'anguille sera d'abord décrit comme une variation sous forme d'onde de sa *midline*. Ensuite, différents paramètres de cette onde seront étudiés. On peut citer par exemple, l'enveloppe, l'amplitude, la fréquence, etc.

6.1.1 Obtention de l'équation cinématique de la nage

Le mouvement de l'anguille se caractérise par un déplacement latéral de la *midline* de celle-ci. La *midline* est la courbe autour de laquelle le corps du poisson est généré. Celle-ci est donc une ligne non-extensible de longueur L , la longueur du corps. Une représentation de cette courbe est donnée à la figure 6.1.

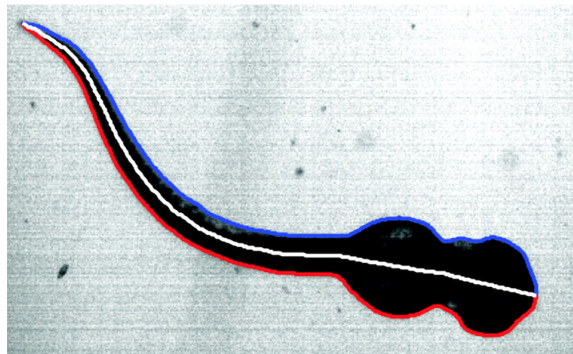


FIGURE 6.1 – La courbe blanche représente la *midline* du poisson.

Pour décrire le mouvement, il est nécessaire d'introduire le paramètre s ($0 \leq s \leq L$) qui représente la longueur d'arc de la *midline*. Le déplacement latéral de celle-ci est défini comme

étant une onde progressive où l'amplitude maximale est atteinte à la queue. Le déplacement latéral dans un repère local est donné par (toutes les longueurs ont été adimensionnalisées avec la longueur, L , du poisson :

$$y_s(z, t) = a(z) \sin(k'z - \omega t) \quad (6.1)$$

avec la longueur d'arc adimensionnelle $z = s/L$ et la longueur d'onde adimensionnelle $\beta = \lambda/L$. On déduit donc le nombre d'onde adimensionnel $k' = 2\pi/\beta$. La fonction $a(z)$ est l'enveloppe de l'onde qui être une fonction strictement croissante de la variable z . Il est également utile d'introduire deux longueurs représentant deux amplitudes :

- L'amplitude a_{max} qui est l'amplitude maximale de l'onde. Celle-ci sera atteinte à la queue à un certain temps t_{max} .
- L'amplitude $A = 2a_{max}$. Elle représente la longueur maximale qui peut être balayée par la queue de l'anguille. Cette amplitude sera également atteinte au temps t_{max} défini précédemment.

Il est également possible d'obtenir une forme adimensionnelle de l'équation 6.1. Il est donc nécessaire d'introduire des paramètres adimensionnels. Les quatre plus importants sont donnés par :

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad (6.2)$$

$$St = \frac{fA}{U} = \frac{2fa_{max}}{U} \quad (6.3)$$

$$\gamma = \frac{a_{max}}{L} = \frac{A}{2L} \quad (6.4)$$

$$\beta = \frac{\lambda}{L} \quad (6.5)$$

qui représentent respectivement le nombre de Reynolds (celui-ci n'apparaîtra pas explicitement dans l'équation mais sera utilisé pour les résultats des expérimentations), le nombre de Strouhal, l'amplitude maximale (de l'onde) adimensionnelle et la longueur d'onde adimensionnelle. Les autres paramètres qu'il faut rendre non-dimensionnels sont le déplacement latéral, $y_s(z, t)$, l'enveloppe $a(z)$, le temps, t , et la longueur d'arc, s (déjà introduite par le paramètre z) :

$$y'_s(z, t) = \frac{y_s(z, t)}{L} \quad (6.6)$$

$$a'(z) = \frac{a(z)}{L} \quad (6.7)$$

$$t' = \frac{tU}{L} \quad (6.8)$$

$$z = \frac{s}{L} \quad (6.9)$$

L'équation 6.1 peut donc dans un premier temps se réécrire :

$$y'_s(z, t) = a'(s) \sin(k'z - \omega t) \quad (6.10)$$

En réécrivant l'argument du sinus avec les paramètres adimensionnels décrit plus haut :

$$k'z - \omega t = \frac{2\pi z}{\beta} - 2\pi f t' \frac{L}{U} = \frac{2\pi z}{\beta} - 2\pi f t' \frac{A}{2\gamma U} = \frac{2\pi z}{\beta} - 2\pi f t' \frac{St}{2\gamma} \quad (6.11)$$

L'équation du déplacement latéral mise sous forme non dimensionnelle est donnée par :

$$y'_s(z, t') = a'(z) \sin \left[2\pi \left(\frac{z}{\beta} - \frac{St}{2\gamma} t' \right) \right] \quad (6.12)$$

Il est désormais possible de déduire quelques caractéristiques du mouvement :

- Le mouvement ondulatoire est caractérisé par une période adimensionnelle T' :

$$T' = \frac{2\gamma}{St} \quad (6.13)$$

- Les amplitudes maximales à la queue (a_{max} et $-a_{max}$) sont atteintes pour les temps t'_{max} et t'_{min} qui maximisent et minimisent la valeur du sinus (pour $z = 1$) :

$$\frac{t'_{max}}{T'} = \frac{1}{\beta} - \frac{1}{4} \quad (6.14)$$

$$\frac{t'_{min}}{T'} = \frac{1}{\beta} + \frac{1}{4} \quad (6.15)$$

Il faut noter qu'il est également possible d'obtenir la coordonnée $x'_s(z, t')$ par la connaissance du déplacement latéral $y'_s(z, t')$ uniquement. Les courbes x'_s et y'_s étant paramétrées par z , la relation suivante est toujours valide pour un certain temps t' :

$$dz^2 = dx_s'^2 + dy_s'^2 \quad (6.16)$$

La variation dx'_s est donc donnée par :

$$dx'_s = \sqrt{dz^2 - dy_s'^2} \quad (6.17)$$

En divisant chaque membre par dz :

$$\frac{dx'_s}{dz} = \sqrt{1 - \left(\frac{dy'_s}{dz} \right)^2} \quad (6.18)$$

A la tête de l'anguille ($z = 0$), la valeur de x'_s est toujours égale à zéro. Il est donc possible d'obtenir la trajectoire de la *midline* en résolvant à chaque temps t' l'équation différentielle

suivante :

$$\begin{aligned}
y'_s(z, t') &= a'(z) \sin \left[2\pi \left(\frac{z}{\beta} - \frac{St}{2\gamma} t' \right) \right] \\
\frac{dx'_s}{dz} &= \sqrt{1 - \left(\frac{dy'_s}{dz} \right)^2} \\
x'_s(0) &= 0
\end{aligned} \tag{6.19}$$

6.1.2 Représentation de différents modes de nage

Pour pouvoir représenter le mouvement de la *midline* il reste à déterminer :

- L'enveloppe de l'onde $a'(z)$
- La valeur des paramètres St , γ et β .

Les valeurs de ces paramètres peuvent être trouvées dans la littérature. Ici deux types d'enveloppes seront étudiées : une enveloppe linéaire [15] et une enveloppe exponentielle [16].

Enveloppe linéaire

L'enveloppe est donnée par :

$$a'(z) = \gamma \frac{z + b}{1 + b} \tag{6.20}$$

On voit qu'à la tête ($z = 0$), l'enveloppe a une valeur de $\frac{b}{1+b}$ et à la queue ($z = 1$), celle-ci a une valeur de γ . Les valeurs des autres paramètres sont données par :

$$\begin{aligned}
b &= 0.03125 \\
\gamma &= 0.125 \\
\beta &= 1
\end{aligned} \tag{6.21}$$

Les valeurs particulières de l'enveloppe à la tête et à la queue sont donc :

$$\begin{aligned}
a'(0) &\approx 0.0303 \\
a'(1) &= 0.125
\end{aligned} \tag{6.22}$$

Plusieurs graphes du déplacement latéral de la *midline* sont représentés à la figure 6.2 pour certaines valeurs de $\frac{t'}{T'}$. La figure 6.3 représente quant à elle l'intégration de l'équation 6.19 pour ces mêmes valeurs de $\frac{t'}{T'}$. On vérifie aisément que l'intégration de l'EDO est correcte par le diagnostic :

$$r = \sum_{i=1}^{N-1} \sqrt{(x'_s(i+1) - x'_s(i))^2 + (y'_s(i+1) - y'_s(i))^2} \tag{6.23}$$

où le vecteur z a été discrétisé avec N points. La valeur de r doit être égale à la longueur de la *midline*, à savoir 1. La valeur obtenue pour r à chaque temps est égale à 0.9994, à savoir une erreur de 0.06%.

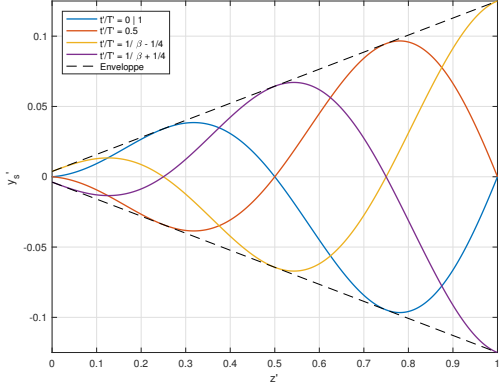


FIGURE 6.2 – Déplacement latéral la *midline* pour une enveloppe linéaire à différentes valeurs de t'/T' .

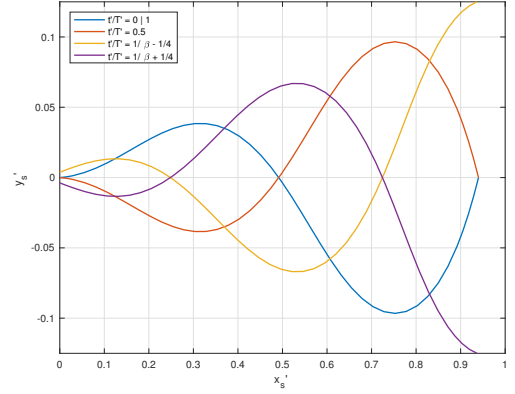


FIGURE 6.3 – Position la *midline* dans le repère (x_s', y_s') à différentes valeurs de t'/T' pour l'enveloppe linéaire.

Enveloppe exponentielle

L'enveloppe est donnée par :

$$a'(z) = \gamma e^{z-1} \quad (6.24)$$

L'enveloppe atteint bien une valeur de γ en $z = 1$. Les autres paramètres sont donnés par :

$$\begin{aligned} \gamma &= 0.1 \\ \beta &= 0.642 \end{aligned} \quad (6.25)$$

Les valeurs particulières de l'enveloppe à la tête et à la queue sont donc :

$$\begin{aligned} a'(0) &\approx 0.0368 \\ a'(1) &= 0.1 \end{aligned} \quad (6.26)$$

Plusieurs graphes du déplacement latéral de la *midline* sont représentés à la figure 6.4 pour certaines valeurs de $\frac{t'}{T'}$. La position de la *midline* dans le plan (x_s', y_s') est quant à elle donnée à la figure 6.5 pour les mêmes valeurs de $\frac{t'}{T'}$.

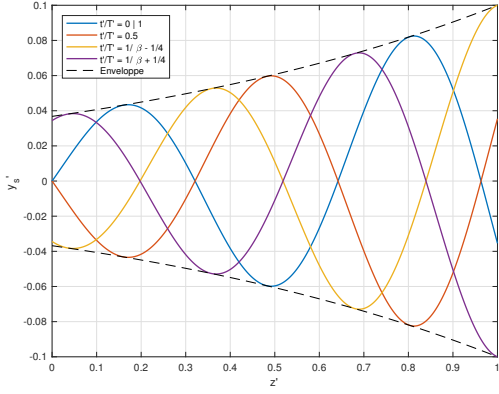


FIGURE 6.4 – Déplacement latéral la *midline* pour une enveloppe exponentielle à différentes valeurs de t'/T' .

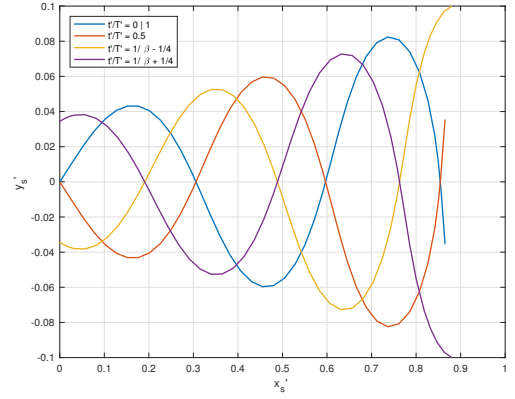


FIGURE 6.5 – Position la *midline* dans le repère (x_s', y_s') à différentes valeurs de t'/T' pour l'enveloppe exponentielle.

