

Faculté des sciences

Modélisation actuarielle du premier pilier de pension

Une évaluation quantitative par les Comptes de Transferts Nationaux et la Comptabilité Générationnelle.

Auteur: **Hiba MAJDOUBI**
Promoteur: **Pierre DEVOLDER**
Lecteur: **Cindy COURTOIS**
Année académique 2025–2026
Master[120] en sciences actuarielles

Résumé

Ce mémoire évalue la soutenabilité financière et l'équité intergénérationnelle du premier pilier de pension belge face au choc du vieillissement démographique. Partant du constat que les projections budgétaires annuelles classiques souffrent d'une « cécité générationnelle », cette étude déploie les cadres analytiques des Comptes de Transferts Nationaux et de la Comptabilité Générationnelle pour quantifier le véritable passif social de l'État. L'application de ces modèles macroéconomiques et actuariels aux données empiriques belges révèle une Dette Implicite colossale, estimée à 4,11 trillions d'euros, soit environ 671 % du PIB. Afin de capturer l'incertitude liée au progrès médical, le cadre déterministe est étendu à une modélisation stochastique, via l'algorithme de Lee-Carter et des simulations de Monte Carlo, mettant en évidence un Capital de Solvabilité Requis additionnel de 560 milliards d'euros. Les stress tests paramétriques démontrent qu'aucune réforme isolée ne permet d'absorber ce choc démographique. Enfin, une analyse comparative avec le système de capitalisation américain, notamment les plans 401k, souligne que la privatisation pure ne supprime pas le risque biométrique mais le transfère vers le marché financier, exposant la Belgique au problème budgétaire du « double fardeau ». L'étude conclut à la nécessité d'une hybridation pragmatique du système belge, combinant l'ajustement paramétrique du premier pilier par répartition et le développement structurel du deuxième pilier.

Remerciements

L'aboutissement de ce mémoire me donne l'opportunité d'exprimer ma gratitude envers les personnes qui m'ont soutenu et accompagné.

Je tiens en premier lieu à remercier très chaleureusement mon promoteur, le Professeur Pierre Devolder, pour son encadrement, son expertise et ses précieux conseils tout au long de l'élaboration de cette recherche.

Mes remerciements s'adressent également aux membres du jury qui ont accepté d'évaluer ce travail et d'y apporter leur regard critique.

Enfin, j'adresse ma profonde reconnaissance à ma famille et à mes proches pour leurs encouragements et leur soutien inconditionnel tout au long de mes études.

Je tiens à préciser que des outils d'intelligence artificielle ont été sollicités exclusivement pour l'assistance à la relecture grammaticale et orthographique de ce document ainsi que pour l'optimisation de la syntaxe du code informatique utilisé pour les simulations.

Table des matières

Remerciements	1
Introduction générale	4
1 Fondements institutionnels et enjeux démographiques du système de pension belge	6
1.1 Genèse et philosophie du risque vieillesse	6
1.2 L'architecture multi-piliers : du risque démographique au risque financier . .	7
1.3 Le choc démographique et les limites de l'approche budgétaire	8
1.4 De l'approche budgétaire à l'évaluation générationnelle	8
2 Cadre analytique : modèles agrégé et générationnel	9
2.1 Calcul de la richesse nationale et décomposition du coût des pensions	9
2.2 La Comptabilité Générationnelle	12
2.3 Les Comptes de Transferts Nationaux	13
3 Modélisation actuarielle et stochastique du risque de longévité	15
3.1 Hypothèses de calcul et environnement financier	15
3.2 Mise en œuvre du Toy Model déterministe	16
3.3 Analyse des flux annuels	18
3.4 L'allongement de la survie et son coût individuel	20
3.5 Dette Implicite et impact macroéconomique	22
3.6 Modélisation stochastique et mesure du risque de longévité	23
3.6.1 Analyse des résultats et indicateurs de solvabilité	25
4 Application empirique : quantification de la dette implicite et analyse de réforme en Belgique	28
4.1 Calibration des flux réels : revenus et transferts	28
4.1.1 Agrégation Macroéconomique et Dette Implicite	29

4.2	Synthèse des stress tests et efficacité comparée des leviers de réforme	31
4.2.1	Évaluation stochastique du passif réel et gestion des risques	34
5	Comparaison internationale : Belgique et États-Unis	36
5.1	Architecture du modèle américain et transfert de la charge des risques	36
5.2	Implications d'une transposition du modèle en Belgique	38
5.3	Analyse comparative quantitative :	39
	Conclusion générale	42
	Annexes	44
A	Profils types de l'économie générationnelle (NTA)	44
B	Synthèse des Agrégats Budgétaires (CEV)	45
C	Données détaillées des Comptes Générationnels	45
D	Données de référence : Le modèle américain (1994)	47
E	Code R complet	49

Introduction générale

Le vieillissement démographique représente l'une des mutations structurelles les plus profondes des économies développées du vingt-et-unième siècle. Conçu à la fin du dix-neuvième siècle dans un monde où la vieillesse était un risque rare, le modèle de protection sociale européen fait aujourd'hui face à un renversement de paradigme. La combinaison d'une baisse prolongée de la fécondité, de l'arrivée à l'âge de la retraite des cohortes denses du baby boom et de l'allongement continu de l'espérance de vie a transformé la pyramide des âges en un cylindre. Pour un pays comme la Belgique, dont le système de pension repose historiquement sur la répartition, le financement direct des retraités par les cotisations des actifs, ce choc biométrique menace directement la pérennité du contrat social intergénérationnel.

Pourtant, l'ampleur véritable de cette menace peine à transparaître dans les documents budgétaires traditionnels. Les outils de comptabilité publique classiques souffrent d'une cécité générationnelle, en mesurant les flux financiers sur une base annuelle, ils évaluent la dette explicite de l'État mais occultent totalement le stock de promesses sociales accumulées envers les générations actuelles et futures. L'absence de provisionnement du risque de longévité génère une dette implicite qui échappe aux indicateurs macroéconomiques standards.

Face à ce constat, l'évaluation de l'équité et de la soutenabilité du système exige de nouveaux instruments de mesure. Les outils macroéconomiques de type *National Transfer Accounts* et la Comptabilité Générationnelle *Generational Wealth Accounts* permettent précisément d'analyser, dans le cadre d'un régime de sécurité sociale, les transferts entre générations compte tenu d'hypothèses de projections démographiques et financières.

Dès lors, la question de recherche de cette étude s'articule de la manière suivante :

Comment les outils de modélisation générationnelle NTA et GA permettent-ils de quantifier les transferts intergénérationnels et d'évaluer la soutenabilité face au risque de longévité ?

Le but de ce mémoire est d'analyser quantitativement ces techniques actuarielles et de les appliquer concrètement aux régimes belges de pension de premier pilier.

Afin de mener à bien cette démonstration, notre réflexion s'articulera autour de cinq chapitres.

Le **premier chapitre** posera le diagnostic institutionnel. Il retracera la genèse du risque vieillesse en Belgique, détaillera l'architecture multi-piliers du système de pension actuel, et identifiera les ruptures démographiques qui rendent l'approche budgétaire traditionnelle obsolète.

Le **deuxième chapitre** construira le socle méthodologique de l'étude. Il détaillera les fondements mathématiques des modèles *National Transfer Accounts* et *Generational Wealth Accounts*, indispensables pour basculer d'une logique de flux annuels à une logique de bilan et de cycle de vie.

Le **troisième chapitre** constituera le laboratoire mathématique de cette recherche. À travers un modèle déterministe stylisé, puis une extension stochastique par algorithme de Lee-Carter et simulations de Monte Carlo, nous analyserons quantitativement la mécanique pure du risque de longévité et sa conversion en besoin de capital de solvabilité.

Le **quatrième chapitre** appliquera ces techniques aux régimes belges de pension de premier pilier. En confrontant nos modèles aux données empiriques nationales, nous procéderons à la quantification exacte de la Dette Implicite et testerons l'efficacité des leviers de réformes paramétriques, âge, générosité, fiscalité face à ce passif.

Enfin, le **cinquième chapitre** mettra ces résultats en perspective à travers une comparaison internationale avec le système hybride des États-Unis. L'étude du modèle de capitalisation américain nous permettra de contraster la gestion du risque démographique belge avec la gestion du risque financier, posant ainsi les jalons de nos recommandations pour une hybridation pérenne de notre système de pension.

Chapitre 1

Fondements institutionnels et enjeux démographiques du système de pension belge

Ce chapitre pose le diagnostic institutionnel et macroéconomique du système de retraite belge. Avant de déployer les outils actuariels de mesure de la dette implicite, il est indispensable d'analyser la genèse du risque vieillesse, l'architecture multi-piliers actuelle et les ruptures démographiques qui menacent la soutenabilité du modèle de protection sociale.

1.1 Genèse et philosophie du risque vieillesse

Le système de retraite moderne trouve ses racines dans la législation bismarckienne de 1889, instaurant en Allemagne le versement périodique d'une rente à partir de 70 ans. À cette époque, la vieillesse était appréhendée comme un risque rare, au même titre que la maladie ou l'invalidité, couvert par une logique de protection sociale de dernier recours. L'allongement continu de l'espérance de vie au cours du vingtième siècle a radicalement transformé ce paradigme : la retraite n'est plus un risque accidentel, mais une phase prévisible et longue du cycle de vie.

En Belgique, l'organisation des pensions cristallise une tension structurelle entre deux philosophies. D'une part, la logique d'assurance sociale repose sur la solidarité intergénérationnelle, garantissant un filet de sécurité pour lutter contre la pauvreté au grand âge.

D'autre part, la logique de l'avantage individuel mérité perçoit la pension comme un salaire différé, dont le montant doit refléter l'effort contributif passé. Cette dualité rend toute réforme paramétrique complexe, le législateur devant constamment arbitrer entre la soutenabilité financière des caisses publiques et l'équité des droits acquis par les travailleurs.

1.2 L'architecture multi-piliers : du risque démographique au risque financier

Pour répondre aux défis de financement, la Belgique s'appuie sur une structure en plusieurs piliers, caractérisée par une dualité dans le portage des risques. Le premier pilier, constituant le socle légal, fonctionne par répartition Pay as you go. Les cotisations des actifs financent directement les prestations des retraités actuels. Ce pilier expose le système à un risque purement démographique et politique. De plus, il se heurte à des limites de générosité : si le taux de remplacement brut est adéquat pour les bas salaires, il chute drastiquement pour les revenus moyens et élevés, rendant la constitution d'une épargne complémentaire inévitable.

Le deuxième pilier, lié à la sphère professionnelle, repose sur la capitalisation. Les cotisations sont externalisées vers des fonds de pension ou des assureurs-vie. Une mutation actuarielle majeure s'y opère actuellement : la transition des régimes à prestations définies, où le risque de sous-financement est porté par l'employeur, vers des régimes à cotisations définies, où le risque de marché et d'inflation est transféré à l'affilié.

En Belgique, l'efficacité de ce second pilier se heurte à des obstacles réglementaires. Près de 80 % des réserves sont gérées par des assureurs-vie, soumis à la directive européenne Solvabilité II. Les fortes exigences en capital liées au risque de marché imposent à ces acteurs un biais obligataire massif, privilégiant la dette souveraine au détriment des actions ou des infrastructures. Ce cadre prudentiel limite la capacité des fonds à capter la prime de risque actions sur le long terme, amputant le rendement des futurs pensionnés tout en privant l'économie d'un financement essentiel à la transition technologique et écologique.

1.3 Le choc démographique et les limites de l'approche budgétaire

Le système de répartition belge subit actuellement la convergence de trois ruptures biométriques. Premièrement, le taux de fécondité s'est effondré, passant de 2,68 enfants par femme en 1964 à environ 1,38 aujourd'hui, détruisant le renouvellement naturel de la base contributive. Deuxièmement, les cohortes denses du baby-boom atteignent l'âge de liquidation. Troisièmement, l'espérance de vie à 65 ans connaît une hausse continue, allongeant mécaniquement la durée de service des rentes. La combinaison de ces facteurs provoque une détérioration brutale du ratio de dépendance démographique, qui devrait bondir de près de 20 % d'ici 2050, signifiant qu'à terme, à peine deux actifs devront financer un retraité.

Pour évaluer ce risque, la Commission européenne et le Bureau Fédéral du Plan s'appuient sur des projections macroéconomiques comme le modèle maltese. Ces outils décomposent l'évolution des dépenses de pension en facteurs de dépendance, d'emploi et de générosité, anticipant une bosse des dépenses publiques vers 2040. Cependant, cette approche macroéconomique présente une limite fondamentale : la cécité générationnelle. En projetant des agrégats annuels, elle traite la population comme une masse uniforme et échoue à mesurer la charge nette réellement transférée d'une cohorte à l'autre.

1.4 De l'approche budgétaire à l'évaluation générationnelle

Pour dépasser les limites des projections budgétaires classiques et quantifier l'équité intergénérationnelle, ce mémoire mobilise deux cadres d'analyse complémentaires : les National Transfer Accounts et la Comptabilité Générationnelle.