6.2 Commande du robot

Dans la section précédente, une loi de commande cinématique du déplacement latéral de la *midline* a été présentée. Néanmoins, les Dynamixels sont des servomoteurs contrôlés en position. Il va donc être nécessaire de traduire la valeur du déplacement latéral y_s en valeur d'angle à entrer comme consigne pour les moteurs. Dans un premier temps, les résultats obtenus à la section précédente seront adaptés au cas du robot. Ensuite, le calcul de l'angle de consigne sera effectué.

6.2.1 Déplacement latéral dans le cas du robot

Premièrement il faut représenter la *midline* dans le cas du robot. Considérons un robot composé de N sections. Le nombre de moteurs qui actionnent le robot est donc égal à $N - 1$. Le robot étant constitué de sections ellipsoïdales et de flotteurs en forme de diamant (dont les axes se superposent), il est clair que la *midline* suit les grands axes (ellipse et losange) des sections. La *midline* du robot est donc une courbe constituée de N segments de droites de longueur $l = 200[mm]$. Les moteurs sont espacés sur la *midline* d'une distance l , le premier se situant entre la première et la deuxième section et le dernier se situant entre l'avant-dernière et la dernière section. L'emplacement des $N - 1$ moteurs est donc donné par (en fonction de la variable adimensionnelle $z = s/L$) :

$$z_i = \frac{il}{L} = \frac{i}{N} \quad i = 1, \dots, N - 1 \quad (6.27)$$

Deux autres points du robot seront à prendre en compte : la tête ($z = 0$) et la queue ($z = 1$). Une représentation est faite à la figure 6.6.

Le déplacement de la *midline* du robot sera défini par l'enveloppe linéaire présentée précédemment. Les mêmes valeurs pour les paramètres b et β seront utilisées. Le déplacement latéral (remis sous

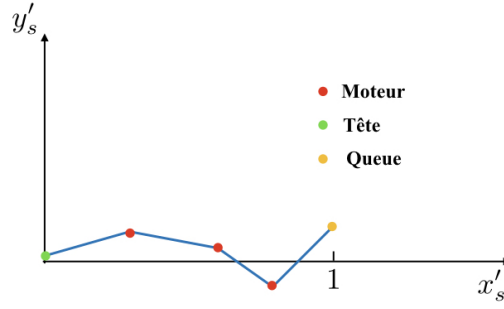


FIGURE 6.6 – *Midline* du robot et emplacement des moteurs pour le cas $N = 4$.

forme dimensionnelle) du moteur i sera donné par :

$$y_{s,i}(t) = a_{max} \frac{0.03125 + i/N}{1.03125} \sin \left[2\pi \left(\frac{i}{N} - \frac{t}{T} \right) \right] \quad (6.28)$$

On voit que la commande prendra comme entrée une amplitude a_{max} et une période T . On peut noter les déplacements particuliers pour la tête et la queue :

$$y_{s,tête} = -a_{max} \frac{0.03125}{1.03125} \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} \right) \right] \quad (6.29)$$

$$y_{s,queue} = a_{max} \sin \left[2\pi \left(1 - \frac{t}{T} \right) \right] \quad (6.30)$$

6.2.2 Consigne en angle

L'étape suivante consiste à convertir la consigne en déplacement latéral (Equation 6.28) en consigne en angle pour la Dynamixel. L'angle α à donner comme consigne au servomoteur est représenté à la figure 6.7.

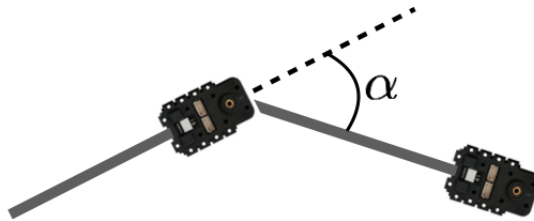


FIGURE 6.7 – Angle de consigne α à donner à la Dynamixel

C'est le complément de l'angle α qui va être calculé à la place de celui-ci. Pour cela, il est utile de s'appuyer sur la figure 6.8.

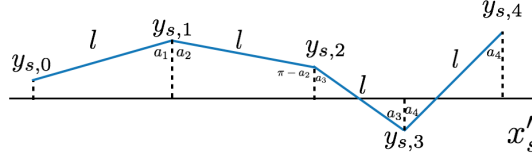


FIGURE 6.8 – Représentation des différents angles utiles au calcul de la consigne

La première étape consiste à calculer les angles a_i . Sachant que la longueur de chaque section est égale à l et connaissant la valeur des différents $y_{s,i}$ via l'équation 6.28, les N angles a_i sont donnés par :

$$a_i = \left| \arccos \left(\frac{y_{s,i} - y_{s,i-1}}{l} \right) \right| \quad i = 0, \dots, N \quad (6.31)$$

L'angle de consigne à appliquer au moteur i est donc finalement donné par :

$$\alpha_i = \pi - (a_{i+1} + a_i) \quad i = 1, \dots, N - 1 \quad (6.32)$$

6.3 Contrôleur en boucle fermée en de la trajectoire

Le bassin de test étant assez étroit (1m), on observait des réflexions sur les parois lorsque le robot était en mouvement. Les vagues réfléchies venaient alors perturber la cinématique du robot qui déviait fortement de sa trajectoire. Le robot venait alors toucher la paroi du bassin après seulement deux ou trois périodes de battement. Cela rendait les tests très difficiles à réaliser et rendait également la comparaison avec la théorie beaucoup plus compliquée. L'idée a donc été d'implémenter un contrôleur en position afin que le robot suive une trajectoire droite.

Le système de tracking de QR code qui devait d'abord servir à mesurer la position en post-processing allait être utilisé comme moyen de guider le robot le long de sa trajectoire en temps réel. Lorsque le robot dévie de l'axe longitudinal il amorce une trajectoire courbe afin de se remettre le long de son axe. Une contrainte est que lorsque le robot avance le long de sa trajectoire, il doit garder son mouvement ondulatoire. L'arc de la trajectoire doit donc être l'axe d'oscillation du robot. Cela revient à modifier la loi 6.28. Cela correspond à l'ajout d'un angle de déflexion spécifique à chaque servomoteur

Cette opération étant assez compliquée, le choix s'est porté sur une trajectoire circulaire. D'une part parce que la courbure de l'axe d'oscillation est constante et égal à l'inverse du rayon du cercle sur lequel s'effectue la trajectoire. Deuxièmement, parce l'angle de déflexion à ajouter à la consigne est le même pour chaque moteur et est facile à déterminer : ajouter un même déphasage à chaque moteur revient à effectuer une rotation de l'axe d'oscillation. A chaque pas de temps dt , le robot va donc effectuer une rotation d'angle constant de son axe d'oscillation, ce qui correspond bien à une trajectoire circulaire. Une représentation est réalisée à la figure 6.9.

Le rayon de courbure est simple à calculer en fonction de l'angle de déflexion : le robot qui effectue une trajectoire circulaire peut être vu comme N cotés d'un polygone régulier de côté l

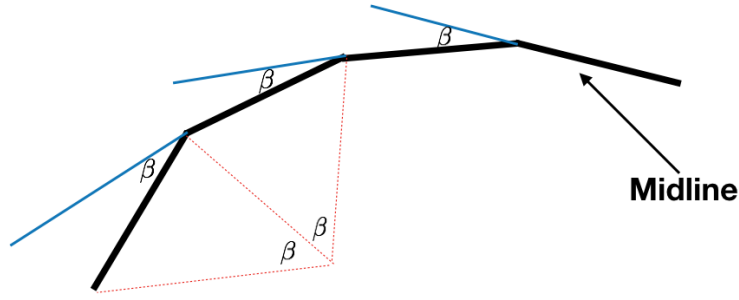


FIGURE 6.9 – Trajectoire circulaire du robot

inscrit dans un cercle. Le nombre de cotés n de ce polygone est lié à l'angle de déflexion : l'angle de déflexion est égal à l'angle au centre à savoir :

$$\beta = \frac{2\pi}{n} \quad (6.33)$$

Sachant que le coté du polygone est égal à la longueur d'une section ($l = 20\text{cm}$). Le rayon de courbure est donné par :

$$R = \frac{l}{2 \sin(\beta/2)} \quad (6.34)$$

Le contrôle s'effectue en venant modifier l'angle de déflexion et ainsi le rayon de courbure. Plus l'erreur sera grande, plus l'angle de déflexion sera grand et le rayon de courbure diminuera, ce qui engendrera un tournant plus serré. L'erreur est définie comme la différence entre la position théorique du robot et la valeur mesurée par le QR code . Celui-ci ayant été placé sur le centre de la première section, on a que le QR code est placé sur la *midline* avec $z = s/L = 0.5/N$. L'erreur est donc définie comme :

$$e(t) = y_s(0.5, t) - y_{mes}(t) \quad (6.35)$$

Le contrôleur utilisé sera de type proportionnel. La loi de contrôle sera donc la loi de commande de base avec l'ajoute d'un angle de déflexion proportionnel à l'erreur :

$$\beta = K_p (y_s(0.5, t) - y_{mes}(t)) \quad (6.36)$$

La valeur de K_p a été choisie à 0.6 après des tests d'essai-erreur. La loi de contrôle finale est donc :

$$\alpha_i = \pi - (a_{i+1} + a_i) + K_p (y_s(0.5, t) - y_{mes}(t)) \quad i = 1, \dots, N - 1 \quad (6.37)$$

où l'angle a a été défini précédemment. La validation du contrôleur est effectuée dans la section des résultats.

6.4 Essai de contrôle en couple

La première tentative de contrôle était de réaliser un contrôle en couple sur les servomoteurs. La Dynamixel ne disposant pas de commande en couple, l'idée était d'utiliser le registre de saturation du couple pour justement essayer de créer une commande en couple. Les résultats en statique se sont montrés assez corrects tandis que les tests dynamiques ont montrés que ce contrôle était irréalisable. Pour voir de détail voir l'annexe correspondante.

Partie 7

Résultats des expérimentations

Cette partie regroupe les différents résultats obtenus lors des expériences réalisées dans le bassin. Les valeurs mesurées sont par exemple la pose du robot (position et orientation), la vitesse de celui-ci, la position angulaire des servomoteurs, etc. Une première section détaille tous les résultats obtenus pour une expérimentation particulière. Une deuxième section valide le contrôleur en analysant trois tests différents. Enfin, une section résume et interprète toutes les données récoltées lors des expériences.

7.1 Setup expérimental

Les expériences sont réalisées dans le bassin du hall LEFT. Pour rappel ce bassin a une longueur de 14m pour une largeur de 1m. Lors des expériences, il y a eu des soucis pour le tracking du QR code du à la forte luminosité et aux reflets sur l'eau. Le dessus du bassin a alors été recouvert et une bâche a été mise sur la vitre latérale(figure 7.1 et 7.2).



FIGURE 7.1 – Vue globale du bassin.



FIGURE 7.2 – Vue intérieure du bassin.

La caméra qui sert à tracker le QR code est placée sur le bras attaché au rail capable de bouger à une vitesse donnée le long du bassin. Le dispositif est représenté à la figure 7.3.

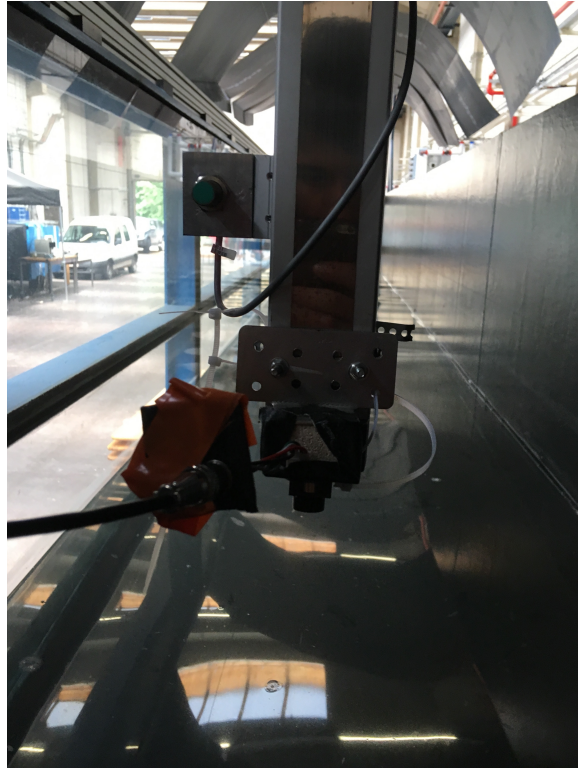


FIGURE 7.3 – Dispositif sur le rail.

Le robot en cours de nage peut être vu sur la figure 7.4



FIGURE 7.4 – Robot en action dans le bassin.

7.2 Détails des résultats pour un cas particulier

Dans cette section, les résultats récoltés pour un cas particulier seront présentés. L'enveloppe choisie est l'enveloppe linéaire. Le cas particulier a comme paramètres :

$$\begin{aligned}\gamma &= 0.125 \\ T &= 5 [s]\end{aligned}\tag{7.1}$$

7.2.1 Données renvoyées par la caméra

Les premiers signaux à analyser sont les six signaux temporels (trois pour la position et trois pour l'orientation). Les figures 7.5 et 7.6 représentent les signaux pour l'orientation et la position respectivement. Pour rappel, les différentes variables représentent :

- $\mathbf{x}$: direction longitudinale.
- $\mathbf{y}$: direction latérale.
- $\mathbf{z}$: hauteur.
- ϕ : lacet.
- θ : roulis.
- ψ : tangage.

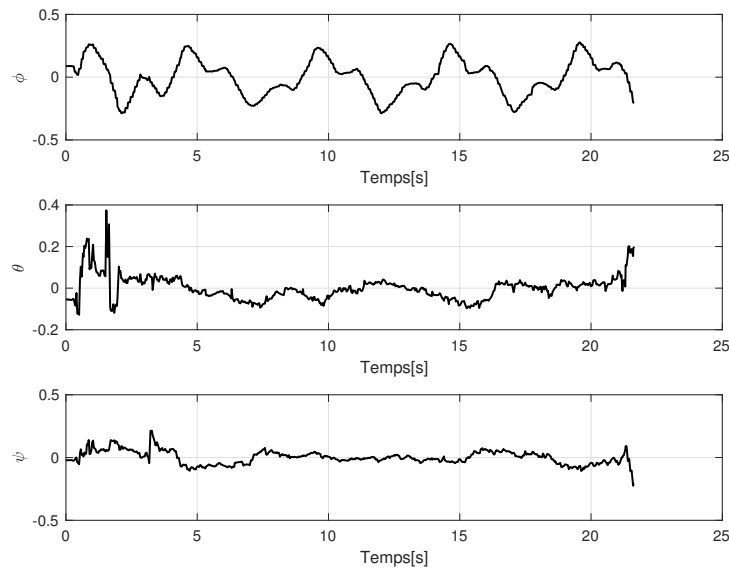


FIGURE 7.5 – Signal temporel des différents angles.

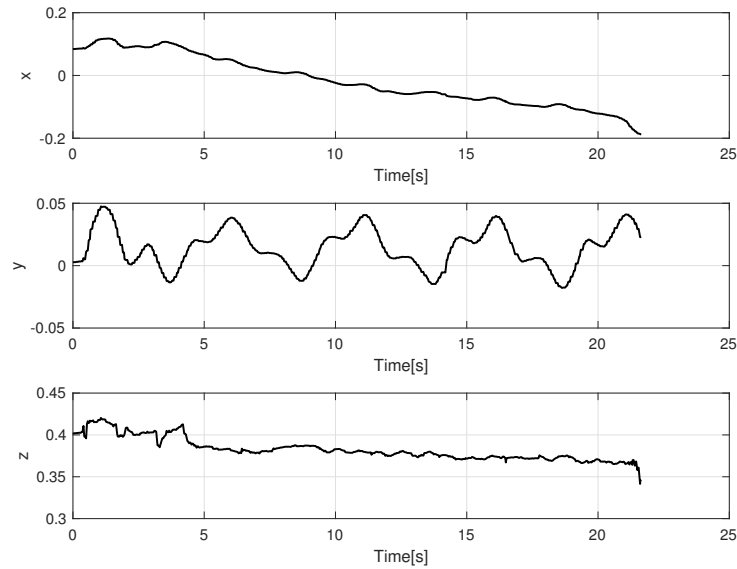


FIGURE 7.6 – Signal temporel de la position.

Quelques remarques peuvent déjà être faites à partir de ces graphes :

- Les signaux ϕ et y sont bien périodiques. Néanmoins ceux-ci devraient être de parfaits sinus. La différence comparée à la théorie est due aux réflexions des vagues sur les parois du bassin. Il est judicieux de réaliser une analyse spectrale afin de voir quelles autres composantes fréquentielles significatives viennent s'ajouter au signal. Les FFT sont représentées sur les figures 7.7 et 7.8.

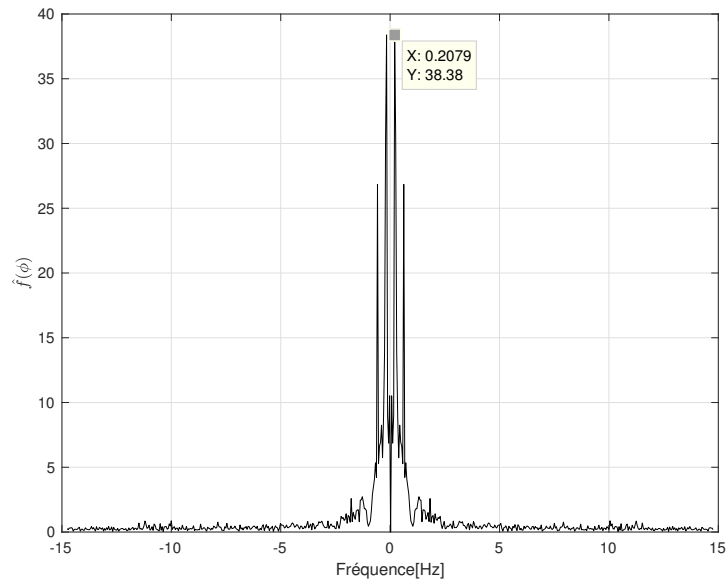


FIGURE 7.7 – FFT du signal ϕ .

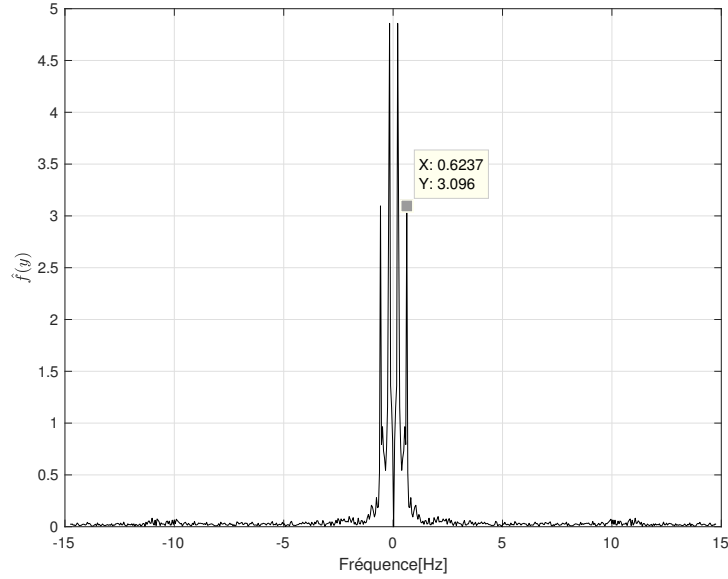


FIGURE 7.8 – FFT du signal y .

Il y a donc deux composantes principales :

1. Une composante principale à **0.2079[Hz]**. Il s'agit de la fréquence de battement de l'anguille ($f = 0.2[Hz], T = 5[s]$). Idéalement, seule cette composante devrait contenir la puissance du signal, celui-ci devant être une sinusoïdale pure.
2. Une composante secondaire à **0.6237[Hz]**. Cette fréquence est assez proche de la fréquence de résonance en roulis calculée précédemment ($0.6517[Hz]$). Cela laisse à supposer qu'il existe un couplage entre le mouvement de roulis et le mouvement de lacet. Une interprétation serait un phénomène d'*adverse yaw* comme sur les avions : lorsque le robot avance, un mouvement de roulis engendre un mouvement de lacet de signe opposé. Cela est représenté à la figure 7.9. On se place au départ dans le plan perpendiculaire à l'axe de roulis. Sans roulis la trainée à gauche est égale à la trainée à droite puisque le robot est placé de façon symétrique. Le robot avance donc sans subir de lacet puisque les trainées sont égales de part et d'autre. Lorsqu'il subit un roulis positif, cette symétrie est rompue et la trainée à gauche devient beaucoup plus importante que celle de droite, le lestage étant concentré à cette endroit. Le robot va donc amorcer un mouvement de lacet négatif (sens trigonométrique).

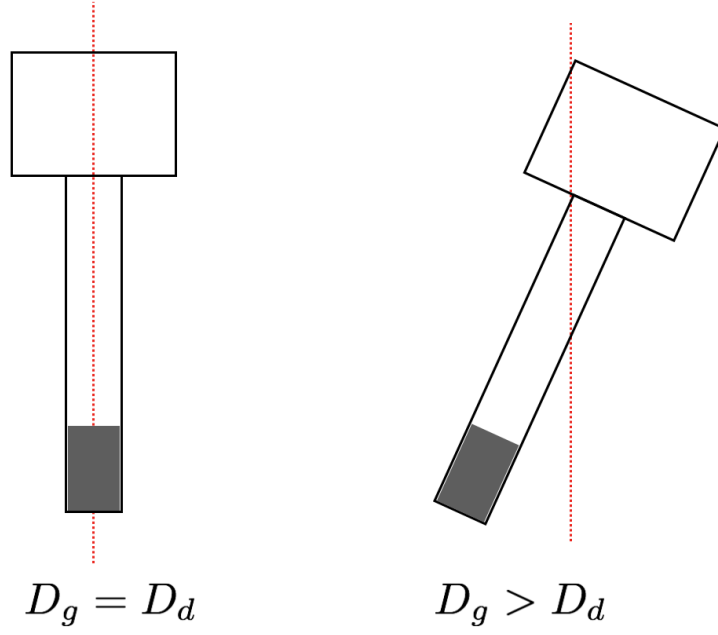


FIGURE 7.9 – Phénomène d'*adverse yaw*.

- La vitesse linéaire en x est constante. Cela correspond bien au comportement attendu : l'anguille avance à vitesse constante le long de l'axe longitudinale. Il faut noter que la position (et donc la vitesse) en x est relative par rapport au repère fixe sur la caméra. Celle-ci étant attachée sur le bras qui se déplace à vitesse constante, il est très facile de retrouver la vitesse réelle du robot.
- La position latérale du robot (y) n'est pas centrée autour de l'axe ($x = 0$). Pour rappel, la consigne de trajectoire du robot est celle du déplacement latéral de la *midline* (équation 6.28). Ce sinus de consigne est bien centré autour de l'axe $x = 0$. Le contrôleur qui a été implémenté est de type proportionnel : ce type de contrôle ne permet pas d'atteindre la valeur de consigne, il y aura toujours une erreur statique. Ne pas avoir atteint la consigne n'est donc pas surprenant. On remarque que le signal est centré autour de la valeur :

$$y_{mean} = 0.0143 \quad (7.2)$$

Dans ce cas-ci, l'erreur statique est donc de l'ordre du centimètre.

L'étape suivante consiste à calculer la vitesse linéaire du robot dans la direction longitudinale. Pour calculer la valeur de la vitesse relative de la caméra, il suffit de prendre la pente du signal x (figure 7.10).

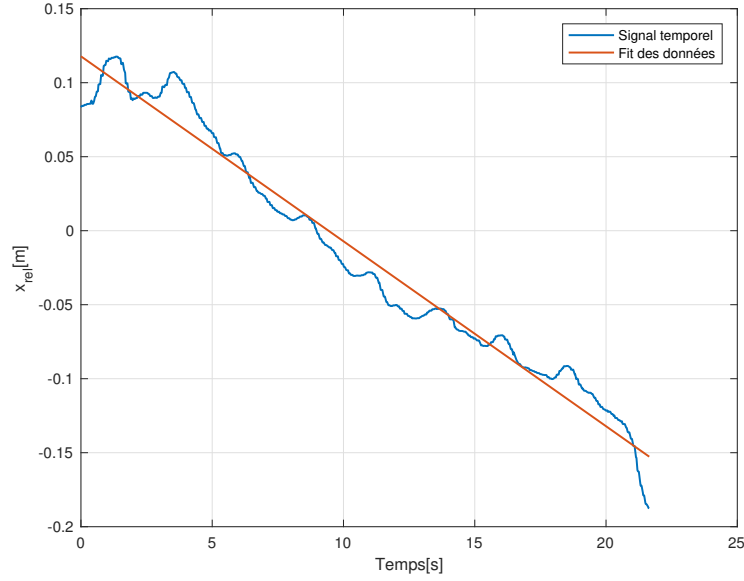


FIGURE 7.10 – Position longitudinale et fit par une loi linéaire.