Les NTA permettent de cartographier la structure de l'économie par âge. Ils identifient comment chaque cohorte finance son cycle de vie, révélant le moment précis où un individu cesse de produire un surplus contributif pour entrer dans une phase de dépendance économique. Parallèlement, la Comptabilité Générationnelle substitue à la vision annuelle une logique de bilan. En actualisant l'intégralité des contributions et des prestations futures d'une cohorte, elle met en lumière la Dette Implicite de l'État : le stock de promesses sociales non couvertes par les cotisations prévues.

Chapitre 2

Cadre analytique : modèles agrégé et générationnel

2.1 Calcul de la richesse nationale et décomposition du coût des pensions

Pour évaluer si un pays peut payer ses retraites, il faut d'abord modéliser sa capacité à produire de la richesse. Le modèle agrégé utilise pour cela la fonction de production Cobb-Douglas. Cette formule mathématique explique que le Produit Intérieur Brut, noté Y_t , dépend de trois éléments : le progrès technique A_t , le stock de machines et d'investissements K_t et le volume de travail fourni par la population L_t . L'équation s'écrit de la manière suivante :

$$Y_t = A_t \cdot K_t^{0,33} \cdot L_t^{0,67} \quad (2.1)$$

Dans cette équation, les exposants 0,33 et 0,67 sont fondamentaux. Ils représentent la part de la richesse qui revient respectivement aux propriétaires du capital et aux travailleurs sous forme de salaires. Le choix de la valeur 0,33 pour le capital est une norme établie par la Commission européenne pour assurer la comparaison entre les pays. Elle signifie qu'un tiers de la richesse produite rémunère l'investissement tandis que deux tiers rémunèrent le travail. Cette formule permet au Bureau Fédéral du Plan de prévoir comment le PIB va ralentir si la population active L_t diminue à cause du vieillissement.

L'évaluation de la soutenabilité budgétaire repose sur le ratio des dépenses de pension

par rapport au PIB, noté S_t . Le modèle MALTESE décompose ce ratio en quatre facteurs structurels afin d'isoler les leviers de pression sur les finances publiques :

$$S_t = \frac{E_t}{Y_t} = \underbrace{\frac{N_{65+,t}}{N_{20-64,t}}}_{\text{Dépendance}} \times \underbrace{\frac{Ret_t}{N_{65+,t}}}_{\text{Couverture}} \times \underbrace{\frac{\bar{P}_t}{\bar{y}_t}}_{\text{Générosité}} \times \underbrace{\frac{N_{20-64,t}}{L_t}}_{\text{Emploi}} \quad (2.2)$$

Où :

E_t représente la masse totale des prestations de pension en euros ;

Y_t désigne le Produit Intérieur Brut réel ;

$N_{65+,t}$ est l'effectif de la population âgée de 65 ans et plus ;

$N_{20-64,t}$ est l'effectif de la population d'âge actif ;

Ret_t correspond au nombre de retraités bénéficiaires ;

$\bar{P}_t$ est la pension moyenne par retraité ;

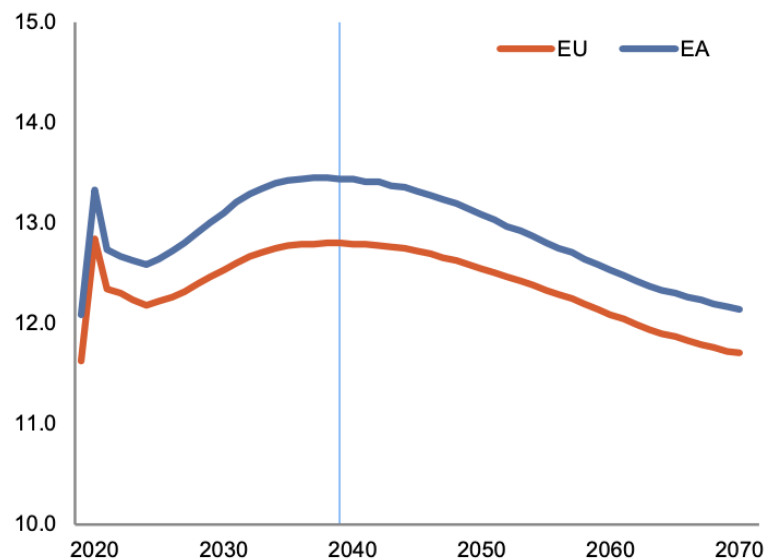
$\bar{y}_t$ est salaire moyen par travailleur ;

L_t correspond au volume total de l'emploi.

Cette identité comptable permet de distinguer la contribution précise de chaque levier. Le ratio de dépendance démographique, traduit la pression biologique exercée par le vieillissement, tandis que les trois autres facteurs, le ratio de couverture, le ratio de prestation et l'inverse du taux d'emploi, illustrent l'impact des réformes paramétriques et des dynamiques macroéconomiques.

Cette décomposition permet de déterminer si l'évolution des dépenses est davantage pilotée par la fatalité démographique ou par les choix politiques et sociaux.

Graph II.1.8: **Gross public pension expenditure in the EU: time profile 2019-2070 (%GDP)**



Source: European Commission, EPC.

FIGURE 2.1 – **Projection des dépenses publiques de pension (Moyenne UE et Zone euro).** Les séries présentent l'évolution agrégée pour l'Union européenne (EU-27) et la Zone euro (EA). *Source : European Commission. The 2021 Ageing Report : Economic and Budgetary Projections for the EU Member States (2019-2070). European Economy Institutional Paper 71, Brussels, 2021 (Graph II.1.8).*

Le graphique 2.1 illustre la projection des dépenses publiques de pension pour l'Union européenne UE et la Zone euro EA. L'agrégat UE regroupe l'ensemble des 27 États membres, tandis que l'EA concerne exclusivement les pays ayant adopté la monnaie unique. On observe une trajectoire commune en forme de cloche, avec une accélération des dépenses jusqu'en 2040, principalement sous l'impulsion du facteur démographique lié au vieillissement des baby-boomers.

Après ce pic, les réformes législatives, telles que le recul de l'âge légal de la retraite, exercent un effet modérateur qui stabilise, puis réduit le poids budgétaire des pensions. Toutefois, cette lecture macroéconomique reste limitée. En traitant la population comme une masse uniforme, elle occulte la réalité des parcours individuels. Cette vision agrégée ne permet pas d'identifier les transferts nets entre les générations. Pour pallier cette lacune, nous devons désormais abandonner cette approche de flux pour adopter un modèle de comptabilité

générationnelle, capable d'analyser le cycle de vie financier de chaque citoyen, de sa naissance à son décès.

2.2 La Comptabilité Générationnelle

Afin de dépasser les limites des mesures budgétaires annuelles, la Comptabilité Générationnelle substitue une logique de patrimoine à une logique de caisse. Cette approche, popularisée par Auerbach, Gokhale et Kotlikoff en 1991, analyse le bilan net d'une génération sur l'intégralité de son cycle de vie. Le pivot du modèle est la Contrainte Budgétaire Intertemporelle, qui stipule que la richesse actuelle de l'État doit couvrir l'intégralité de ses engagements futurs actualisés. Cette identité se formalise par l'équation suivante :

$$\underbrace{\sum_{k \leq t} N_{t,k}}_{\text{Générationnelles actuelles}} + \underbrace{\sum_{k > t} N_{t,k}}_{\text{Générationnelles futures}} = B_t + \sum_{s=t}^{\infty} \frac{G_s}{(1+r)^{s-t}} \quad (2.3)$$

Où :

$N_{t,k}$ représente la valeur actuelle des transferts nets (cotisations moins prestations) des individus nés en l'année k , évaluée au temps t ;

B_t désigne le stock de dette publique explicite observée à l'instant t ;

G_s correspond aux dépenses publiques de fonctionnement attendues à l'instant s ;

r est le taux d'actualisation financier utilisé pour la valorisation des flux futurs.

Cette identité souligne une mécanique à somme nulle fondamentale : tout écart entre les promesses de transferts accordées aux générations actuelles et leurs contributions effectives pèse mathématiquement sur le solde des générations futures. Dans ce cadre, si le bilan net des générations présentes est déficitaire, le passif social ainsi créé doit être inévitablement absorbé soit par un accroissement des contributions des générations futures, soit par une réduction des dépenses publiques. Cette vision dynamique transforme ainsi la soutenabilité budgétaire en un enjeu d'équité intergénérationnelle.

La précision de ce modèle repose sur sa dimension actuarielle. Le compte $N_{t,k}$ est défini comme la Valeur Actuelle Probable des transferts nets qu'un individu versera à la collectivité sur l'ensemble de son cycle de vie. Cette valeur intègre le risque biométrique via les probabilités de survie, selon la formalisation suivante :

$$N_{t,k} = \sum_{s=\max(t,k)}^{k+\omega} \left[\bar{T}_{s,k} \cdot \frac{l(s)}{l(t)} \cdot (1+r)^{-(s-t)} \right] \quad (2.4)$$

Où :

$N_{t,k}$ représente la VAP des flux nets d'un individu né en l'année k , évaluée au temps t ;

$\bar{T}_{s,k}$ désigne le solde net moyen (impôts versés moins aides reçues) à l'âge s ;

$\frac{l(s)}{l(t)}$ est la probabilité de survie conditionnelle à l'âge s , sachant l'individu vivant à l'âge t ;

r correspond au taux d'actualisation financier ;

ω est l'âge limite (racine d'extinction de la table de mortalité).

Le ratio de survie conditionnelle constitue le pivot actuariel du modèle : il capture l'incidence directe du risque de longévité. Une amélioration de la survie aux grands âges augmente mécaniquement la durée de perception des prestations, notamment les pensions et les soins de santé, ce qui dégrade le solde financier de la génération pour l'État.

L'application de ce cadre à la Belgique révèle une singularité forte mise en lumière par les travaux de André Decoster, Xavier Flawinne, et Pieter Vanleenhove. Contrairement au modèle des États-Unis où les nouveau-nés commencent leur vie comme contributeurs nets, le solde générationnel belge est négatif dès la naissance. Ce diagnostic indique que chaque nouveau citoyen détient une créance implicite sur l'État, validant ainsi l'existence d'une dette structurelle que les cohortes futures devront assumer. Ce transfert de passif, caractéristique du système de répartition belge, alimente une dette implicite dont la soutenabilité dépend strictement de la capacité des générations à venir à honorer ces engagements.

2.3 Les Comptes de Transferts Nationaux

Si la comptabilité générationnelle mesure le passif financier de l'État, les Comptes de Transferts Nationaux constituent l'outil d'analyse économique permettant de cartographier la structure de l'économie par âge. Cette méthodologie, théorisée par Ronald Lee and Andrew Mason, répond à une limite majeure des projections budgétaires classiques : la vision annuelle ne capture pas la dynamique du cycle de vie. Le modèle NTA rend explicite le contrat social intergénérationnel en quantifiant comment chaque groupe d'âge finance sa consommation à travers le travail, le capital et les transferts.

Le pivot analytique des NTA est le Déficit du Cycle de Vie, LCD , qui mesure l'écart entre la consommation individuelle et le revenu du travail à chaque étape de l'existence :

$$LCD(x) = C(x) - Y^l(x) = T_p(x) + T_f(x) + A(x) \quad (2.5)$$

Où :

$LCD(x)$ représente le besoin de financement net à l'âge x ;

$C(x)$ désigne la consommation totale (privée et publique) de l'individu à l'âge x ;

$Y^l(x)$ est le revenu du travail généré à l'âge x ;

$T_p(x)$ correspond aux transferts publics nets (pensions, santé, éducation) ;

$T_f(x)$ désigne les transferts privés (soutien familial, dons) ;

$A(x)$ représente la réallocation d'actifs (revenus du capital et désépargne).

L'utilité du cadre NTA pour ce mémoire est double. Premièrement, il permet d'isoler la dépendance économique de la Belgique envers ses mécanismes de transferts publics. Alors qu'un système fondé sur le capital comme aux États-Unis repose largement sur $A(x)$, le système belge est caractérisé par une prédominance écrasante de $T_p(x)$. Deuxièmement, les NTA permettent de valoriser la Richesse du Cycle de Vie $W(x)$, qui mesure le stock de ressources nécessaires pour couvrir l'intégralité du déficit futur, en ajustant les flux par le risque biométrique :

$$W(x) = \int_x^\omega e^{-r(a-x)} \cdot \frac{l(a)}{l(x)} \cdot [C(a) - Y^l(a)] da \quad (2.6)$$

Où :

$W(x)$ est la richesse totale requise pour financer le cycle de vie résiduel ;

r est le taux d'actualisation financier ;

$\frac{l(a)}{l(x)}$ désigne la probabilité de survie conditionnelle, pivot du risque de longévité ;

$[C(a) - Y^l(a)]$ est le déficit de consommation nette à l'âge a .

En somme, les NTA transforment les agrégats macroéconomiques en une analyse de flux par âge, rendant visible la dette implicite. Cette approche démontre que la viabilité du pacte social belge ne dépend pas seulement de l'équilibre des caisses de pension, mais de la capacité globale des générations actives à produire un surplus économique suffisant pour couvrir le déficit exponentiel des grands âges, illustré en Annexe A.

Chapitre 3

Modélisation actuarielle et stochastique du risque de longévité

Ce chapitre présente une approche constituant un laboratoire mathématique permettant de valider la rigueur de nos procédures actuarielles avant de les confronter aux données empiriques belges dans le chapitre suivant. Le modèle est déterministe et s'appuie sur une population fictive et des profils stylisés, facilitant ainsi l'interprétation des résultats sans le "bruit" statistique inhérent aux données réelles. L'analyse suit une progression rigoureuse, la décomposition analytique des projections budgétaires, l'implémentation du modèle déterministe, et enfin l'extension stochastique par simulations de Monte Carlo.

3.1 Hypothèses de calcul et environnement financier

La cohérence des simulations repose sur des paramètres alignés sur les standards institutionnels belges :

- Taux de croissance de la productivité g : fixé à 1,5 %, reflétant la croissance structurelle des salaires réels au *steady state*.
- Taux d'actualisation financier r : fixé à 3,0 %, conformément aux prescriptions de la Commission Européenne pour l'actualisation des passifs sociaux à long terme. La condition de convergence $r > g$ est respectée.
- Paramètres sociaux : le taux de prélèvement effectif τ est de 30 % sur la masse salariale incluant pensions, santé et éducation. Le taux de remplacement cible ρ est fixé à 60 % du salaire de référence.

3.2 Mise en œuvre du Toy Model déterministe

Le model vise à isoler l'impact pur de l'allongement de la vie sur le système de pension en stabilisant les variables économiques. L'analyse exploite les Perspectives démographiques 2025-2080 produites par le Bureau Fédéral du Plan et Statbel. Pour garantir la neutralité de l'étude et se focaliser sur le risque de longévité global, nous utilisons exclusivement des données mixtes, dites unisexes, issues des séries prospectives QX-U qui représente les quotients de mortalité, et GLEX-U les espérances de vie longitudinales.

La modélisation oppose deux trajectoires de survie pour la cohorte 2025. Le Monde A, l'approche transversale simule une population stationnaire où le progrès médical s'arrêterait à l'année pivot. Le Monde B, l'approche longitudinale intègre l'amélioration future de la survie projetée par le Bureau du Plan, suivant la cohorte jusqu'à son extinction théorique à l'âge ω .

Soit q_x le quotient de mortalité à l'âge x . La fonction de survie $l(x)$ est dérivée avec une racine $l(0) = 1$ par le produit cumulé :

$$l(x) = \prod_{j=0}^{x-1} (1 - q_j) \quad (3.1)$$

Où :

$l(x)$ est la probabilité d'atteindre l'âge x depuis la naissance ;

q_j désigne le quotient de mortalité à l'âge j ;

x représente l'âge atteint par l'individu.

Le passage du Monde A au Monde B repose sur une loi d'amélioration exponentielle. Le quotient prospectif q_x^B s'établit par :

$$q_x^B = q_x^A \cdot e^{-k \cdot x} \quad (3.2)$$

Où :

q_x^B est le quotient de mortalité de cohorte à l'âge x ;

q_x^A est le quotient de mortalité transversal de référence (année 2025) ;

k représente la force annuelle du progrès médical ;

x est l'âge atteint par l'individu.

Le paramètre k est identifié par une procédure d'optimisation numérique telle que l'espérance de vie à la naissance converge vers la cible e_0^{GLEX} :

$$\sum_{x=0}^{\omega} \left[\prod_{j=0}^{x-1} (1 - q_j^A \cdot e^{-k \cdot j}) \right] - e_0^{GLEX} = 0 \quad (3.3)$$

Où :

k est la force annuelle du progrès médical (identifiée à 0,0106) ;

e_0^{GLEX} est l'espérance de vie cible longitudinale (91,52 ans) ;

ω est l'âge limite (racine d'extinction, fixée à 100 ans) ;

q_j^A est le quotient de mortalité transversal à l'âge j .

L'algorithme identifie une valeur de $k = 0,0106$, soit une réduction structurelle annuelle du risque de décès de 1,06 %. Ce paramètre conditionne les probabilités de survie injectées dans le modèle pour valoriser les engagements de l'État.

Pour chaque âge x , le transfert net individuel vis-à-vis de l'État (NTA) résulte de la différence entre les cotisations sociales prélevées et les prestations publiques allouées :

$$NTA(x) = \tau \cdot Yl(x) - [P(x) + S(x) + E(x)] \quad (3.4)$$

Où :

$NTA(x)$ est le solde financier net de l'individu à l'âge x ;

τ désigne le taux de prélèvement social effectif (fixé à 20 %) ;

$Yl(x)$ représente le revenu du travail annuel à l'âge x ;

$P(x), S(x), E(x)$ correspondent aux prestations de pension, santé et éducation perçues à l'âge x .

La richesse nette d'un individu d'âge x est ensuite calculée via le Compte Générationnel $GA(x)$, qui représente la Valeur Actuelle Probable de ses flux futurs restants. En notant la probabilité de survie conditionnelle $\frac{l(s)}{l(x)}$, la formule de valorisation actuarielle est :

$$GA(x) = \sum_{s=x}^{\omega} NTA(s) \cdot \frac{l(s)}{l(x)} \cdot \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^{s-x} \quad (3.5)$$

Où :

$GA(x)$ est le compte générationnel à l'âge x ;

$NTA(s)$ est le flux net de l'individu à l'âge futur s ;

$\frac{l(s)}{l(x)}$ est la probabilité de survie conditionnelle entre les âges x et s ;

r est le taux d'actualisation financier (fixé à 3,0 %) ;

g est le taux de croissance de la productivité (fixé à 1,5 %) ;

ω est l'âge limite (100 ans).

Enfin, l'agrégation de ces engagements individuels sur la structure démographique réelle $N(x)$ permet de quantifier la Dette Implicite totale du système belge :

$$DI = - \sum_{x=0}^{\omega} N(x) \cdot GA(x) \quad (3.6)$$

Où :

DI représente la Dette Implicite totale (en euros) ;

$N(x)$ est l'effectif de la population par âge ;

$GA(x)$ est le compte générationnel calculé pour chaque âge.

3.3 Analyse des flux annuels

La calibration des vecteurs per capita repose sur l'enquête SES, Structure of Earnings Survey, et les projections budgétaires du CEV. Le revenu du travail annuel, $Y^l(x)$, est reconstruit par interpolation spline cubique des tranches de salaires, puis ajusté par le taux d'emploi et la croissance de la productivité :

$$Y^l(x) = \text{Spline}(Y_{\text{tranches}}^l) \cdot \phi(x) \cdot (1 + g)^{2025-t_0} \cdot 13,92 \quad (3.7)$$

Où :

$Y^l(x)$ représente le revenu annuel brut par tête à l'âge x (en euros) ;

$\text{Spline}(Y_{\text{tranches}}^l)$ est l'estimation continue des salaires par interpolation des données SES ;

$\phi(x)$ est le taux d'emploi réel à l'âge x (issu des données LFS) ;

$(1 + g)^{2025-t_0}$ est le facteur de revalorisation salariale depuis l'année d'observation t_0 ;

13,92 est le coefficient multiplicateur appliqué pour inclure les primes et pécules de vacances.

Les transferts publics de santé $S(x)$ sont calibrés pour refléter la hausse exponentielle des coûts liés à la dépendance. L'allocation de l'enveloppe budgétaire globale α_s s'effectue au

prorata d'un profil de morbidité pondéré par la structure démographique réelle $N(i)$:

$$S(x) = \frac{PIB_{2025} \cdot \alpha_s \cdot e^{0,05x}}{\sum_{i=0}^{\omega} N(i) \cdot e^{0,05i}} \quad (3.8)$$

Où :

$S(x)$ est la dépense de santé par tête à l'âge x ;

PIB_{2025} est le produit intérieur brut estimé pour 2025 (613,9 Md€) ;

α_s est la part du PIB allouée à la santé (8,2 %) ;

$e^{0,05x}$ est le coefficient de pondération exponentiel du coût de santé selon l'âge ;

$\sum N(i) \cdot e^{0,05i}$ est la somme pondérée des dépenses sur l'ensemble de la population.

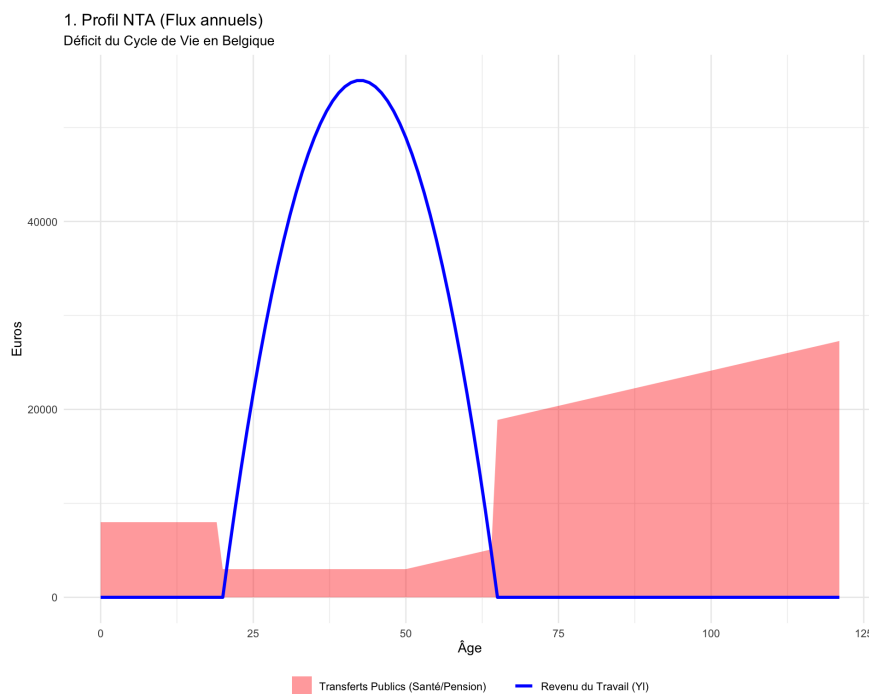


FIGURE 3.1 – **Profil NTA par âge (Cohorte 2025).** La zone bleue représente le surplus contributif durant la vie active. Les zones rouges identifient le déficit du cycle de vie (éducation, santé, pensions).

L'analyse du Graphique 3.1 met en évidence le déséquilibre structurel du cycle de vie belge. La période d'activité, bien que génératrice de surplus, est insuffisante pour couvrir la vaste zone de déficit rouge située en fin de vie, laquelle cumule le versement des rentes et l'accélération des coûts de dépendance. Comme le souligne le rapport de la Commission, cette bosse de dépenses est exacerbée par la transition démographique. L'allongement de la survie

dans le Monde B prolonge mécaniquement cette phase de consommation nette, dégradant la Valeur Actuelle Probable de la richesse publique et imposant une pression accrue sur le solde des générations futures.

3.4 L'allongement de la survie et son coût individuel

La transition d'une approche transversale vers une vision longitudinale repose sur l'évolution de la fonction de survie $l(x)$, dérivée des quotients de mortalité q_j par le produit cumulé :

$$l(x) = \prod_{j=0}^{x-1} (1 - q_j), \quad \text{avec } l(0) = 1 \quad (3.9)$$

Où :

$l(x)$ est la probabilité d'atteindre l'âge x depuis la naissance ;

q_j désigne le quotient de mortalité à l'âge j ;

x représente l'âge atteint par l'individu.

Le Monde A fige les conditions de mortalité à l'année pivot, tandis que le Monde B intègre le progrès médical via les quotients de cohorte $q_x^B = q_x^A \cdot e^{-k \cdot x}$.

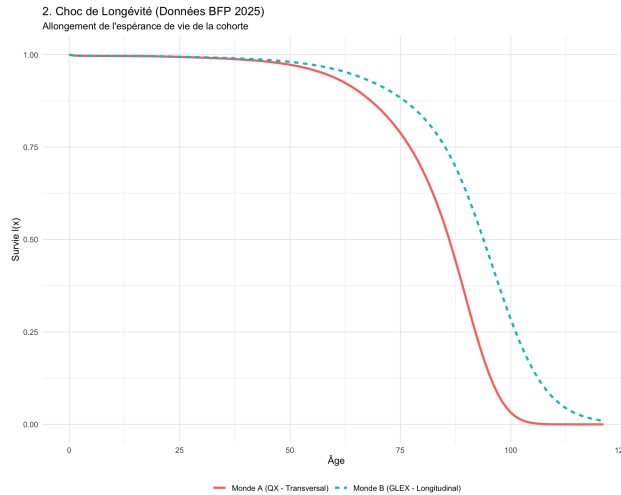


FIGURE 3.2 – **Fonctions de survie $l(x)$ (Monde A vs B).** La « rectangularisation » de la courbe matérialise le gain de 8,6 années d'espérance de vie, concentré sur la phase de retraite.