La vitesse relative a donc pour valeur (attention, le sens de l'axe x a été inversé dans le graphe) :

$$u_{rel} = 0.0125[m/s] \quad (7.3)$$

Le bras ayant été programmé pour avancer à une vitesse constante de $0.0708[m/s]$, la vitesse linéaire du robot est égale à :

$$u_{robot} = 0.0833[m/s] \quad (7.4)$$

Les différents paramètres adimensionnels peuvent dorénavant être calculés :

$$Re = \frac{uL}{\nu} = 6.67 \cdot 10^4 \quad (7.5)$$

$$St = \frac{fA}{u} = 0.48 \quad (7.6)$$

$$T' = 0.521 \quad (7.7)$$

7.2.2 Données renvoyées par les Dynamixels

Les Dynamixels possèdent des encodeurs internes qui permettent de renvoyer (et de contrôler) la vitesse et la position du moteur. Le servomoteur effectue également une estimation du couple fourni par mesure du courant. En effet, dans un moteur DC, le couple électromécanique est proportionnel au courant dans l'enroulement d'armature :

$$C_{em} = k_{\phi} i_a \quad (7.8)$$

Une des premières données à analyser est la position angulaire des différentes Dynamixels. Sans contrôle, l'angle de consigne est une sinusoïde centrée autour de 0. La valeur de cette consigne a été dérivée à partir du déplacement latéral de la *midline* (Voir section sur le contrôle). Le contrôle applique un déphasage sur la moyenne du signal (au départ 0) afin de corriger la trajectoire.

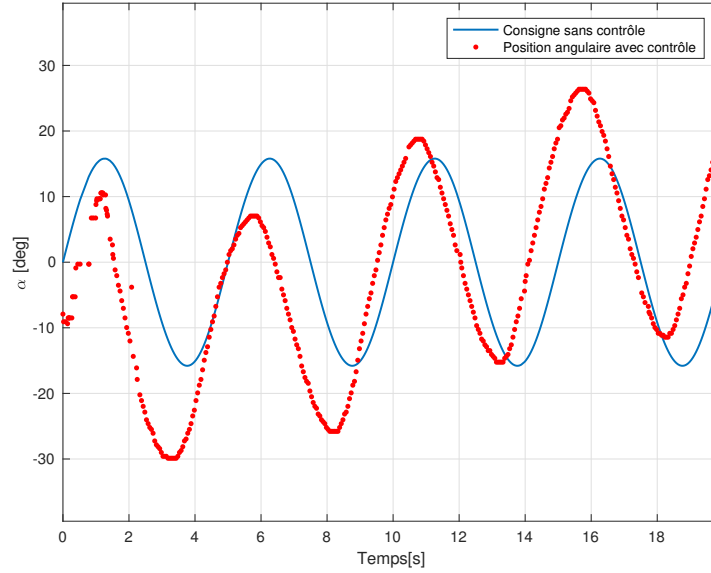


FIGURE 7.11 – Consigne et position du moteur 1.

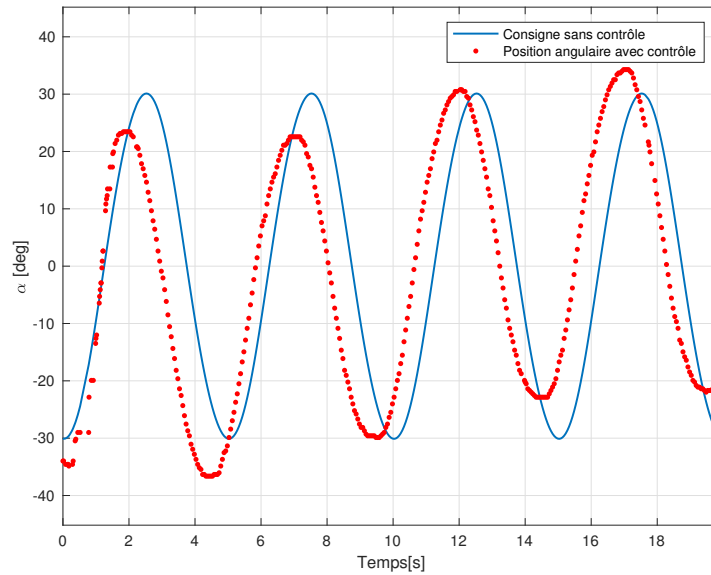


FIGURE 7.12 – Consigne et position du moteur 2.

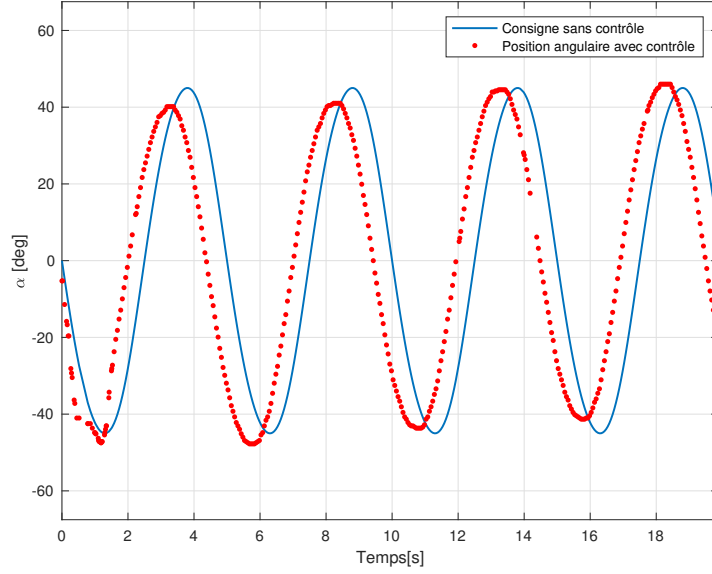


FIGURE 7.13 – Consigne et position du moteur 3.

7.3 Validation du contrôleur

Le contrôleur sera validé par trois tests avec les paramètres (γ et T) utilisés précédemment :

- Un test en open loop avec, au départ, un angle de 0 deg.
- Un test avec contrôleur en démarrant également avec $\phi = 0$ deg.
- Un test avec un angle de départ de ≈ 38 deg.

A noter que les départs ne sont pas exactement lancés sur la ligne $y = 0$, il se peut qu'il y ait une erreur de 1 ou 2 centimètres. La consigne y_s a donc été déphasée en conséquence. Trois diagnostics seront effectués pour comparer les trois tests :

- La Mean absolute error (MAE). C'est simplement la moyenne des écarts entre la valeur théorique et la valeur observée.
- La Root-mean-square error ($RMSE$). C'est l'écart-type des différences entre la valeur théorique et la valeur observée.
- La Relative-mean-square error ($RMSE_2$). C'est une mesure relative de l'écart-type des différences.

Les trois métriques sont définies comme :

$$\begin{aligned}
 MAE &= \frac{\sum_{i=0}^N |y(t_i) - y_s(t_i)|}{N} = \frac{\sum_{i=0}^N |e_i|}{N} \\
 RMSE &= \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^N e_i^2}{N}} \\
 RMSE_2 &= \frac{\sum_{i=0}^N e_i^2}{\sqrt{\sum_{i=0}^N y(t_i)^2} \sqrt{\sum_{i=0}^N y_s(t_i)^2}}
 \end{aligned} \tag{7.9}$$

Etant donné que les valeurs observées et les erreurs sont petites et du même ordre de grandeur ($\approx 10^{-2}$, les deux premières seront assez faibles tandis que la dernière sera justement grande.

Il faudra avant tout s'appuyer sur les graphes et ensuite analyser les métriques. Le tableau 7.1 résume les métriques.

	$MAE[\%]$	$RMSE[\%]$	$RMSE_2[\%]$
Open loop	1.4	1.65	65.92
Contrôleur 0 deg	5.34	5.86	272
Contrôleur 38 deg	4.86	6.1	318

TABLE 7.1 – Métrique pour le contrôleur

7.3.1 Test en open loop

Le déplacement latéral du test en open loop est représenté à la figure 7.14. On voit clairement que le robot dévie de sa trajectoire : après presque deux périodes, il arrive déjà à 10 centimètres de la ligne $y = 0$. De plus il n'arrive pas à résorber l'erreur initiale. Les deux premières métriques sont assez faibles bien que le robot n'est plus du tout sur sa trajectoire. La dernière métrique est quant à elle très élevée vu que les erreurs et les valeurs de consigne sont du même ordre de grandeur. Il est plus judicieux de comparer les métriques des différents tests entre elles que leur valeur dans l'absolu.

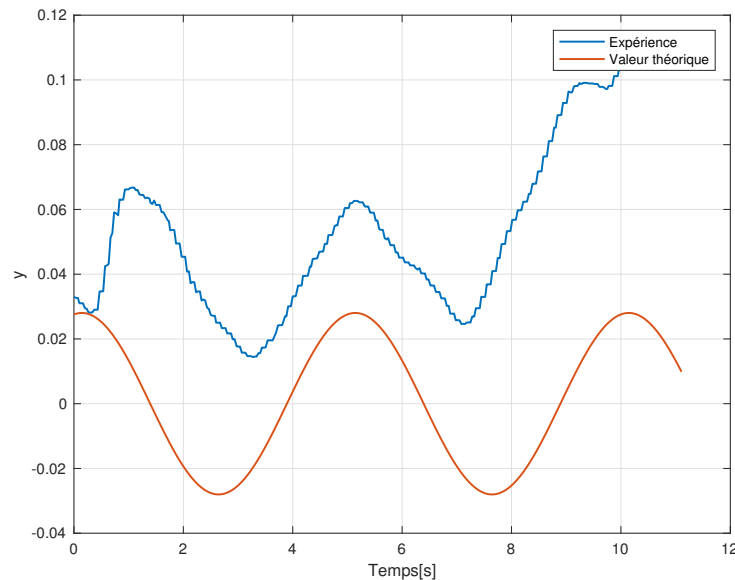


FIGURE 7.14 – Déplacement latéral lors du test en open loop.

7.3.2 Test avec contrôleur

Les résultats du test avec contrôleur se trouvent sur la figure 7.15. La différence avec le test précédent est très claire : le robot arrive presque à suivre exactement la consigne. L'erreur statique est due au contrôleur qui est du type proportionnel. Les diagnostics sont également beaucoup plus faibles comparés à ceux du test en open loop.

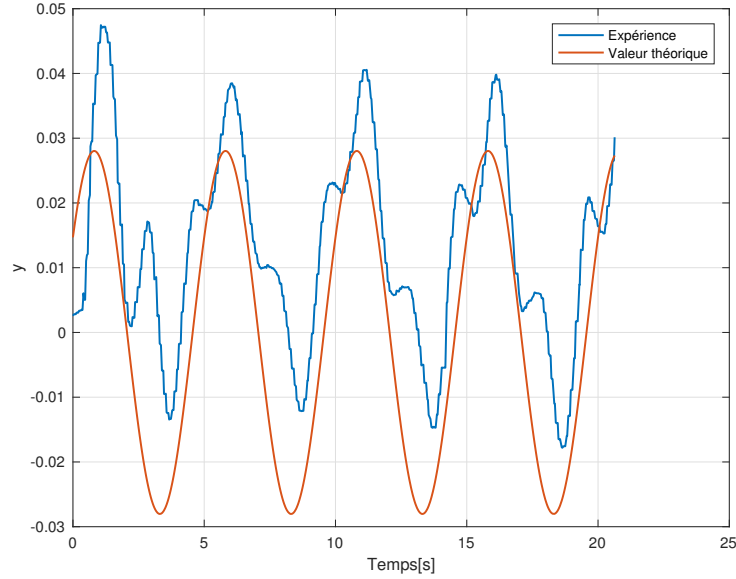


FIGURE 7.15 – Déplacement latéral lors du test avec contrôleur.

7.3.3 Test avec contrôleur et perturbation initiale

Les résultats du test avec la perturbation initiale de ≈ 38 deg est représentée à la figure 7.16. La variation de l'angle de lacet est également représentée à la figure 7.17. Le résultat est assez satisfaisant, l'erreur d'angle est résorbée et le robot arrive à se remettre sur une trajectoire proche de la trajectoire de référence (ligne droite en $y = 0$). L'angle de lacet se recentre également (quasi) autour de zéro. Après qu'il se soit remis sur l'axe, le comportement est assez semblable à celui du test précédent avec une erreur statique très proche. Il faut quand même noter que le robot a besoin de deux périodes pour pouvoir se remettre sur sa trajectoire. Il faut également signaler que l'angle de départ était assez élevé. Les métriques sont les plus élevées pour ce test à cause de l'énorme différence lors des premières secondes du test.

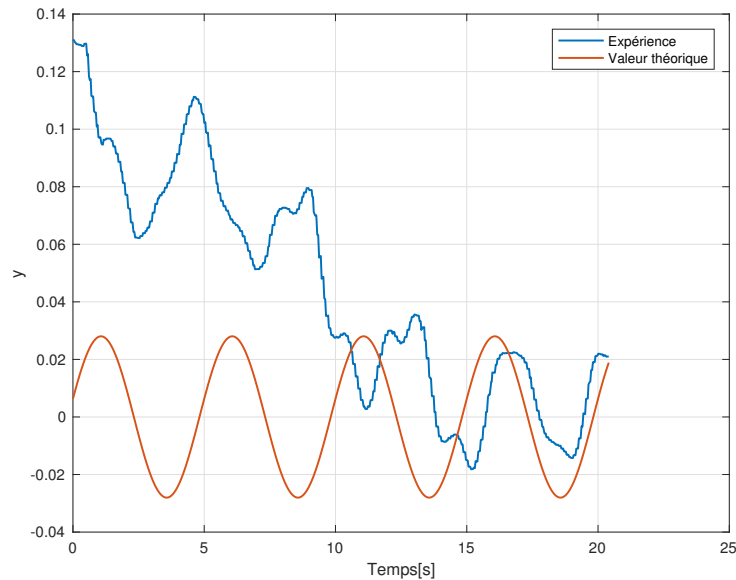


FIGURE 7.16 – Déplacement latéral lors du test avec contrôleur et perturbation initiale.

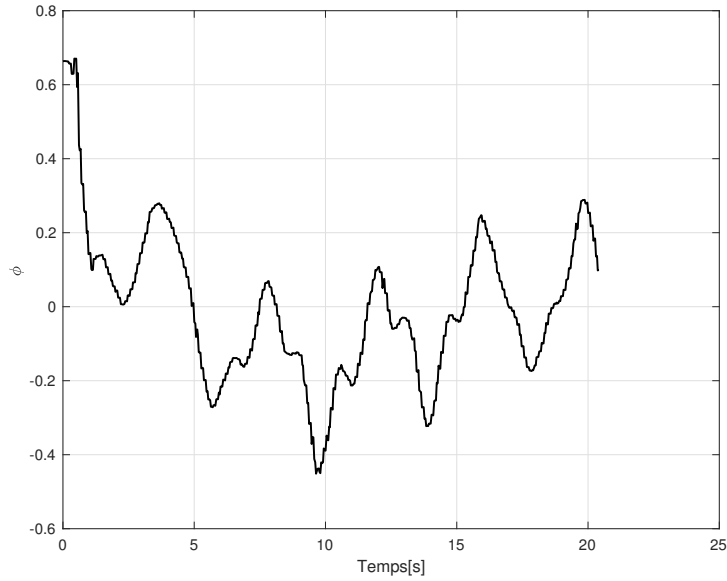


FIGURE 7.17 – Variation de l’angle de lacet lors du test avec contrôleur et perturbation initiale.

7.3.4 Comportement lors des expérimentations

Pour se donner une idée des résultats du contrôleur lors des expériences, le y moyen sera calculé pour chaque expérience. Cette statistique paraît plus simple à comprendre que les valeurs fort extrêmes des trois métriques présentées précédemment. Un box plot de la variable y_{mean} est représentée à la figure 7.18 et les statistiques correspondantes sur la figure 7.19. La moyenne est à 5.5 mm avec une médiane à plus ou moins 7 mm. L’écart interquartile est également petit avec une valeur de plus ou moins 9 mm. L’ordre de grandeur de l’erreur est principalement de l’ordre de quelques millimètres avec quelques valeurs dépassant légèrement le centimètre.

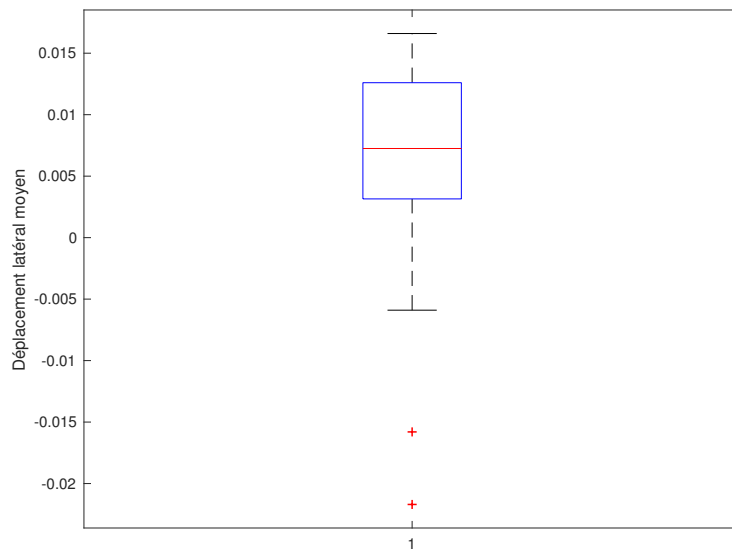


FIGURE 7.18 – Boxplot de la variable y_{mean} .

Descriptives				
Y_mean		Statistic		
X_mean	1,00	Mean		
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	,000922
			Upper Bound	,010118
		5% Trimmed Mean		
		Median		
		Variance		
		Std. Deviation		
		Minimum		
		Maximum		
		Range		
		Interquartile Range		
		Skewness		
		Kurtosis		

FIGURE 7.19 – Statistiques de la variable y_{mean} .

7.3.5 Résumé

Le test en open loop montre que le robot dévie fortement de sa trajectoire à cause des réflexions sur les bords du bassin. Le deuxième test montre que le robot arrive à suivre sa trajectoire de référence (avec une légère erreur statique) malgré les réflexions qui mettent le robot en roulis et induisent ainsi du lacet. Le troisième test montre que le robot arrive à se remettre sur sa trajectoire malgré un angle de départ assez important. Le robot a quand même eu besoin de deux périodes pour effectuer cette manoeuvre. Lors des expériences réalisées dans le bassin, le robot est arrivé à suivre sa trajectoire sans soucis comme en témoignent les statistiques. Les résultats étant très satisfaisants, le contrôleur peut donc être validé. Une amélioration possible est d'ajouter un intégrateur afin d'annuler l'erreur statique.

7.4 Résultats des expérimentations

Cette section regroupe les résultats obtenus lors des expérimentations visant à caractériser la vitesse longitudinale du robot en fonction de la fréquence de battement et de l'amplitude. Après avoir interprété les résultats, il est possible de fitter ceux-ci afin d'obtenir une fonction d'approximation de la vitesse du robot. Une fois cette fonction trouvée, il est possible d'obtenir les paramètres de nage idéaux pour atteindre la vitesse la plus élevée possible. Le tableau 4.1 résume les résultats obtenus. Pour rendre les graphes plus nets, les mesures ont été interpolées avec des polynômes d'Hermite. Cette interpolation ne sert qu'à rendre les graphes plus lisibles et ne représente pas nécessairement l'allure réelle des courbes.

γ	T	y_{mean}	FFT	Freq error[%]	U_{cam}	U_{rel}	U	St	Re	T'
0.125	2.5	-0.0217	NA	NA	0.1667	0.0044	0.1623	0.4930	1.298e5	0.5071
0.1375	2.5	-0.0059	0.3917	2.075	0.1667	0.0093	0.1574	0.5592	1.259e5	0.4918
0.15	2.5	0.0086	0.3688	7.8	0.1667	0.0029	0.1638	0.5862	1.310e5	0.5118
0.1625	2.5	0.0125	0.3822	4.45	0.1667	0.0015	0.1652	0.6297	1.321e5	0.5161
0.175	2.5	0.0091	NA	NA	0.1667	0.0001	0.1666	0.6724	1.333e5	0.5205
0.125	3.0	0.0021	0.3432	2.96	0.1417	-0.0023	0.1440	0.4631	1.152e5	0.5399
0.1375	3.0	0.0071	0.3407	2.21	0.1417	0.0063	0.1354	0.5417	1.083e5	0.5076
0.15	3.0	0.0067	0.3554	6.62	0.1417	-0.0178	0.1595	0.5017	1.276e5	0.5980
0.1625	3.0	-0.0158	0.2458	26.26	0.1417	-0.0032	0.1449	0.5983	1.159e5	0.5433
0.175	3.0	0.0064	0.3153	5.41	0.1417	-0.0077	0.1494	0.6249	1.195e5	0.5601
0.125	4.0	0.0166	0.2941	17.64	0.0833	-0.027	0.1103	0.4532	8.827e4	0.5517
0.1375	4.0	0.0034	0.2923	16.92	0.1083	0.004	0.1043	0.5272	8.347e4	0.5217
0.15	4.0	0.0069	0.3085	23.4	0.1000	-0.02	0.1200	0.5000	9.600e4	0.6000
0.1625	4.0	0.0127	0.3135	25.4	0.1042	-0.0176	0.1218	0.5338	9.741e4	0.6088
0.175	4.0	0.0098	0.3066	22.64	0.1417	0.0156	0.1261	0.5553	1.009e5	0.6303
0.125	5.0	0.0143	0.2079	3.95	0.0708	-0.0125	0.0833	0.4800	6.667e4	0.5208
0.1375	5.0	0.146	0.2	0	0.0833	-0.0048	0.0881	0.4992	7.051e4	0.5508
0.15	5.0	0.0074	0.1891	5.45	0.1000	0.0015	0.0985	0.4873	7.880e4	0.6156
0.1625	5.0	0.0029	0.2001	0.05	0.1000	0.0046	0.0954	0.5451	7.632e4	0.5963
0.175	5.0	0.0127	0.1619	19.05	0.1000	0.0056	0.0944	0.5932	7.552e4	0.5900

TABLE 7.2 – Tableau récapitulatif

7.4.1 Vitesse longitudinale

La vitesse longitudinale a été mesurée à partir des données récoltées par la caméra et le système ROS. Une variation de celle-ci en fonction de la fréquence de battement et de l'amplitude de l'onde adimensionnalisée ($\gamma = \frac{a_{max}}{L} = \frac{A}{2L}$) est représentée à la figure 7.20.

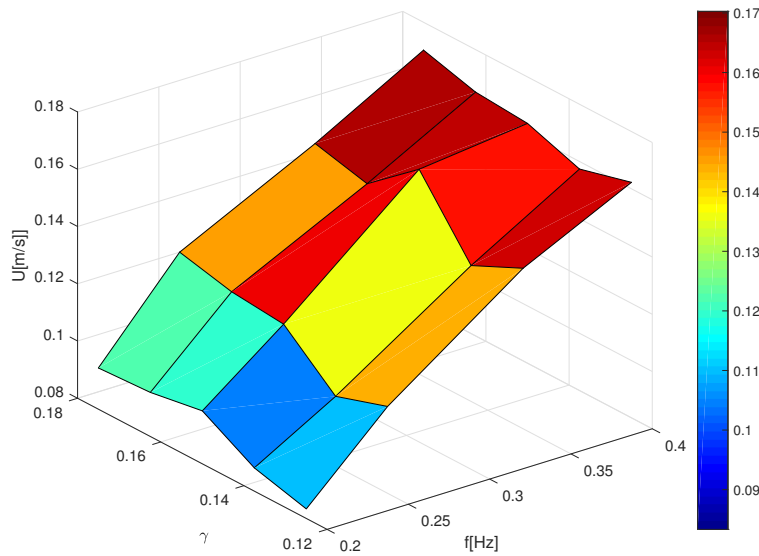


FIGURE 7.20 – Variation de la vitesse en fonction de f et γ .

Les figures 7.21/7.22 représentent la variation de la vitesse en fonction de la fréquence/ γ uniquement pour plusieurs valeurs de γ/f . Deux résultats sont à signaler :

1. La figure 7.21 montre que la vitesse dépend linéairement de la fréquence de battement. Niu [17] avait également obtenu ce résultat. Pour une amplitude fixée, et dans la limite du couple que le robot est capable de développer, la fréquence doit être la plus élevée possible pour pouvoir atteindre la vitesse la plus élevée possible.
2. Sur la figure 7.22, la vitesse varie peu par rapport à l'amplitude contrairement à la variation par rapport à la fréquence. La relation qui lie amplitude et vitesse est par contre beaucoup plus compliquée que dans le cas de la fréquence : on remarque la présence d'extrema locaux dans la gamme d'amplitude couverte lors des tests. Cette relation n'est donc pas une fonction monotone, il n'est pas aussi simple de trouver l'amplitude optimale pour obtenir la vitesse maximale à une fréquence donnée.