Le graphique 3.2 illustre cette rectangularisation de la survie. Actuariellement, ce gain d'espérance de vie se situe intégralement durant la phase de liquidation des rentes, prolongeant la durée de service des prestations sans accroître la période contributive. Pour convertir ce choc démographique en stock financier, nous calculons le Compte Générationnel $GA(x)$, représentant la Valeur Actuelle Probable (VAP) des flux futurs :

$$GA(x) = \sum_{s=x}^{\omega} NTA(s) \cdot \frac{l(s)}{l(x)} \cdot \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^{s-x} \quad (3.10)$$

Où :

$GA(x)$ est la richesse nette restante de l'individu à l'âge x ;

$NTA(s)$ est le flux net de l'individu à l'âge futur s ;

$\frac{l(s)}{l(x)}$ est la probabilité de survie conditionnelle entre les âges x et s ;

r est le taux d'actualisation financier (fixé à 3,0 %) ;

g est le taux de croissance de la productivité (fixé à 1,5 %) ;

ω est l'âge limite (100 ans).

Cette valorisation repose sur deux leviers majeurs. Le pivot actuariel est constitué par la probabilité de survie conditionnelle $\frac{l(s)}{l(x)}$, dont l'augmentation dans le Monde B accroît mécaniquement le poids des prestations lointaines. Le différentiel financier, représenté par le ratio $(1+g)/(1+r)$, assure la cohérence entre la croissance réelle des salaires et l'actualisation financière des engagements.

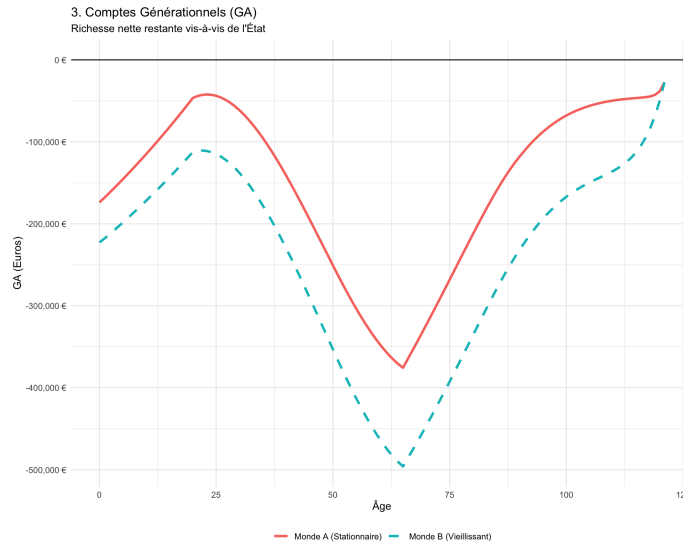


FIGURE 3.3 – **Comptes Générationnels de la cohorte 2025.** L'écart entre les courbes mesure la dégradation de la richesse nette individuelle induite par la longévité.

Le Graphique 3.3 révèle qu'à la naissance ($x = 0$), le bilan net est négatif, atteignant environ -180 000 € dans le Monde B. Ce déficit confirme qu'un nouveau-né recevra en moyenne plus de l'État qu'il ne cotisera sur son cycle de vie. La comparaison des scénarios prouve que l'allongement de la vie, sans ajustement paramétrique, aggrave systématiquement la dette implicite de l'État par habitant, transférant une charge financière croissante sur les générations futures.

3.5 Dette Implicite et impact macroéconomique

L'étape finale de la modélisation consiste à agréger les comptes de chaque génération pour quantifier la Dette Implicite nationale. Cette mesure, réalisée en groupe fermé, évalue la Valeur Actuelle Probable des engagements nets de l'État vis-à-vis de la population résidente en 2025 :

$$DI = - \sum_{x=0}^{\omega} N(x) \cdot GA(x) \quad (3.11)$$

Où :

DI représente la Dette Implicite totale ;

$N(x)$ est l'effectif de la population par âge issu des données Statbel ;

$GA(x)$ est la richesse nette de l'individu d'âge x .

La convention du signe négatif convertit le solde net individuel en passif social. L'analyse comparative entre la mortalité stationnaire Monde A et longitudinale Monde B permet d'isoler la sensibilité du bilan national au progrès médical.

$$DI_A = - \sum_{x=0}^{\omega} N(x) \cdot GA_A(x) = \mathbf{1\,495\, Md€} \quad (3.12)$$

$$DI_B = - \sum_{x=0}^{\omega} N(x) \cdot GA_B(x) = \mathbf{2\,458\, Md€} \quad (3.13)$$

$$\Delta DI = DI_B - DI_A = \mathbf{963\, Md€} \quad (3.14)$$

Où :

DI_A, DI_B sont les dettes implicites respectives des mondes A et B ;

ΔDI représente le surcoût budgétaire pur lié au risque de longévité.

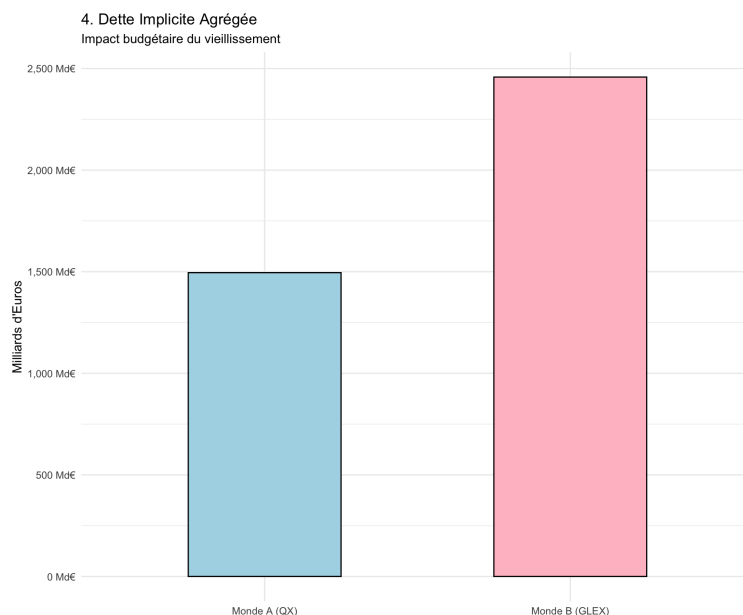


FIGURE 3.4 – **Évaluation agrégée de la Dette Implicite.** Comparaison de la charge budgétaire globale entre la vision transversale (QX), qui ignore le progrès médical futur, et la vision longitudinale (GLEX), qui l’intègre pour chaque cohorte.

Le graphique 3.4 illustre le saut budgétaire provoqué par l’allongement de la survie. Ce résultat quantifie la « facture invisible » du progrès médical : en omettant la dérive de la mortalité, l’évaluation budgétaire classique sous-estime le passif réel de près d’un milliard de milliards d’euros, soit environ 160 % du PIB belge. Ce *Sustainability Gap* démontre que le système par répartition ne peut absorber mécaniquement l’allongement de la durée de vie sans générer un déséquilibre structurel majeur, transféré *in fine* sur les générations futures.

3.6 Modélisation stochastique et mesure du risque de longévité

L’évaluation déterministe précédente repose sur une trajectoire centrale de mortalité. Toutefois, la gestion prudentielle d’un système de retraite exige la prise en compte de l’incertitude intrinsèque au progrès médical. Pour capturer cet aléa, nous adoptons le cadre stochastique de Lee-Carter, où la dynamique des taux centraux de mortalité $m_{x,t}$ est modélisée par l’équation structurelle suivante :

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x \kappa_t + \epsilon_{x,t} \quad (3.15)$$

Où :

$m_{x,t}$ est le taux central de mortalité à l'âge x et à l'année t ;

a_x représente le niveau moyen de la mortalité par âge ;

b_x désigne la sensibilité de chaque âge au déclin global ;

κ_t constitue l'indice de mortalité temporel ;

$\epsilon_{x,t}$ est le terme d'erreur aléatoire.

Pour projeter cette dynamique, nous modélisons κ_t comme un processus de marche aléatoire avec dérive Random Walk with Drift :

$$\kappa_t = \kappa_{t-1} + \theta + \sigma_\kappa Z_t, \quad Z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (3.16)$$

Où :

θ est la dérive historique (progrès médical moyen) ;

σ_κ est la volatilité du processus ;

Z_t est une variable aléatoire suivant une loi normale centrée réduite.

La simulation de Monte Carlo consiste à générer $N = 5\,000$ trajectoires indépendantes de l'indice $\kappa_t^{(i)}$, permettant de dériver, pour chaque simulation i , la probabilité de décès prospective $q_x^{(i)}$ via la transformation exponentielle double :

$$q_x^{(i)} = 1 - \exp(-\exp(a_x + b_x \kappa_t^{(i)})) \quad (3.17)$$

Où :

$q_x^{(i)}$ est la probabilité de décès à l'âge x pour la simulation i ;

a_x représente le niveau moyen de la mortalité à l'âge x ;

b_x désigne la sensibilité de chaque âge au déclin global de la mortalité ;

$\kappa_t^{(i)}$ est l'indice de mortalité temporel généré par la simulation i .

Cette approche transforme les probabilités de survie en trajectoires aléatoires $l^{(i)}(x)$, permettant de valoriser le Compte Générationnel $GA^{(i)}(x)$ sous incertitude. La Valeur Actuelle Probable stochastique à l'âge x est donnée par la sommation des flux actualisés et pondérés par le risque biométrique :

$$GA^{(i)}(x) = \sum_{s=x}^{\omega} [NTA(s) \cdot (1+g)^{s-x}] \cdot \frac{l^{(i)}(s)}{l^{(i)}(x)} \cdot (1+r)^{-(s-x)} \quad (3.18)$$

Où :

$GA^{(i)}(x)$ est la richesse nette de l'individu à l'âge x pour la simulation i ;

$NTA(s)$ est le flux net de l'individu à l'âge futur s ;

$(1 + g)^{s-x}$ est le facteur de croissance réelle des flux ;

$\frac{l^{(i)}(s)}{l^{(i)}(x)}$ est la probabilité de survie conditionnelle stochastique ;

$(1 + r)^{-(s-x)}$ est le facteur d'actualisation financier ;

ω est l'âge limite (100 ans).

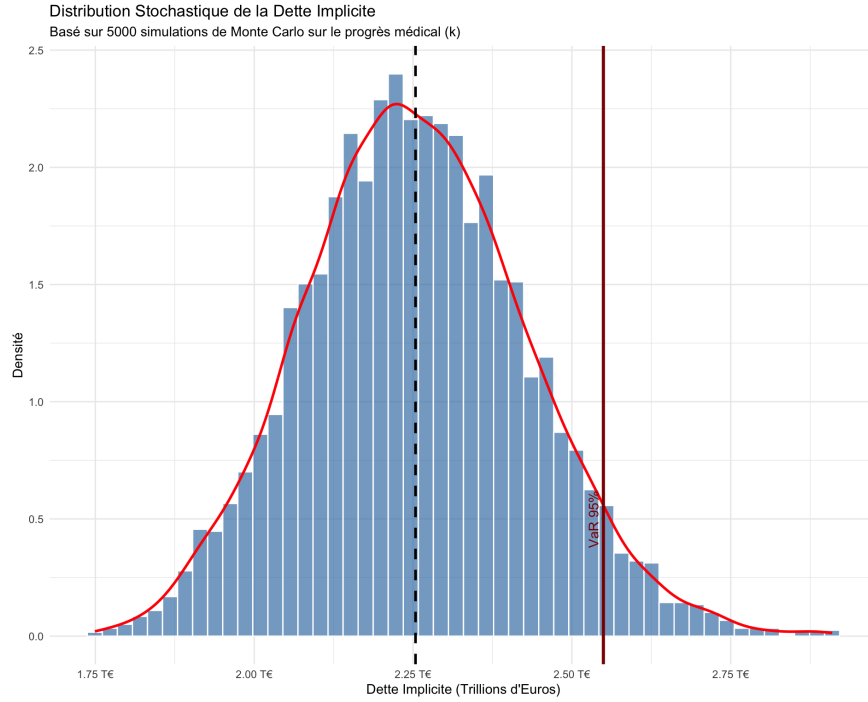


FIGURE 3.5 – **Distribution de la Dette Implicite (5 000 simulations).** La courbe de densité illustre l'exposition du passif social belge à la volatilité du progrès médical projeté via le modèle Lee-Carter.

L'agrégation pondérée de ces comptes par la structure de population $N(x)$ permet de construire la distribution de probabilité du passif social belge présentée sur le Graphique 3.5.