La figure 7.22 laisse aussi supposer qu'à plus haute fréquence, la vitesse serait indépendante de l'amplitude γ : en effet, la courbe à $f = 0.4\text{Hz}$ ne varie que très peu avec γ contrairement aux autres. Cette saturation est pourrait être due aux servomoteurs qui doivent développer un couple plus important lorsque la fréquence de battement est plus élevée. Ceux-ci arriveraient à saturation en couple pour de telles valeurs de fréquence de battement

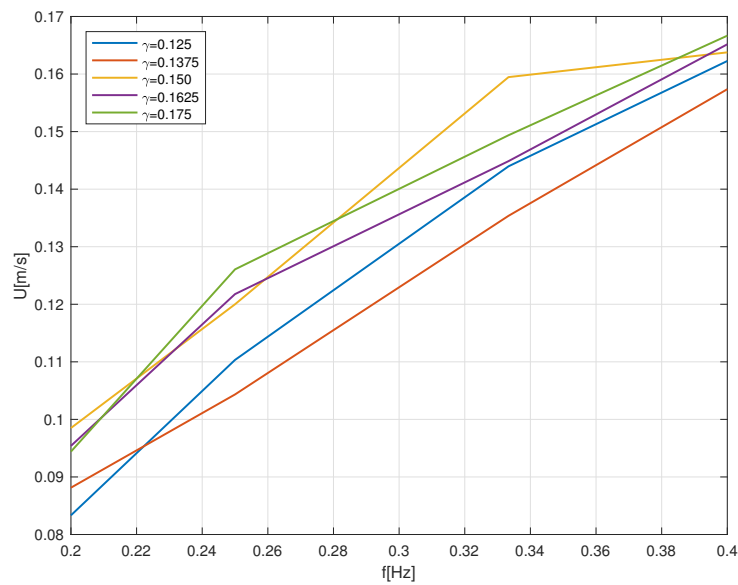


FIGURE 7.21 – Variation de la vitesse en fonction de f pour plusieurs valeurs de γ .

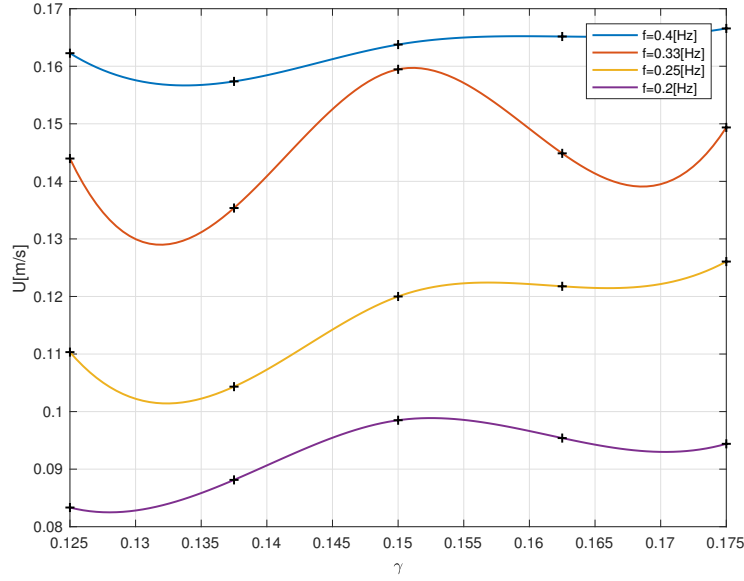


FIGURE 7.22 – Variation de la vitesse en fonction de γ pour plusieurs valeurs de f .

La vitesse étant nulle pour une fréquence de battement nulle, on peut écrire :

$$\frac{\partial U}{\partial f} = C_{U,f}(\gamma) \quad (7.10)$$

Ce qui permet d'écrire la relation $U(f, \gamma)$ sous la forme :

$$U(f, \gamma) = C_{U,f}(\gamma) f + g(\gamma) \quad (7.11)$$

La vitesse étant nulle pour une fréquence nulle et/ou pour une amplitude nulle, on obtient :

$$\begin{aligned} U(0, \gamma) &= g(\gamma) = 0 \\ U(f, 0) &= C_{U,f}(0) f + g(0) = 0 \end{aligned} \quad (7.12)$$

La vitesse $U(f, \gamma)$ est donc une fonction de la forme :

$$U(f, \gamma) = C_{U,f}(\gamma) f \quad (7.13)$$

Ce résultat est assez important puisqu'il montre que le γ qui permet de maximiser la vitesse est universel. Ce γ correspond à celui qui maximise la fonction $C_{U,f}(\gamma)$. Il est possible d'obtenir une approximation de la relation 7.13. Cela consiste à approximer la fonction $C_{U,\gamma}(\gamma)$ en calculant les différentes pentes sur la figure 7.21. Ce curve-fitting a été réalisé par régression linéaire sans intercept puisque $C_{U,f}(0) = 0$. Les valeurs obtenues ont été reprises sur la figure 7.23. Les valeurs ont été fittées avec un polynôme de degré 4. Les coefficients sont repris dans le tableau 7.4.1.

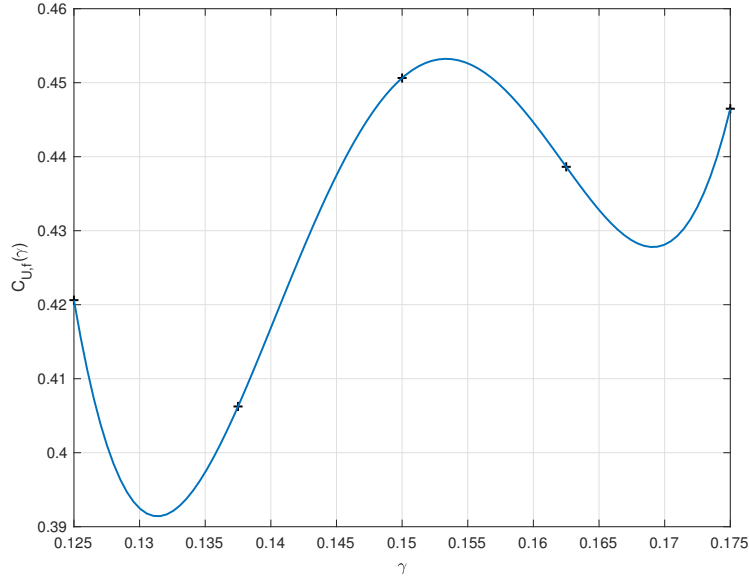


FIGURE 7.23 – Approximation de la fonction $C_{U,\gamma}(\gamma)$.

	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
$C_{U,f}(\gamma)$	3.27e5	-1.98e5	4.46e4	-4.45e3	165.97

TABLE 7.3 – Coefficients du curve-fitting polynômial

Il est maintenant possible d'avoir une approximation de la fonction $U(f, \gamma)$. Celle-ci a la forme :

$$U(f, \gamma) \approx (a_4\gamma^4 + a_3\gamma^3 + a_2\gamma^2 + a_1\gamma + a_0) f \quad (7.14)$$

La représentation sous forme de ligne de niveau est faite à la figure 7.24. La fonction interpolée de $U(f, \gamma)$ est également superposée sur les courbes de la figure 7.22. Cela est représenté à la figure 7.25. Comme on peut le voir, la fonction approximée est assez proche des valeurs récoltées durant les expériences, sauf pour la fréquence à 0.4Hz où la vitesse est surévaluée.

La valeur qui maximise le polynôme est également celle qui maximise la vitesse. Dans ce cas-ci :

$$\gamma_{max} = 0.1533 \quad (7.15)$$

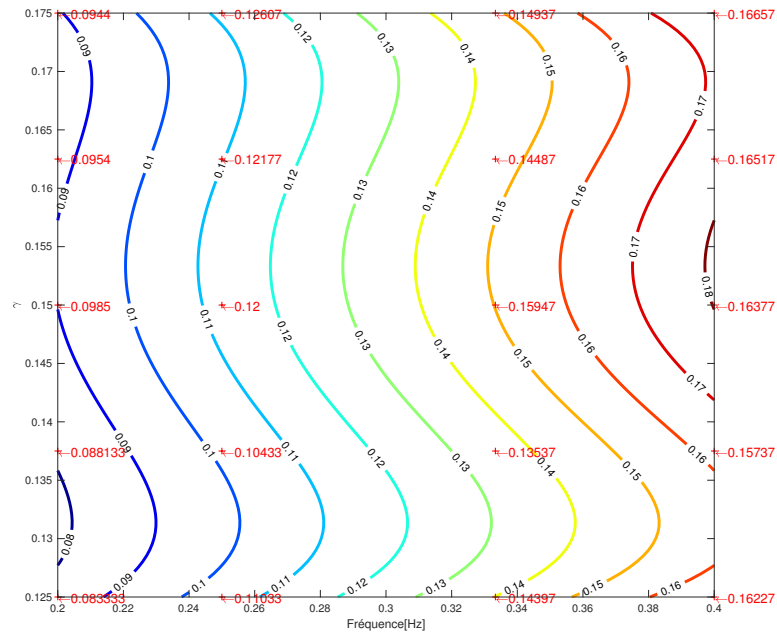


FIGURE 7.24 – Curvefit de la vitesse U . Les valeurs expérimentales sont représentées par les croix rouges

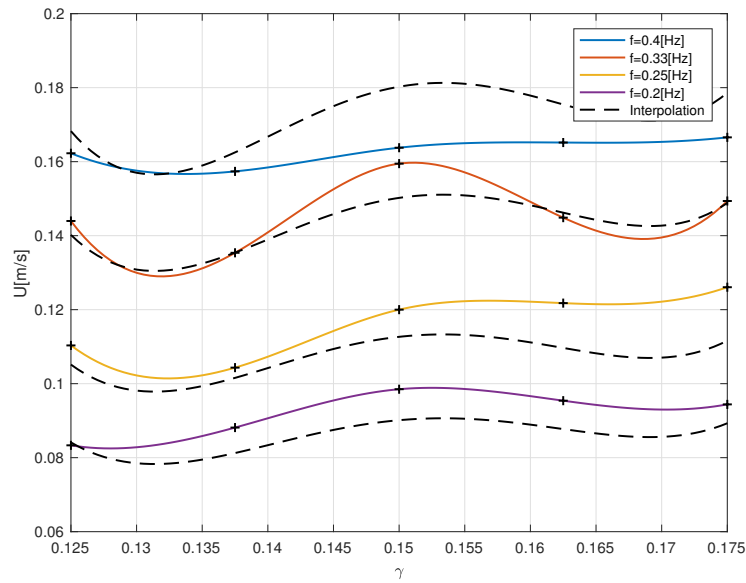


FIGURE 7.25 – Curvefit de la vitesse U pour les quatre fréquences testées lors des expérimentations

7.4.2 Nombre de Strouhal

Il est également possible d'obtenir la variation du nombre de Strouhal en fonction de la fréquence et de l'amplitude. Ceci est représenté à la figure 7.26. La gamme de valeurs du nombre de Strouhal

est de $[0.46, 0.66]$. Pour rappel le Strouhal est défini comme :

$$St = \frac{fA}{U} = \frac{2f\gamma L}{U} \quad (7.16)$$

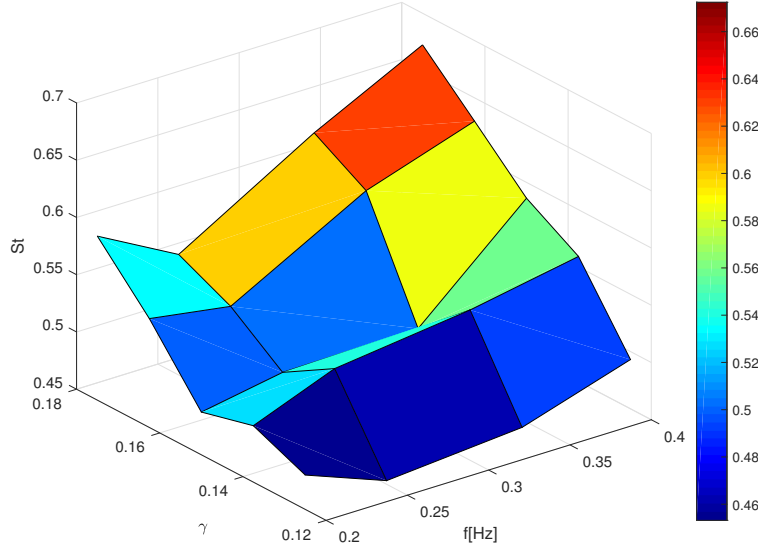


FIGURE 7.26 – Variation du nombre de Strouhal en fonction de f et γ .

Les figures 7.27/7.28 représentent la variation du nombre de Strouhal en fonction de la fréquence/ γ uniquement pour plusieurs valeurs de γ/f . Avec l'expression de la vitesse dérivée précédemment, le nombre de Strouhal s'écrit :

$$St = St(\gamma) = \frac{2\gamma L}{C_{U,f}(\gamma)} \quad (7.17)$$

Il en découle :

$$\frac{\partial St}{\partial f} = 0 \quad (7.18)$$

Le nombre de Strouhal est donc indépendant de la fréquence. Sur la figure 7.27, les courbes sont assez loin d'être des lignes droites, surtout pour les plus hautes valeurs de γ . Pour les plus petites valeurs ($\gamma = 0.125$ et $\gamma = 0.1375$), les courbes sont assez plates. Les droites en pointillés représentent les valeurs que le Strouhal devrait prendre. Sur la figure 7.28, toutes les courbes devraient être les mêmes et égales à celle en pointillé. On voit que la tendance est encore une fois plutôt vérifiée pour les plus faibles valeurs de γ . Une hypothèse de ces divergences serait que les valeurs mesurées soient des outliners et tendent à fausser les données. Vu le faible nombre de données récoltées, serait n'est pas étonnant. Il faudrait refaire d'autres tests pour pouvoir vérifier si ces points sont bien des outliners mais également pour améliorer la qualité du curve-fitting. Comme pour les tests à haute fréquence, il est également possible que les servomoteurs arrivent à saturation quand l'amplitude est trop élevée, ce qui expliquerait la présence de tels outliners.

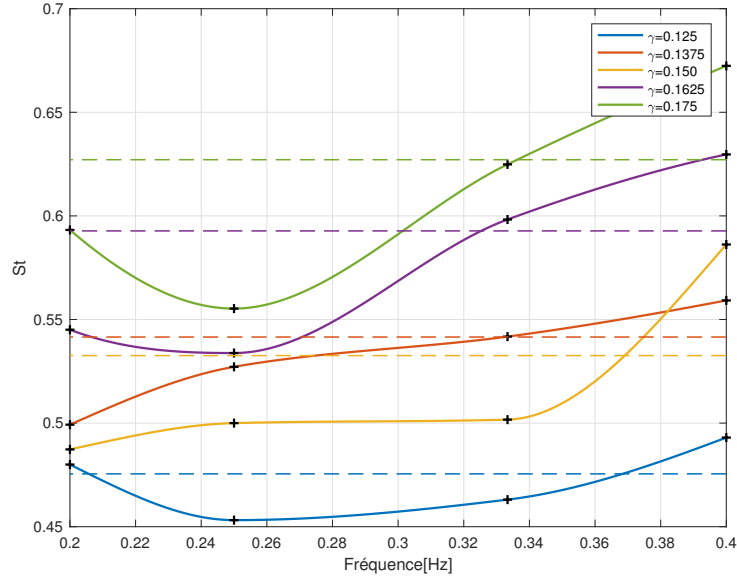


FIGURE 7.27 – Variation du nombre de Strouhal en fonction de f pour plusieurs valeurs de γ .

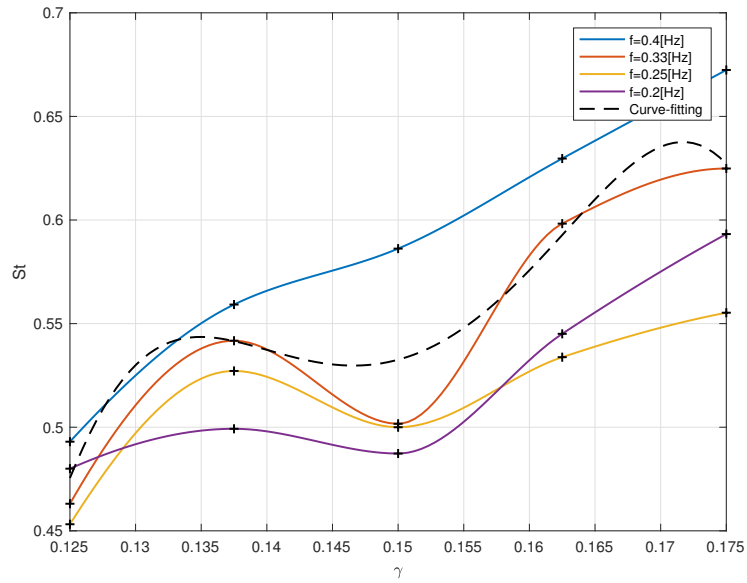


FIGURE 7.28 – Variation du nombre de Strouhal en fonction de γ pour plusieurs valeurs de f .

7.4.3 Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds est proportionnel à la vitesse. Les graphes du nombres de Reynolds seront donc les mêmes que ceux de la vitesse à un facteur d'échelle près ($L/\nu \approx 8 \cdot 10^5$). Le graphe 3D permet de se donner une idée de l'ordre de grandeur (figure 7.29). Re varie donc entre $0.7 \cdot 10^5$ et $1.3 \cdot 10^5$.

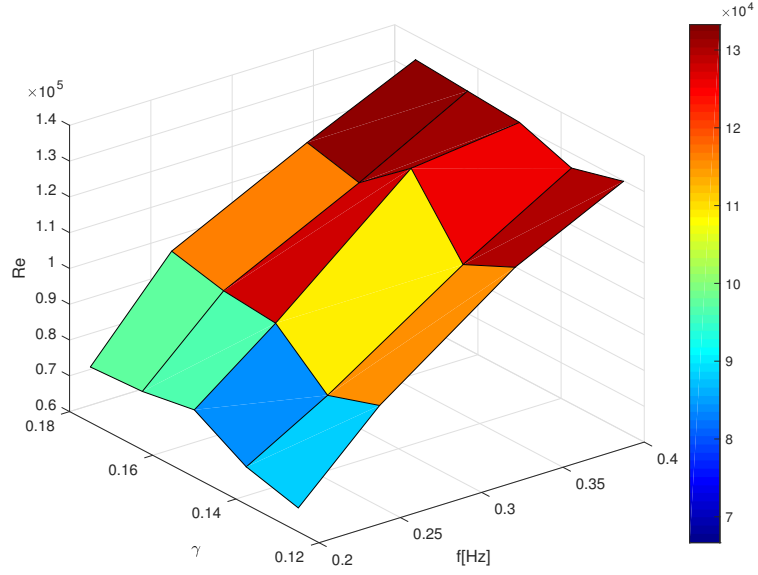


FIGURE 7.29 – Variation du nombre de Reynolds en fonction de f et γ .

7.4.4 Période adimensionnelle T'

Pour rappel, la période adimensionnelle est égale à :

$$T' = T'(\gamma) = \frac{2\gamma}{St} = \frac{1}{L} C_{U,f}(\gamma) \quad (7.19)$$

Cette période étant très liée au Strouhal, les remarques sont les mêmes que pour celui-ci. Les résultats sont présentés sur les figures 7.30, 7.31 et 7.32.

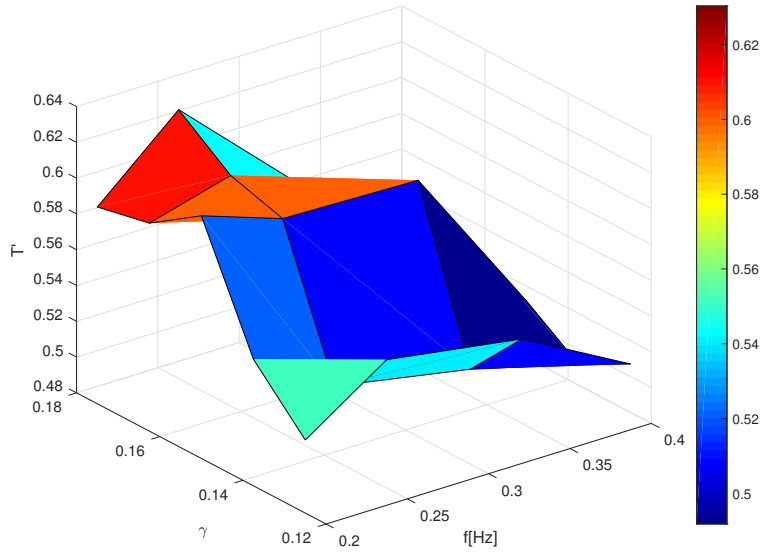


FIGURE 7.30 – Variation de T' en fonction de f et γ .

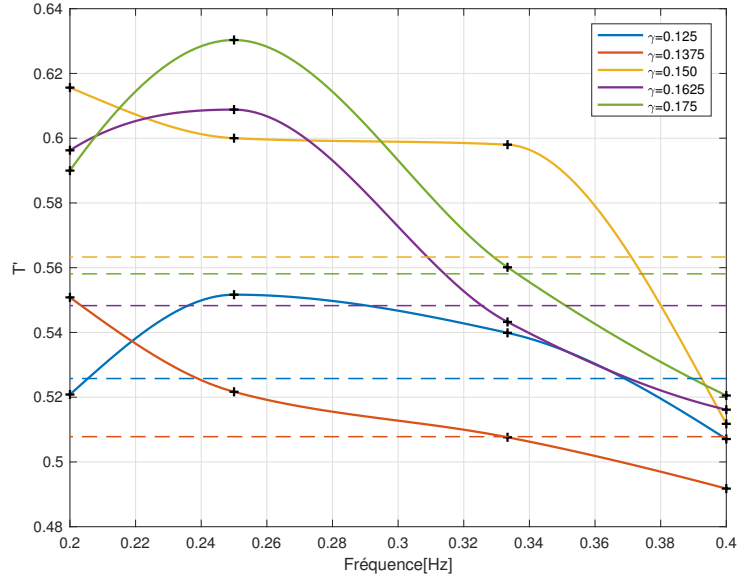


FIGURE 7.31 – Variation de T' en fonction de f pour plusieurs valeurs de γ .

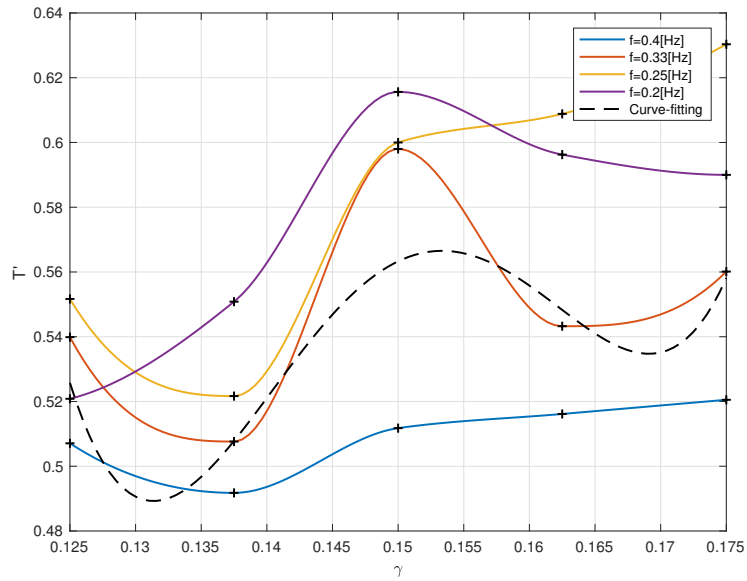


FIGURE 7.32 – Variation de T' en fonction de γ pour plusieurs valeurs de f .

7.4.5 Discussion

Le but de section était de tirer des caractéristiques de la nage anguilliforme à partir de tests réalisés dans le bassin. Le principal objectif était de réaliser des expériences à diverses fréquences et amplitudes afin de trouver les paramètres qui permettent d'atteindre la vitesse de nage la plus élevée possible. Les principales conclusions étaient les suivantes :

- La vitesse longitudinale varie linéairement avec la fréquence de battement. La pente dépend de la valeur de l'amplitude de nage. C'est donc à la fréquence la plus élevée possible que l'on atteint la nage la plus rapide possible.

- Cette variation linéaire de la vitesse avec la fréquence implique que la valeur de l'amplitude qui optimise la nage est universelle pour toutes les fréquences. La vitesse maximale est donc atteinte à fréquence maximal avec cette valeur particulière de l'amplitude dérivée plus haut.
- Le nombre de Strouhal est donc indépendant de la fréquence.

Néanmoins, le nombre d'expériences réalisées est assez faible (20). Cela implique que les curve-fitting réalisés ne sont pas des plus exacts. De plus, certaines valeurs s'avèrent être des outliners. L'idéal est de refaire des tests afin de vérifier les conclusions tirées précédemment.

Conclusion

Nous vous avons présenté les différentes améliorations apportées au prototype de l'année passée. Au terme de ce travail, nous pouvons dire que le prototype réalisé respecte bien les attentes de départ et ouvre des portes à diverses utilisations futures.

La stabilité a été analysée minutieusement en réalisant diverses simulations pour optimiser des paramètres comme la forme du flotteur, ses dimensions, le poids du robot final, etc. Une fois le dimensionnement fini, le prototype était prêt pour l'impression. L'impression ne s'est pas faite au hasard, les choix du matériaux, de l'imprimante et des paramètres d'impressions ont été minutieusement étudiés. En se basant sur l'expérience de certaines personnes et sur de nombreux tests d'impression. Le choix optimal a pu se faire et le résultat est un robot complètement étanche.

Le deuxième point fort est la mise en place du système de tracking qui servait avant tout d'outil de post-processing. Après avoir observé des difficultés dans le bassins, notamment les ondes réfléchies qui venaient perturber le robot, le système a été mis à jour afin de pouvoir réaliser du tracking en temps réel. Cela a permis d'avoir un rétroaction sur la position ouvrant la possibilité d'un contrôle en boucle fermée. Après des tests de validation, le contrôleur s'est montré d'une efficacité plus que convaincante.

Finalement, divers tests ont été réalisés afin de caractériser la vitesse de nage en fonctions des différents paramètres intervenant dans la commande. Ces tests ont permis d'approximer une loi pour la vitesse et ainsi de trouver les paramètres de nage optimaux.