3.6.1 Analyse des résultats et indicateurs de solvabilité

La simulation de Monte Carlo produit une distribution empirique de la dette, capturant l'incertitude démographique là où les modèles statiques échouent. L'agrégation des comptes individuels $GA^{(i)}(x)$ permet d'estimer l'espérance mathématique du passif social, que nous

qualifions de *Best Estimate* :

$$\mathbb{E}[DI] = \frac{1}{N_{sim}} \sum_{i=1}^{N_{sim}} DI^{(i)} = \mathbf{2,254 \text{ T€}} \quad (3.19)$$

Où :

$\mathbb{E}[DI]$ est la Dette Moyenne espérée ;

$DI^{(i)}$ est la dette implicite calculée pour la simulation i ;

N_{sim} est le nombre total de simulations (5 000).

Ce montant de 2,254 T€ constitue le coût attendu si le progrès médical suit la tendance centrale prévue. Toutefois, une gestion publique prudente ne peut se limiter à cette moyenne. Elle doit se prémunir contre les scénarios de longévité extrême, où les probabilités de survie aux grands âges excèdent les prévisions. C'est ici qu'intervient la *Value-at-Risk* (VaR), qui mesure le seuil de dette qui ne sera dépassé que dans 5 % des cas :

$$VaR_{95\%}(DI) = \inf\{m \in \mathbb{R} : P(DI \leq m) \geq 0,95\} = \mathbf{2,550 \text{ T€}} \quad (3.20)$$

La différence entre cette VaR et la valeur moyenne définit le Capital de Solvabilité Requis SCR_{long} . Ce montant représente la "perte inattendue" ou le coussin de réserve que l'État devrait théoriquement isoler pour absorber un choc démographique adverse :

$$SCR_{long} = VaR_{95\%}(DI) - \mathbb{E}[DI] = \mathbf{0,296 \text{ T€}} \quad (3.21)$$

Le SCR_{long} de 296 milliards d'euros souligne la vulnérabilité structurelle des finances belges : c'est le surcoût lié à l'incertitude du progrès médical qu'aucun budget déterministe ne prévoit actuellement. Pour clore cette analyse, l'*Expected Shortfall* ($ES_{95\%}$) mesure la sévérité moyenne des scénarios les plus défavorables :

$$ES_{95\%}(DI) = \mathbb{E}[DI \mid DI \geq VaR_{95\%}] = \mathbf{2,635 \text{ T€}} \quad (3.22)$$

Cette valeur indique que, si le système bascule dans une zone de longévité extrême, la charge moyenne grimpe à 2,635 T€. L'écart entre cette valeur et le *Best Estimate* (près de

381 milliards d'euros) illustre l'importance du "risque de queue".

Enfin, l'analyse révèle une divergence entre la dette déterministe (2,46 T€) et l'espérance stochastique (2,25 T€). Ce phénomène illustre l'inégalité de Jensen : la relation convexe entre le progrès médical et la fonction de survie implique que l'évaluation basée sur un paramètre moyen sous-estime systématiquement le passif social réel :

$$f(\mathbb{E}[k]) \leq \mathbb{E}[f(k)] \quad (3.23)$$

Où :

$f(k)$ représente la fonction de coût des pensions en fonction du progrès médical ;

$\mathbb{E}[k]$ est l'espérance mathématique du paramètre de longévité.

Cette nuance mathématique valide la nécessité du recours à la simulation de Monte Carlo pour garantir une estimation non biaisée de la dette. Bien que le modèle fige ici les variables économiques, cette isolation du risque de dérive (*trend risk*) démontre que la solvabilité du premier pilier belge est structurellement exposée à la volatilité biométrique, indépendamment des chocs financiers.

Le cadre méthodologique déployé jusqu'ici a permis d'isoler les leviers du risque de longévité. Toutefois, cette analyse reposait sur des paramètres stylisés pour en étudier la mécanique pure. Pour confronter ces résultats aux engagements réels de l'État, le chapitre suivant déploie cette architecture actuarielle sur des données empiriques exhaustives issues des sources Statbel, SES et du CEV. Cette application permet de passer d'une modélisation théorique du risque à une évaluation concrète de la soutenabilité du système de pension belge, tout en intégrant les réformes paramétriques effectives.

Chapitre 4

Application empirique : quantification de la dette implicite et analyse de réforme en Belgique

Ce chapitre détaille la hiérarchie de valorisation du système de pension. La démarche progresse de l'analyse des flux annuels par tête vers la détermination de la richesse de cycle de vie, pour aboutir à l'agrégation de la dette implicite nationale.

Après avoir validé la robustesse du cadre actuariel dans le chapitre précédent, cette section déploie la méthodologie sur des données empiriques belges Statbel, SES, CEV. L'enjeu est ici de confronter les abstractions théoriques à la réalité institutionnelle pour obtenir une mesure précise du passif social national.

4.1 Calibration des flux réels : revenus et transferts

La structure démographique N_x repose sur les effectifs par âge de Statbel, totalisant environ 11,8 millions d'individus. Le profil de revenu Y_x^l est reconstruit via une interpolation par splines des salaires issus de l'enquête sur la structure des gains de l'année 2022, ajustés par le taux d'emploi réel ϕ_x et la convention de rémunération belge soit un facteur de 13,92 :

$$Y^l(x) = \text{Spline}(Y_{\text{SES}}^l) \cdot \phi(x) \cdot 13,92 \cdot (1 + g)^3 \quad (4.1)$$

Où :

$Y^l(x)$ est le revenu annuel brut per capita à l'âge x ;

$\text{Spline}(Y_{\text{SES}}^l)$ est le salaire moyen interpolé ;

$\phi(x)$ est le taux d'emploi réel (LFS 2024) ;

g est le taux de croissance (1,5 %).

La balance des flux nets NTA_x agrège les recettes fiscales et les dépenses publiques calibrées sur le rapport du Comité d'Étude sur le Vieillessement pour l'année 2025. La synthèse de ces agrégats budgétaires ainsi que les valeurs pivots retenues pour le modèle sont détaillées en Annexe B. L'utilisation de ces paramètres officiels garantit que la quantification de la dette implicite repose sur un cadre budgétaire cohérent avec les projections institutionnelles de la Belgique. L'identité comptable des flux s'établit selon la relation suivante :

$$NTA(x) = \tau \cdot Y^l(x) - [P(x) + S(x) + E(x)] \quad (4.2)$$

Où :

$NTA(x)$ est le solde financier net à l'âge x ;

$P(x), S(x), E(x)$ sont les prestations de pension, santé et éducation.

4.1.1 Agrégation Macroéconomique et Dette Implicite

L'analyse visuelle du profil des transferts nets, illustrée par la Figure **Graphique 4.1**, permet de diagnostiquer les points de rupture du contrat social belge. La courbe bleue des recettes contributives révèle une dynamique de financement fragile avec un pic de contribution vers 50 ans suivi d'une chute brutale dès 58 ans. Ce phénomène illustre le décrochage réel du taux d'emploi des seniors en Belgique qui ampute l'assiette de cotisation du premier pilier bien avant l'âge légal de la retraite. Parallèlement, les surfaces rouges matérialisent une pression de dépenses asymétrique. Le déficit initial de la jeunesse est suivi d'une explosion exponentielle des coûts de santé et de pension après 65 ans. L'augmentation de la consommation publique, qui franchit le seuil des 35 000 euros par tête aux âges avancés, souligne que le passif social est largement dicté par la prise en charge de la dépendance biologique.

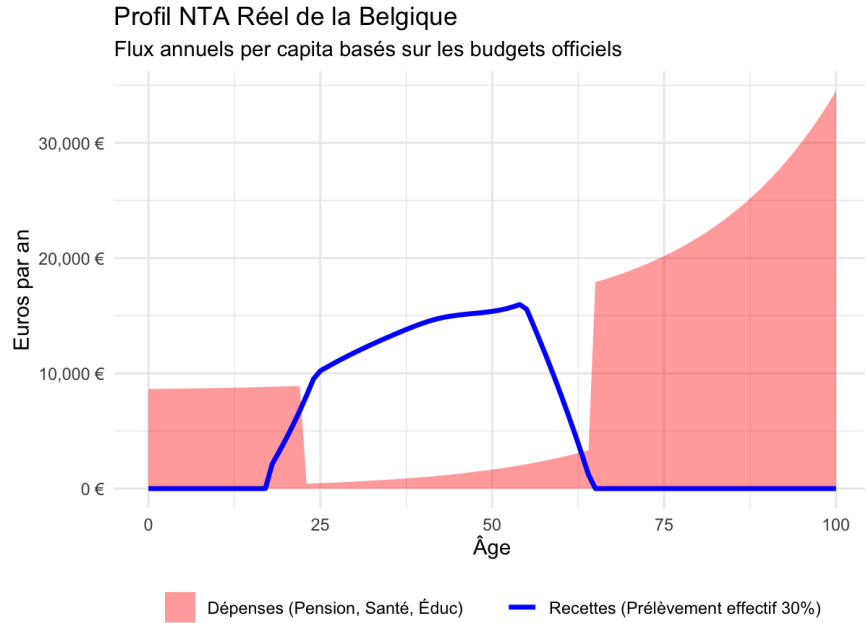


FIGURE 4.1 – **Profil NTA Réel de la Belgique (2025)**. La zone bleue (surplus) illustre la capacité de financement limitée des actifs face aux surfaces rouges (déficit). L'écart entre 65 et 100 ans matérialise le passif financier généré par le risque de longévité.

La Dette Implicite globale est obtenue par la sommation des comptes individuels pondérés par la pyramide des âges réelle de la Belgique $N(x)$ ¹ :

$$DI = - \sum_{x=0}^{\omega} N(x) \cdot GA(x) = \mathbf{4,11 \text{ T€}} \quad (4.3)$$

Le ratio de soutenabilité s'établit en rapportant ce passif au PIB pivot de 613,9 Md€ :

$$\text{Ratio (\%)} = \frac{DI}{PIB_{2025}} = \frac{4\,111 \text{ Md€}}{613,9 \text{ Md€}} \approx \mathbf{671 \text{ \%}} \quad (4.4)$$

Ce développement démontre l'ampleur du *Sustainability Gap* belge. L'écart entre la dette officielle (105% du PIB) et cette dette implicite (671%) s'explique par l'intégration du risque de longévité et des dépenses de santé de long terme, qui transforment les promesses budgétaires en un passif financier majeur.

La comparaison de ce résultat avec le model déterministe initial, dont l'évaluation se limitait à 2,4 T€, prouve que les prédictions théoriques s'avéraient excessivement conservatrices.

1. La population par âge simple au 1er janvier 2025 est extraite de la base **be.STAT** de Statbel.

Le modèle réel révèle que l’insoutenabilité est exacerbée par la concentration démographique belge dans les cohortes du baby boom proches de la retraite. Ce constat d’un *Sustainability Gap* colossal, représentant près de sept fois la richesse annuelle de la nation, démontre que la dette invisible liée aux promesses sociales est largement supérieure à la dette publique officielle. Ce diagnostic valide l’urgence d’une gestion actuarielle du risque de longévité et impose de tester l’efficacité de leviers de réformes paramétriques pour tenter de stabiliser ce passif financier.

Cette mesure de la dette implicite souligne une dégradation continue des équilibres financiers du contrat social. Afin de situer ces résultats dans une perspective historique, les comptes générationnels complets établis lors de l’étude fondatrice de Decoster, Flawinne et Vanleenhove sont reportés en Annexe C. La consultation de ces données de référence permet d’observer l’accentuation du déséquilibre entre les générations au cours des quinze dernières années, illustrant comment l’inertie démographique transforme progressivement les promesses de retraite en un passif macroéconomique majeur.

4.2 Synthèse des stress tests et efficacité comparée des leviers de réforme

Cette section quantifie la sensibilité de la dette implicite face aux principaux leviers de réformes paramétriques. La procédure mathématique consiste à isoler un paramètre unique θ au sein de l’identité comptable des flux NTA afin d’en mesurer l’impact sur le stock de richesse générationnelle. Nous recalculons la valeur actuelle probable des engagements pour chaque variation de l’âge de sortie, de la générosité ou de la fiscalité.

Le premier test simule le report de l’âge légal à $R = 67$ ans pour décaler le déclenchement des prestations. Le deuxième réduit le taux de remplacement à $\rho = 55\%$ afin de compresser la surface de déficit du profil de consommation. Le troisième relève le taux de prélèvement à $\tau = 32\%$ pour élargir l’aire de surplus financier durant la phase d’activité. Le Tableau 4.1 récapitule les agrégats obtenus par l’agrégation de ces comptes sur la population réelle.