Ce prototype ouvre donc la voie à de nombreuses améliorations : réaliser d'autres tests afin de confirmer la loi pour la vitesse, se servir du système de tracking pour effectuer un contrôle plus poussé ou encore changer les moteurs pour réaliser un contrôle en couple. Finalement, des tests de visualisation de l'écoulement pourront être réalisés afin de confirmer la théorie.

Bibliographie

- [1] La misaine. Mouvement du bateau. <https://lamisaine.jimdo.com/2016/04/03/mouvements-du-bateau/>. [En ligne ; consulté le 14-04-2018].
- [2] By Life of Riley. Own work. <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=16339428>. CC BY-SA 2.5 [En ligne ; consulté le 14-04-2018].
- [3] Filip Novotny. visp_camera_calibration. http://wiki.ros.org/visp_camera_calibration. [En ligne ; consulté le 19-05-2018].
- [4] Martin Vanderwegen, Gilles ; Barbason. Swimming eel-like robot. Master's thesis, Ecole polytechnique de Louvain, 2017. Prom. : Ronsse, Renaud ; Chatelain, Philippe.
- [5] Robotis. Ax-12/ ax-12+ / ax-12a. http://support.robotis.com/en/product/actuator/dynamixel/ax_series/dxl_ax_actuator.htm#Actuator_Address_26. [En ligne ; consulté le 13-02-2018].
- [6] Prof. Dr. S.Beji. Ship theory dynamics - seakeeping and maneuvering 2. http://www.serdarbeji.com/wp-content/uploads/2014/08/SHIP-THEORY_DYNAMICS_2.pdf. [En ligne ; consulté le 23-02-2018].
- [7] Wikipedia (en). Metacentric height. https://en.wikipedia.org/wiki/Metacentric_height. [En ligne ; consulté le 19-02-2018].
- [8] Wikipedia (fr). Équilibre du navire. https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quilibre_du_navire. [En ligne ; consulté le 04-02-2018].
- [9] Wikipedia (fr). Moment quadratique. https://fr.wikipedia.org/wiki/Moment_quadratique. [En ligne ; consulté le 08-02-2018].
- [10] Janis Kliava Jacques Mégel. Metacenter and ship stability. *American Journal of Physics, American Association of Physics Teachers*, (78 (7)) :738–747, 2010. <10.1119/1.3285975>. <hal-00390980>.
- [11] Wikipedia. Oscillateur harmonique. https://fr.wikipedia.org/wiki/Programmation_de_commande_numérique. [En ligne ; consulté le 04-06-2018].
- [12] Wikipedia. Oscillateur harmonique. https://fr.wikipedia.org/wiki/Oscillateur_harmonique. [En ligne ; consulté le 03-06-2018].
- [13] Benjamin Pitzer. usb_cam. http://wiki.ros.org/usb_cam. [En ligne ; consulté le 19-05-2018].
- [14] Filip Novotny. visp_auto_tracker. http://wiki.ros.org/visp_auto_tracker. [En ligne ; consulté le 19-05-2018].
- [15] Wim M. van Rees Petros Koumoutsakos Mattia Gazzola, Philippe Chatelain. Simulations of single and multiple swimmers with non-divergence free deforming geometries. *Journal of Computational Physics*, (230) :7093–7114, 2011.
- [16] I. Borazjani and F. Sotiropoulos. On the role of form and kinematics on the hydrodynamics of self-propelled body/caudal fin swimming. *The Journal of Experimental Biology*, (213) :89–107, 2010. St Anthony Falls Laboratory, Department of Civil Engineering, University of Minnesota, Minneapolis, MN 55402, USA.

- [17] Qinyuan Ren Qingguo Wang Xuelei Niu, Jianxin Xu. Locomotion generation and motion library design for an anguilliform robotic fish. *Journal of Bionic Engineering*, (10) :251–264, 2013. Department of Electrical and Computer Engineering, National University of Singapore, Singapore 117576, Singapore.

Annexe A

Contrôle en couple

A.1 Equation du mouvement

Pour dériver l'équation du pendule, nous allons utiliser le lagrangien. Les équations du mouvement sous forme lagrangienne sont données par :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_i \quad (\text{A.1})$$

où q_i représente les coordonnées généralisées, F_i les forces non-conservatives et L le lagrangien défini par la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système :

$$L = E_c - E_p \quad (\text{A.2})$$

Pour dériver l'expression du lagrangien, nous allons effectuer les hypothèses suivantes :

1. La masse située à l'extrémité du pendule est considérée comme étant une masse ponctuelle donc sans inertie.
2. La masse et l'inertie du bras du pendule sont considérées comme étant nulles.
3. Il n'y a aucun frottement.

Dans notre cas, l'unique coordonnée généralisée est l'angle θ que forme le bras du pendule avec l'axe vertical. L'unique force non-conservative provient du couple τ appliqué au bras du pendule. L'énergie cinétique est donnée par :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 \quad (\text{A.3})$$

La différence de hauteur est donnée par :

$$\Delta y = l - l \cos \theta = l(1 - \cos \theta) \quad (\text{A.4})$$

L'énergie potentielle est donc :

$$E_p = mg\Delta y = mgl(1 - \cos \theta) \quad (\text{A.5})$$

On obtient donc l'expression du lagrangien :

$$L = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 - mgl(1 - \cos \theta) \quad (\text{A.6})$$

Nous avons donc :

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = ml^2\dot{\theta} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -mgl \sin \theta \quad (\text{A.8})$$

Nous obtenons donc l'équation finale du mouvement :

$$\underbrace{ml^2}_{J} \ddot{\theta} + mgl \sin \theta = \tau \quad (\text{A.9})$$

Pour une valeur de couple donnée, nous pouvons facilement trouver l'angle que formera le pendule à l'équilibre. En égalisant $\ddot{\theta}$ à 0 dans l'équation A.9 nous obtenons comme angle à l'équilibre :

$$\bar{\theta} = \text{asin}\left(\frac{\tau}{mgl}\right) = \text{asin}\left(\frac{\tau l}{Jg}\right) \quad (\text{A.10})$$

A.2 Dynamixel

La Dynamixel AX-12A est un servomoteur capable d'être contrôlé en position et en vitesse. Il permet également d'avoir un feedback sur différentes variables du servomoteur (comme la position, la vitesse, la température interne, etc...). Le contrôle du moteur s'effectue en écrivant dans la mémoire interne (RAM et EEPROM) du servomoteur. Par exemple, pour définir la vitesse de rotation du moteur, il faut dans le registre 'Moving speed' qui enjambe les adresses 32 (0x20) et 33 (0x21). Heureusement, des bibliothèques ont été écrites afin de simplifier l'écriture dans la mémoire de la Dynamixel.

La Dynamixel peut opérer selon deux modes différents :

- Joint mode : le servomoteur tourne jusqu'à l'angle de consigne (défini dans le registre 'Goal position') avec la vitesse définie dans le registre 'Moving speed'.
- Wheel mode : le servomoteur effectue des tours complets (comme un moteur classique) avec la vitesse définie dans le registre 'Moving speed'.

On peut effectuer une petite remarque concernant le sens de rotation du moteur :

- En joint mode, le sens de rotation est choisi par le servomoteur lui-même afin de minimiser la distance à parcourir.
- En wheel mode, c'est la valeur inscrite dans le registre qui définit le sens de rotation. Le registre étant composé de 10 bits, on peut y inscrire des nombres entre 0 et 2047. Pour une valeur comprise entre 0 et 1023, le moteur tourne dans le sens anti-horlogique et pour une valeur comprise entre 1024 et 2047 celui-ci tourne dans le sens horlogique (ce qui revient à dire que c'est le premier bit qui contrôle la direction).

A.3 Contrôle via le registre du couple maximum

La Dynamixel n'est pas contrôlable en couple mais possède un registre qui permet de limiter le couple appliqué par le moteur. Il faut noter que la valeur inscrite dans ce registre sera tout le temps lue par le servomoteur comme étant positive. Cela signifie que la valeur inscrite dans le registre représente la valeur absolue du couple. Le signe du couple sera défini par le sens de rotation du moteur.

La stratégie de contrôle est la suivante : mettre une grande consigne de vitesse et contrôler la valeur du registre du couple maximum. Le but est d'amener le moteur à saturation afin que la valeur du couple maximum soit atteinte ce qui signifie que le couple appliqué sera égal à cette valeur du couple maximum.

A.3.1 Benchmark (statique)

La benchmark utilisée pour valider la méthode consiste à réaliser un test statique avec un pendule simple. Comme vu précédemment, à l'équilibre l'angle du pendule est lié au couple appliqué par la relation :

$$\bar{\theta} = \text{asin}(K\tau) \quad (\text{A.11})$$

avec $K = \frac{l}{gJ}$. Le pendule ne pouvant pas respecter les hypothèses du pendule simple, la valeur de K ne sera pas exacte. Néanmoins, en réalisant une calibration adéquate, il est possible de calibrer la valeur de K et ainsi trouver une inertie équivalente.

En utilisant un solveur non-linéaire au sens des moindres carrés, nous obtenons le résultat suivant :

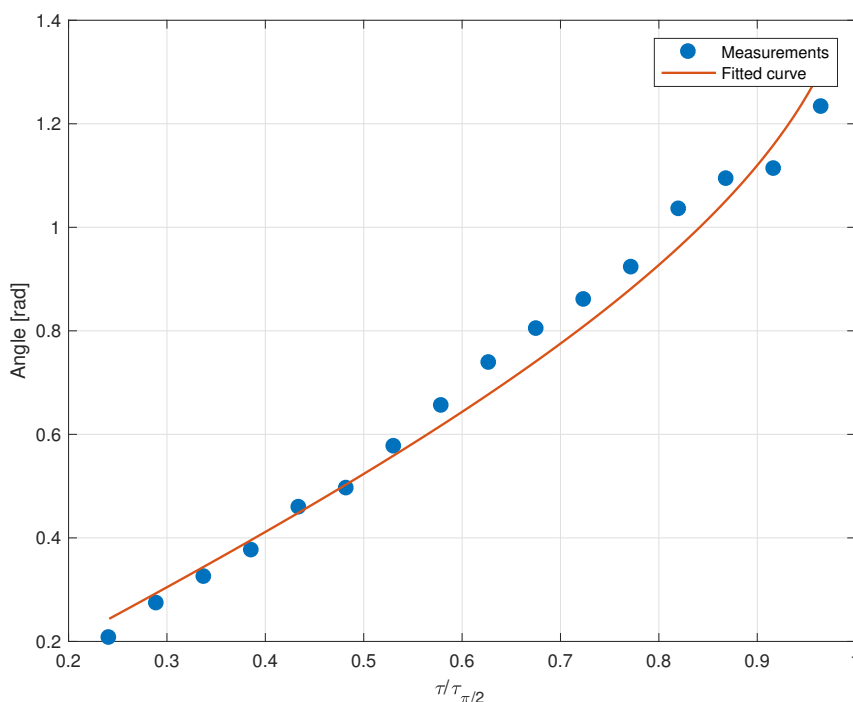


FIGURE A.1 – Curve-fitting des données expérimentales avec le modèle théorique

La valeur correspondante du paramètre K est :

$$K = 0.0024 \quad (\text{A.12})$$

En connaissant la longueur l , nous pouvons trouver une valeur pour l'inertie équivalente :

$$J_{eq} = 8.4947 \quad (\text{A.13})$$

A.3.2 Benchmark (dynamique)

Les tests statiques ont permis de pouvoir trouver une valeur pour l'inertie du système. Il est désormais possible de réaliser des tests dynamiques comme par exemple entrer une consigne en couple sinusoïdale. La première consigne testée était celle d'un échelon de consigne de couple commençant à une certaine valeur τ_1 et finissant à une valeur $\tau_2 < \tau_1$. Malheureusement le pendule a atteint l'angle d'équilibre $\bar{\theta}_1 = \text{asin}(K\tau_1)$ sans jamais redescendre jusqu'à l'angle d'équilibre $\bar{\theta}_2 = \text{asin}(K\tau_2)$.

La raison pour laquelle cela ne fonctionne pas est assez simple : pour entrer une commande en couple τ_1 , la Dynamixel a été configurée pour tourner dans le sens anti-horlogique. Le pendule atteint ensuite sa position d'équilibre en $\bar{\theta}_1$ comme dans le cas statique. Au moment où la commande passe de τ_1 à τ_2 , le pendule doit redescendre puisque le couple appliqué devient plus faible. La Dynamixel doit donc tourner dans le sens horlogique or celle-ci a reçu une commande de vitesse qui la fait tourner dans le sens anti-horlogique. La Dynamixel a été conçue afin d'éviter ce genre de mouvement, ce qui rend ce genre de consigne impossible à suivre. On voit donc que cette méthode ne permet pas de suivre une consigne de couple $f(\tau)$ si :

$$\frac{df}{d\tau} < 0 \quad (\text{A.14})$$