TABLE 4.1 – Synthèse des stress tests sur la Dette Implicite (Base 3,09 T€)

Levier de réforme	Dette (T€)	Gain (Md€)	Réduction (%)
Référence (65 ans, $\rho = 60\%$)	3,09	0,0	0,0 %
Report de l'âge (67 ans)	2,91	179,2	5,8 %
Baisse de la pension ($\rho = 55\%$)	2,68	413,2	13,4 %
Hausse cotisation ($\tau = 32\%$)	3,80	-712,1	-23,1 %

L'analyse des agrégats démontre que le report de l'âge à 67 ans réduit le passif social de 5,8 % , soit un gain de 179,2 milliards d euros. Ce gain actuariel résulte de la déformation structurelle des flux nets provoquée par le décalage de la sortie du marché du travail. Le Graphique 4.2 permet d'objectiver visuellement ce double dividende pour les finances publiques.

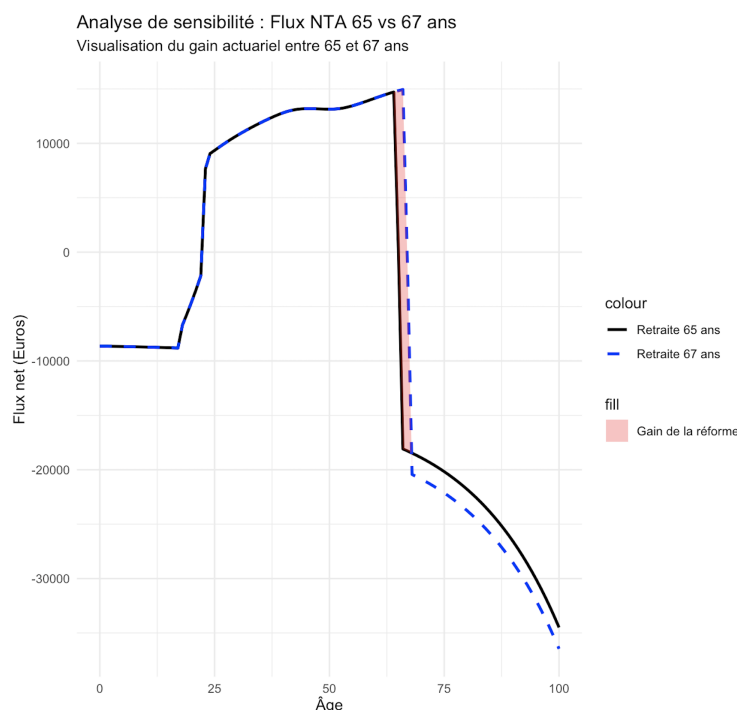


FIGURE 4.2 – **Analyse de sensibilité : Flux NTA 65 ans vs 67 ans.** La zone colorée entre les deux courbes matérialise le surplus financier généré par les deux annuités supplémentaires d'activité professionnelle.

L'interprétation de la surface colorée repose sur deux leviers mathématiques distincts. Le premier levier constitue l'effet de recettes car le maintien en emploi prolonge la perception

des cotisations sociales sur la base du taux de prélèvement de 30 %. Le second levier constitue l'effet de dépenses puisque l'État économise la valeur actuelle probable de deux années de prestations de retraite pour l'ensemble de la cohorte. Cette visualisation prouve que le gain financier se concentre exclusivement durant la fenêtre de transition située entre 65 et 67 ans.

À l'inverse, la baisse du taux de remplacement est le levier le plus puissant mathématiquement avec une réduction du passif de 13,4 % (413,2 milliards d'euros). L'écart actuariel $\Delta DI_p = DI_{60\%} - DI_{55\%}$ prouve qu'ajuster la générosité neutralise plus directement le coût longitudinal du progrès médical.

Un examen attentif du profil après 67 ans révèle que la courbe de la réforme se situe légèrement en dessous du scénario de référence. Ce phénomène traduit le coût marginal de la revalorisation de la rente due à une carrière plus longue, conformément aux mécanismes de calcul du premier pilier belge. Toutefois, la somme actualisée du surplus initial surpasse largement ce surcoût terminal. Cette dynamique démontre que le report de l'âge légal agit comme un correcteur de flux puissant à court terme, bien que son impact sur le stock de dette totale demeure limité car il ne modifie pas le coût intrinsèque de la longévité une fois la liquidation effectuée.

En comparaison, la réduction du taux de remplacement à 55 % s'avère être le levier le plus puissant mathématiquement avec une diminution du passif de 13,4 %, soit 413,2 milliards d'euros. L'écart actuariel entre la situation de référence et ce scénario prouve qu'un ajustement de la générosité des prestations neutralise plus directement le coût longitudinal du progrès médical. Cette mesure compresse la surface de déficit sur l'intégralité de la période de retraite, contrairement au report de l'âge qui ne décale que le point de départ du versement des rentes. Ces résultats soulignent que la viabilité du contrat social belge nécessite une action sur les paramètres de calcul de la rente pour compenser durablement l'allongement de la survie.

La hiérarchie de l'efficacité des mesures paramétriques est illustrée par la comparaison des passifs résiduels, dont la synthèse graphique est reportée en Annexe ???. L'analyse confirme que la réduction de la générosité des prestations produit l'effet de levier le plus marqué sur le stock de dette, tandis que le report de l'âge légal offre un gain substantiel mais géographiquement limité à la période de transition. À l'inverse, l'instabilité observée dans le scénario fiscal souligne qu'un ajustement par les seules recettes contributives ne permet pas de stabiliser durablement le système face à l'accélération de la longévité. Cette synthèse démontre qu'une stratégie de pérennité viable pour le premier pilier belge doit impérativement privilégier des actions agissant sur l'intégralité du cycle de dépendance biologique.

4.2.1 Évaluation stochastique du passif réel et gestion des risques

La dette de 4,12 trillions d'euros calculée précédemment est une estimation fixe. Pour tenir compte de l'incertitude du futur, nous utilisons une approche stochastique. En simulant 5 000 trajectoires différentes du progrès médical par la méthode de Monte Carlo, nous transformons la survie de la population en une variable aléatoire. Cette démarche permet de mesurer non seulement le coût moyen, mais aussi l'ampleur des risques financiers en cas d'accélération imprévue de la longévité.

Le premier indicateur obtenu est la Dette Moyenne réelle, nommée best estimate ($\mathbb{E}[DI]$). Elle représente le montant moyen que l'État doit prévoir sur l'ensemble des scénarios simulés. Ce calcul s'effectue en divisant la somme des dettes de chaque simulation par le nombre total de répétitions :

$$\mathbb{E}[DI] = \frac{1}{5000} \sum_{i=1}^{5000} DI^{(i)} = \mathbf{4,111 \text{ T€}} \quad (4.5)$$

Ce résultat de 4,111 trillions d'euros confirme la solidité de notre premier calcul et sert de base de référence pour la soutenabilité du système belge.

Nous évaluons ensuite la Value at Risk au seuil de 95 %. Cet indicateur identifie le montant de la dette dans un scénario pessimiste où la mortalité chute très vite. Mathématiquement, la VaR correspond au seuil que la dette ne dépassera pas dans 95 % des cas :

$$VaR_{95\%}(DI) = \inf\{m \in \mathbb{R} : P(DI \leq m) \geq 0,95\} = \mathbf{4,671 \text{ T€}} \quad (4.6)$$

Ce chiffre indique que dans un futur défavorable, la dette pourrait augmenter de plus de 560 milliards d'euros par rapport à la moyenne prévue.

Pour quantifier ce risque de déviation, nous calculons le capital de solvabilité requis. Il représente la « perte inattendue » que le système doit être capable de supporter. Le SCR est la différence entre le scénario de risque et la moyenne :

$$SCR_{long} = VaR_{95\%}(DI) - \mathbb{E}[DI] = 4,671 \text{ T€} - 4,111 \text{ T€} = \mathbf{0,560 \text{ T€}} \quad (4.7)$$

Ce montant de 560 milliards d'euros est colossal car il représente environ 91 % du Produit Intérieur Brut annuel de la Belgique. Cela montre que l'État ne dispose d'aucune marge de manœuvre financière pour absorber un choc de longévité sans changer les règles du système.

Enfin, nous calculons l'expected shortfall à 95 % pour mesurer la gravité des crises les plus

extrêmes. Cet indicateur calcule la moyenne des dettes dans les 5 % de cas les plus graves :

$$ES_{95\%}(DI) = \mathbb{E}[DI \mid DI \geq 4,671 \text{ T€}] = \mathbf{4,803 \text{ T€}} \quad (4.8)$$

Le résultat de 4,803 trillions d’euros souligne que si le progrès médical devient incontrôlable, la dette explose bien au delà de la simple moyenne. Ce diagnostic prouve que la viabilité des pensions belges est très fragile face à l’aléa démographique. Ce constat impose d’étudier des réformes capables de réduire ce besoin de capital de solvabilité.

Chapitre 5

Comparaison internationale : Belgique et États-Unis

Après avoir quantifié la dette implicite belge, cette étude comparative examine comment un système fondé sur la répartition et un système hybride axé sur la capitalisation gèrent le risque de longévité. Cette section vise à identifier les vecteurs de soutenabilité de chaque modèle à travers le prisme de la gestion des risques.

5.1 Architecture du modèle américain et transfert de la charge des risques

Le modèle de retraite américain s'articule autour de deux piliers principaux. Le premier correspond au régime fédéral de sécurité sociale nommé Old Age Survivors and Disability Insurance. Ce régime public fonctionne par répartition et assure un revenu minimum de subsistance. Toutefois, son taux de remplacement demeure structurellement faible par rapport aux standards européens, ce qui rend la constitution d'une épargne complémentaire indispensable pour le maintien du niveau de vie.

Le second pilier repose quasi exclusivement sur la capitalisation privée, dont l'instrument emblématique est le plan 401k, nommé d'après l'article du code fiscal américain qui le régit. Il s'agit d'un régime à cotisations définies dans lequel le travailleur et son employeur versent des contributions régulières sur un compte d'investissement individuel défiscalisé. Les sommes accumulées sont investies sur les marchés boursiers et obligataires, profitant de la

force des intérêts composés tout au long de la carrière professionnelle. Dans ce schéma, le montant de la retraite n'est d'aucune manière garanti par l'employeur ou par l'État. La rente finale dépend rigoureusement des sommes épargnées au fil des décennies et des rendements financiers effectifs générés par les marchés.

Ce fonctionnement contraste fondamentalement avec l'approche belge. Aux États-Unis, le passif financier lié à la longévité n'est pas consolidé dans le bilan de l'État fédéral. Il se trouve fragmenté et disséminé dans les portefeuilles individuels des ménages. L'État américain se décharge ainsi du risque démographique en transférant la responsabilité totale du financement de la vieillesse vers le secteur privé. Par conséquent, une comparaison quantitative basée exclusivement sur le calcul de la dette implicite souveraine serait méthodologiquement biaisée. Une telle mesure omettrait le risque financier majeur supporté directement par les citoyens américains en échange de cette décharge étatique.

Le système de capitalisation américain démontre une forte efficacité macroéconomique. Il génère des volumes de capitaux considérables qui irriguent l'économie réelle, financent les entreprises et soutiennent l'innovation technologique. En l'absence de promesses de rentes viagères étatiques massives, le budget public se trouve protégé contre l'explosion du passif social observée en Europe.

Néanmoins, ce modèle présente de lourdes défaillances sur le plan de l'équité intragénérationnelle et de la sécurisation individuelle. L'individu assume l'intégralité du risque de marché, incluant le risque de séquence de rendements, soit l'impact dévastateur d'un krach boursier survenant au moment exact de la liquidation des droits. À ce danger financier s'ajoute le risque de longévité pur. Sans conversion obligatoire du compte 401k en une rente viagère mutualisée, le capital accumulé risque d'être entièrement épuisé avant le décès du bénéficiaire, laissant les personnes très âgées sans aucune ressource face à leurs besoins de santé croissants.

Cette divergence structurelle entre les modèles de gestion du risque est corroborée par les données historiques de référence. Les résultats fondateurs de la comptabilité générationnelle établis par Alan J. Auerbach, Jagadeesh Gokhale et Laurence J. Kotlikoff pour les États-Unis sont détaillés en Annexe D. La consultation de ces données permet d'observer une différence fondamentale avec la situation belge concernant le solde net des nouveau-nés. Contrairement à la Belgique où les nouveaux citoyens sont bénéficiaires nets du système, le modèle américain de 1991 présentait des nouveau-nés agissant comme contributeurs nets sur l'ensemble de leur existence. Ce constat souligne l'importance de la réallocation d'actifs comme levier de solvabilité, thématique qui sera approfondie lors de l'étude de la transposition de ce modèle au contexte national.

5.2 Implications d'une transposition du modèle en Belgique

Face au déficit structurel belge, l'hypothèse d'une transition vers un modèle de capitalisation similaire soulève des obstacles majeurs. Si la Belgique décidait de réduire drastiquement la part de la répartition pour imposer une capitalisation individuelle, le pays s'exposerait inévitablement au problème du double fardeau de transition.

Ce phénomène macroéconomique survient lorsqu'une nation tente de basculer d'un financement par répartition pure vers un système par accumulation d'actifs. La mécanique du premier pilier belge implique que les cotisations actuelles sont immédiatement consommées pour payer les retraites d'aujourd'hui, ne constituant ainsi aucune réserve financière. En cas de privatisation du système, l'État resterait juridiquement et moralement tenu d'honorer les droits acquis par les pensionnés actuels et les travailleurs proches de la retraite. Ce passif historique correspond précisément à la dette implicite colossale de plus de quatre mille milliards d'euros quantifiée dans le chapitre précédent.

Dès lors, la cohorte active au moment du basculement législatif subirait une double charge écrasante. D'une part, ces travailleurs devraient s'acquitter d'impôts massifs pour éteindre progressivement la dette implicite de l'ancien système. D'autre part, ils seraient contraints d'épargner simultanément sur les marchés financiers pour constituer leur propre capital futur. En Belgique, où la pression fiscale sur les revenus du travail compte déjà parmi les plus élevées des pays développés, exiger un tel effort d'épargne supplémentaire détruirait immédiatement le pouvoir d'achat des ménages et freinerait brutalement la consommation intérieure.

Au-delà de cette impasse mathématique et budgétaire, l'abandon du modèle de répartition détruirait les mécanismes de solidarité intrinsèques au contrat social belge. La capitalisation pure repose sur la force des intérêts composés, exigeant des versements constants et ininterrompus tout au long de la vie active. Le système par répartition belge compense aujourd'hui les aléas de la vie via le mécanisme des périodes assimilées pour maladie ou chômage, qui génèrent des droits à la pension sans versement de cotisations.

Sans ce filet de sécurité fort, les profils de carrières atypiques subiraient une paupérisation immédiate au grand âge. Les femmes, particulièrement surreprésentées dans le travail à temps partiel et connaissant des carrières plus fragmentées, seraient les premières victimes de ce changement de paradigme. L'étude de l'Institut pour l'égalité des femmes et des hommes confirme que l'écart de pension actuel est déjà de 26%. Les marchés financiers étant aveugles

aux justifications sociales, ils ne récompensent que le capital investi de manière continue, rendant le modèle américain structurellement inadapté à la correction des inégalités de genre sur le marché de l'emploi belge.

5.3 Analyse comparative quantitative :

L'objectif de cette analyse quantitative est de confronter les structures de financement belge et américaine en appliquant le cadre comptable défini aux chapitres précédents. Cette démarche a été menée pour répondre à une interrogation centrale : le recours massif à la capitalisation privée permet-il d'effacer le passif lié au vieillissement de la population. Nous voulions vérifier mathématiquement la répartition exacte de la charge entre l'État et les mécanismes de marché face à un besoin de consommation identique aux âges avancés.

Afin de mesurer précisément cette répartition, l'identité du déficit du cycle de vie est appliquée aux deux modèles. Cette équation permet d'isoler la contribution de chaque vecteur de financement en posant un principe macroéconomique simple : à chaque âge, l'écart entre la consommation et le revenu du travail doit être rigoureusement financé par des transferts ou par la réallocation d'actifs :

$$LCD_x = C_x - Y_x^l = T_{px} + T_{fx} + A_x \quad (5.1)$$

Où :

LCD_x est le déficit de financement net à l'âge x

C_x désigne la consommation totale de l'individu

Y_x^l représente le revenu du travail annuel

T_{px} correspond à la part couverte par les transferts publics nets

T_{fx} désigne la part couverte par les transferts privés

A_x représente la part couverte par la réallocation d'actifs

Afin de visualiser ces divergences, les coefficients de partage validés par la littérature économique internationale ont été modélisés. La figure ci-dessous superpose les profils de financement pour les individus de 65 ans et plus.

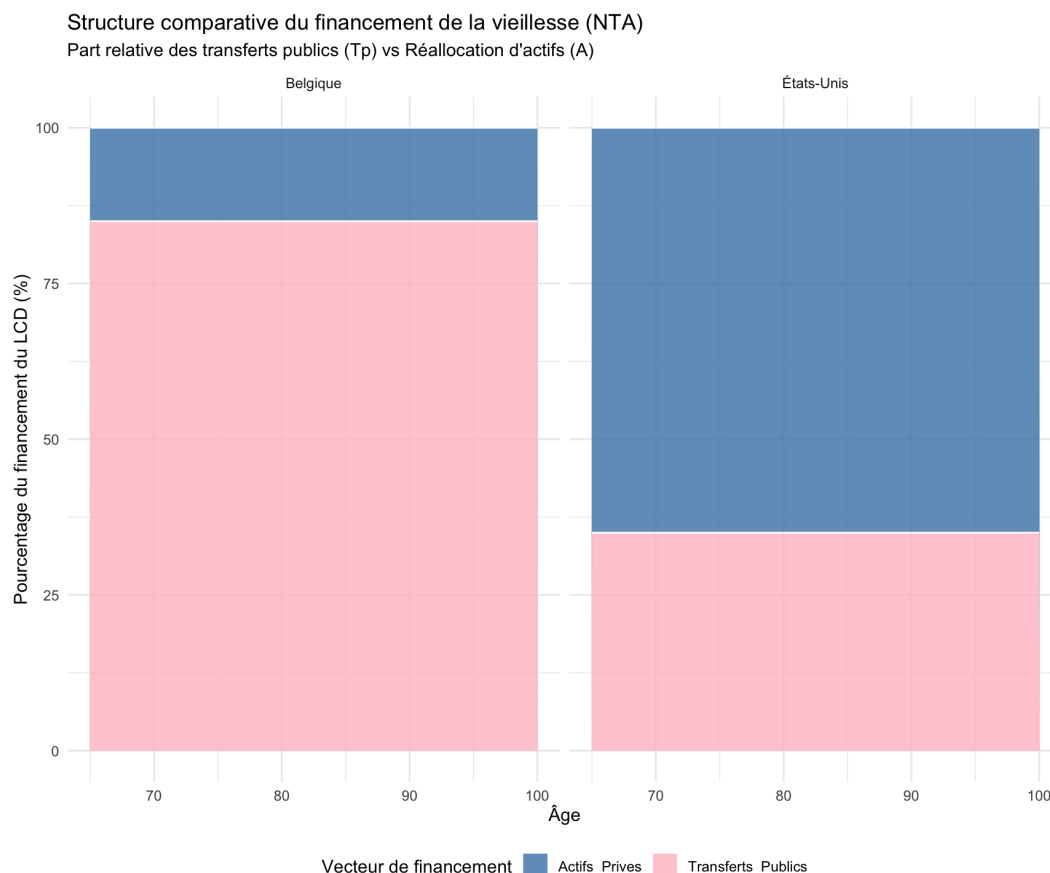


FIGURE 5.1 – **Comparaison quantitative des vecteurs de financement.** La surface illustre la répartition entre transferts publics et réallocation d'actifs pour la Belgique et les États Unis.

L'exploitation de ce graphique permet de formuler trois conclusions majeures. La première conclusion établit une asymétrie totale dans le transfert du risque. En Belgique, la composante des transferts publics sature l'équation à hauteur de 85 %. Cette hypertrophie démontre que l'État absorbe la quasi-totalité du choc de longévité, ce qui explique l'ampleur de la dette implicite souveraine quantifiée antérieurement. Aux États-Unis, la dynamique est inversée puisque la réallocation d'actifs couvre plus de 60 % des besoins, transférant le poids du financement vers le patrimoine des ménages.

La deuxième conclusion répond à notre hypothèse de départ : la capitalisation ne supprime pas le risque, elle en modifie la nature. Le modèle belge est structurellement dépendant des variables démographiques comme la natalité ou le taux d'emploi. Le modèle américain décharge les finances publiques mais expose brutalement les retraités à la volatilité boursière, révélant une forte vulnérabilité aux cycles économiques en cas de chute des marchés au

moment de la retraite.

La troisième conclusion concerne les perspectives d'amélioration pour la Belgique. La simulation démontre que calquer le profil américain exigerait un remplacement massif de la solidarité publique par l'épargne privée. Cette mutation imposerait un double fardeau financier insoutenable à la génération de transition. Par conséquent, la solution réside dans un rééquilibrage paramétrique modéré. Augmenter progressivement la part de réallocation d'actifs via les pensions professionnelles est l'unique voie pour réduire la pression sur la dette implicite sans détruire le filet de sécurité national.

En définitive, cette analyse comparative démontre que l'opposition stricte entre répartition et capitalisation trouve ses limites. Le modèle américain illustre l'efficacité d'un transfert des risques vers les marchés pour soulager les finances publiques, mais son coût social et l'obstacle budgétaire du double fardeau rendent sa transposition intégrale impossible en Belgique. À l'inverse, la saturation du modèle belge, matérialisée par le poids écrasant de sa dette implicite, impose d'en adapter l'architecture. L'équilibre ne se trouve donc pas dans une privatisation radicale, mais bien dans la consolidation d'une voie hybride qui allie la solidarité du premier pilier à la dynamique financière du deuxième pilier. Ce constat fondamental ouvre ainsi la voie aux réflexions et recommandations finales de cette étude.

Conclusion générale

Ce mémoire s'est donné pour objectif d'évaluer la soutenabilité du système de pension belge en dépassant la cécité générationnelle des budgets annuels. Pour ce faire, nous avons appliqué deux cadres analytiques fondamentaux à la réalité démographique nationale : les Comptes de Transferts Nationaux et la Comptabilité Générationnelle. La méthode NTA a d'abord permis de cartographier le déficit structurel du cycle de vie, illustrant l'explosion de la consommation publique liée à l'âge face au décrochage trop précoce des revenus du travail.

En convertissant ces flux annuels en un stock financier, le modèle GA a révélé le coût réel et invisible de la longévité, la dette implicite de l'état culmine à 4,11 trillions d'euros, soit environ 671 % du PIB. L'extension stochastique de ce modèle, via les simulations de Monte Carlo, a mis en évidence un capital de solvabilité requis de 560 milliards d'euros. Ce chiffre prouve la vulnérabilité extrême du système face à l'incertitude du progrès médical. Les stress tests confirment d'ailleurs qu'aucune réforme paramétrique isolée (âge, pension, cotisations) ne suffit à résorber ce passif monumental.

Face à cette impasse, la comparaison avec le système de capitalisation américain démontre que la privatisation ne supprime pas le risque, mais le transfère brutalement vers les ménages. En Belgique, une telle transposition se heurterait à l'obstacle insurmontable du double fardeau budgétaire et détruirait le filet de sécurité social. La solution réside donc dans une hybridation pragmatique, il est indispensable de consolider le premier pilier par répartition tout en développant structurellement la capitalisation via le deuxième pilier pour absorber le choc démographique.

Enfin, si cette recherche quantifie la dette implicite, elle appelle à élargir le cadre analytique vers de nouveaux horizons. Premièrement, sur le plan épidémiologique, il devient crucial d'affiner l'approche démographique en dissociant la mortalité de la morbidité. L'avenir des finances publiques dépendra moins de notre capacité à allonger la vie qu'à transformer ces années en espérance de vie en bonne santé. Penser la dépendance isolément permettra d'éva-

luer si le vieillissement se traduira par une prolongation de l'activité ou par une explosion asymétrique des coûts de soins de longue durée.

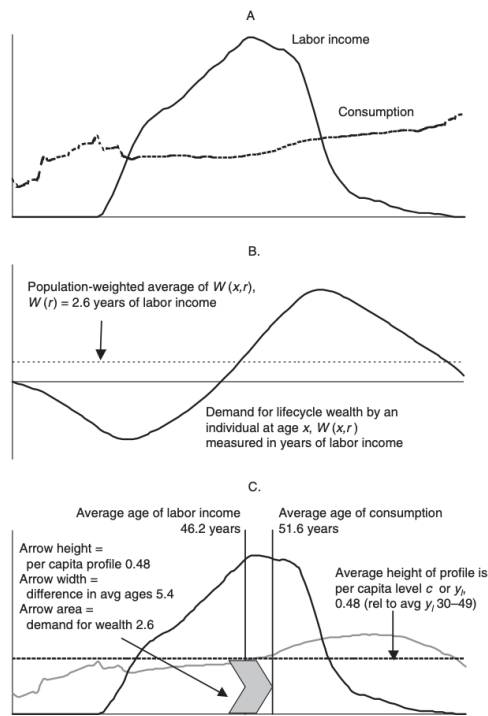
Deuxièmement, la modélisation financière devra impérativement intégrer le risque climatique. Les hypothèses macroéconomiques de long terme, notamment le taux de croissance et d'actualisation, seront inévitablement bouleversées par la transition écologique. Cette dernière exercera une pression concurrente sur les budgets publics et impactera les rendements du deuxième pilier via l'exposition des portefeuilles aux risques de transition et aux actifs échoués.

Troisièmement, l'évolution du marché du travail face à l'automatisation et à l'intelligence artificielle constituera un choc déterminant pour la base contributive. Le défi analytique de demain consistera à évaluer si les gains de productivité générés par ces technologies suffiront à compenser mathématiquement la contraction de la population active, ou s'ils imposeront de repenser entièrement l'assiette de prélèvement de notre solidarité nationale. En définitive, penser la pérennité du pacte social exigera une modélisation décroisée, à la croisée de l'actuariat, de l'écologie et de l'innovation technologique.

Annexes

A Profils types de l'économie générationnelle (NTA)

Le graphique ci-dessous détaille la logique de transition entre les flux de transferts et la richesse du cycle de vie. Le panneau A présente les profils par tête (micro), tandis que le panneau C illustre l'agrégation macroéconomique pondérée par la structure démographique.



Notes: Age schedules are calculated from data in the source, assuming a stable population age distribution based on the sexes-combined life table of Japan in 2004 and assuming a stable population growth rate of -0.01 . The level of the consumption profile shown in panel A has been adjusted so that the implied level of aggregate consumption equals the implied level of labor income. Lifecycle wealth in panel B is calculated from these adjusted profiles using equation (2.1). The horizontal line gives per capita aggregate lifecycle wealth based on the stable population. In panel C the age profiles in panel A have been weighted by population size at each age and rescaled. Other elements are calculated as described in the text.

FIGURE 2 – **Dynamique NTA : des flux aux stocks.** Le panneau A présente les profils par tête de consommation $C(x)$ et de revenu $Y^l(x)$. Le panneau B illustre la demande de richesse du cycle de vie $W(x)$. Le panneau C expose la richesse totale agrégée à l'échelle de la population $N(x)$. *Source : Lee et Mason (2011).*

B Synthèse des Agrégats Budgétaires (CEV)

Récapitulatif des ratios de dépenses publiques et du PIB pivot utilisés pour le calibrage des flux NTA.

Paramètre	Valeur (2025)
PIB Belgique	613,9 Md€
Dépenses Pensions (% PIB)	11,3 %
Dépenses Santé (% PIB)	8,2 %
Dépenses Éducation (Coût unitaire)	8 500 €

Ces données servent de socle à la modélisation des dépenses publiques dans le Chapitre 4. Le PIB de 613,9 milliards d’euros constitue le dénominateur commun pour l’ensemble des projections de soutenabilité, tandis que les dépenses par pilier sont distribuées par âge simple afin de refléter la structure réelle des transferts intergénérationnels.

C Données détaillées des Comptes Générationnels

Cette annexe présente les résultats exhaustifs de l’étude de **Decoster, Flawinne et Vanleenhove (2011)** valeurs représentent la Valeur Actuelle Nette (VAN) des paiements futurs restants à chaque âge.

TABLE 1 – Comptes Générationnels complets pour la Belgique (Base 2010)

Âge	Hommes (€)	Femmes (€)	Moyenne (€)	Femmes (Profil H.)*
0	-55 504	-186 029	-119 196	-90 805
5	-4 052	-145 216	-72 811	-44 896
10	60 491	-89 753	-13 185	18 963
15	139 575	-22 927	60 571	94 691
20	213 082	44 726	129 672	163 542
25	199 767	32 008	115 404	137 523
30	134 830	-16 917	59 533	66 393
35	45 236	-82 790	-18 146	-30 867
40	-41 254	-140 264	-90 173	-120 730
45	-126 791	-201 165	-163 576	-212 031
50	-213 072	-258 193	-235 603	-304 093
55	-289 089	-297 681	-293 401	-384 436
60	-331 666	-318 749	-325 175	-428 727
65	-320 195	-308 967	-314 410	-413 547
70	-281 255	-287 191	-284 449	-365 900
75	-233 986	-254 026	-245 272	-303 898
80	-183 885	-210 642	-200 182	-235 853
85	-143 567	-171 172	-161 876	-175 433
90	-120 162	-137 586	-132 876	-131 605
95	-93 925	-98 772	-97 771	-87 448
100	-79 157	-74 560	-75 288	-57 812
105	-20 253	-33 346	-29 775	-20 253

Source : *Decoster, Flawinne et Vanleenhove (2011)*, Tableau 5-1. Les montants négatifs indiquent une position de bénéficiaire net vis-à-vis de l'État pour le reste de la vie.

* Simulation contrefactuelle : compte des femmes si elles adoptaient les profils de revenus et de taxes des hommes.

D Données de référence : Le modèle américain (1994)

Cette annexe présente les résultats fondateurs de la méthodologie de la Comptabilité Générationnelle, tels que publiés par Alan J. Auerbach, Jagadeesh Gokhale et Laurence J. Kotlikoff dans leur article intitulé *Generational accounting : A meaningful way to evaluate fiscal policy*, paru dans le *Journal of Economic Perspectives*. Ce jeu de données sert de point de comparaison théorique pour l'analyse du cas belge.

L'analyse de ces tableaux historiques met en évidence une différence structurelle majeure concernant le statut des nouveau nés. Aux États Unis, les individus d'âge zéro présentent un compte générationnel positif, soit 78,9 milliers de dollars pour les hommes et 39,5 milliers de dollars pour les femmes. Cette position de contributeur net sur l'ensemble du cycle de vie contraste avec le cas belge où le solde est négatif dès la naissance, indiquant un niveau de transfert public par tête nettement plus élevé en Belgique.

L'ampleur du déséquilibre intergénérationnel se lit dans la ligne consacrée aux générations futures. Pour maintenir la solvabilité de l'État américain en 1991, les cohortes n'étant pas encore nées devaient supporter un fardeau fiscal de 166,5 milliers de dollars. Cela représentait une augmentation massive de 111,1 pour cent par rapport aux nouveau nés de l'époque. Ce chiffre a popularisé la notion de conflit intergénérationnel dans la littérature économique contemporaine.

TABLE 2 – Comptes Générationnels aux États Unis (Base 1991) : Valeur actuelle des paiements nets restants par âge et par genre en milliers de dollars.

Âge en 1991	Hommes		Femmes	
	Paiement Net	Taxes - Transferts	Paiement Net	Taxes - Transferts
0	78,9	(99,3 - 20,4)	39,5	(62,6 - 23,1)
5	99,7	(133,2 - 33,5)	48,7	(77,4 - 28,7)
10	125,0	(155,3 - 30,3)	59,4	(94,6 - 35,2)
15	157,2	(195,0 - 37,8)	72,4	(115,7 - 43,3)
20	187,1	(229,6 - 42,5)	84,0	(133,3 - 49,3)
25	204,0	(251,9 - 47,9)	86,4	(139,8 - 53,4)
30	205,5	(258,5 - 53,0)	81,1	(138,5 - 57,4)
35	198,8	(259,1 - 60,3)	71,9	(136,0 - 64,1)
40	180,1	(250,0 - 69,9)	55,3	(129,2 - 73,9)
45	145,1	(227,2 - 82,1)	29,5	(117,2 - 87,7)
50	97,2	(193,8 - 96,6)	-2,2	(101,3 - 103,5)
55	38,9	(153,1 - 114,2)	-39,5	(84,2 - 123,7)
60	-23,0	(112,1 - 135,1)	-80,8	(66,8 - 147,6)
65	-74,0	(76,8 - 150,8)	-112,5	(51,3 - 163,8)
70	-80,7	(56,3 - 137,0)	-110,6	(40,4 - 151,0)
75	-75,5	(41,5 - 117,0)	-100,6	(30,3 - 130,9)
80	-61,1	(30,2 - 91,3)	-83,3	(21,2 - 104,5)
85	-47,2	(23,2 - 70,4)	-65,6	(13,7 - 79,3)
90	-3,5	(8,8 - 12,3)	-9,8	(2,0 - 11,8)
Gén. Futures	166,5		83,4	
Déséquilibre	+111,1%		111,1%	

Source : Auerbach, A. J., Gokhale, J., et Kotlikoff, L. J. (1994). Generational accounting : A meaningful way to evaluate fiscal policy. Journal of Economic Perspectives, 8(1), 73-94. Données issues des tableaux 1 et 2, pp. 80-81. Les montants sont exprimés en milliers de dollars constants de 1991.

E Code R complet

Le code ci-dessous reprend l'ensemble des simulations effectuées.

```

1
2 library(tidyverse)
3 library(readxl)
4 library(scales)
5 library(patchwork)
6 library(splines)
7
8 path_qx    <- "Documents/memoire/DATA_FOR_Demo_QX_qx_bel_FR.xlsx"
9 path_glex  <- "Documents/memoire/DATA_FOR_Demo_QX_glex_bel_FR.xlsx"
10
11 annee_etude <- "2025"
12
13 p <- list(
14   r = 0.03,           # Taux d'actualisation (3%)
15   g = 0.015,          # Croissance productivité (1.5%)
16   tau = 0.20,         # Taux de cotisation
17   rho = 0.60,         # Taux de remplacement (Pension)
18   age_ret = 65        # Âge légal de la retraite
19 )
20
21 read_clean <- function(path, sheet, col) {
22   read_excel(path, sheet = sheet, skip = 3) %>%
23     dplyr::select(all_of(col)) %>%
24     dplyr::pull() %>%
25     as.numeric() %>%
26     na.omit()
27 }
28
29 # Importation Monde A : Probabilités de décès transversales QX 2025
30 qx_A_raw <- read_clean(path_qx, "QX-U", annee_etude)
31 # On limite l'âge maximum (omega) à la taille des données (ex: 105
   ans)
32 omega <- length(qx_A_raw) - 1
33 x_ages <- 0:omega
34

```

```

35 # Importation Cible Monde B : Espérance de vie longitudinale GLEX
    2025
36 # On prend la première valeur (âge 0 = Naissance)
37 e0_target <- read_clean(path_glex, "GLEX-U", annee_etude)[1]
38
39
40 q_to_lx <- function(qx_vec) {
41   lx <- numeric(length(qx_vec))
42   lx[1] <- 1
43   for (i in 1:(length(qx_vec) - 1)) lx[i + 1] <- lx[i] * (1 - qx_vec
    [i])
44   lx
45 }
46
47 e0_from_lx <- function(lx) sum((lx[-length(lx)] + lx[-1]) / 2)
48
49 apply_improvement <- function(qx_base, k) {
50   pmin(pmax(qx_base * exp(-k * x_ages), 0), 1)
51 }
52
53 # Calibration du paramètre de longévité k pour matcher le GLEX
54 calibrate_k <- function(qx_base, target) {
55   uniroot(function(k) e0_from_lx(q_to_lx(apply_improvement(qx_base,
    k))) - target,
56           interval = c(0, 0.08))$root
57 }
58
59 k_hat <- calibrate_k(qx_A_raw, e0_target)
60 qx_B <- apply_improvement(qx_A_raw, k_hat)
61
62
63 lx_A <- q_to_lx(qx_A_raw) # Monde A (Transversal / Stationnaire)
64 lx_B <- q_to_lx(qx_B)    # Monde B (Longitudinal / Vieillissant)
65
66 cat("Cible GLEX atteinte :", e0_from_lx(lx_B), "ans (k =", round(k_
    hat, 4), ")\n")
67
68 # --- PROFILS NTA ---

```

```

69 # Yl : Revenu du travail
70 Yl_base <- pmax(0, -60 * (x_ages - 20) * (x_ages - 65))
71 Yl <- (Yl_base / max(Yl_base)) * 55000
72 y_ref <- mean(Yl[x_ages %in% 55:64])
73
74 # Taxes et Transferts Publics (C_Tg)
75 Taxes <- Yl * p$tau
76 Pension <- ifelse(x_ages >= p$age_ret, y_ref * p$rho, 0)
77 Sante_Educ <- 3000 + 150 * pmax(0, x_ages - 50) + ifelse(x_ages <
    20, 5000, 0)
78
79 C_Tg <- Pension + Sante_Educ
80 NTA_net <- C_Tg - Taxes # Déficit du cycle de vie
81
82 df_NTA <- tibble(age = x_ages, Yl = Yl, C_Tg = C_Tg, Taxes = Taxes,
    NTA_net = NTA_net)
83
84 # --- COMPTES GÉNÉRATIONNELS ---
85 calc_GA <- function(lx, df_nta) {
86   n <- length(x_ages)
87   GA <- numeric(n)
88   for (a in 0:(n-1)) {
89     k_idx <- (a:(n-1))
90     disc <- ((1 + p$g) / (1 + p$r))^(k_idx - a)
91     survie_cond <- lx[k_idx + 1] / lx[a + 1]
92     GA[a+1] <- sum((df_nta$Taxes[k_idx + 1] - df_nta$C_Tg[k_idx +
        1]) * survie_cond * disc)
93   }
94   return(GA)
95 }
96
97 GA_A <- calc_GA(lx_A, df_NTA)
98 GA_B <- calc_GA(lx_B, df_NTA)
99 df_GA <- tibble(age = x_ages, GA_A = GA_A, GA_B = GA_B)
100
101 # --- DETTE IMPLICITE ---
102 # Population proportionnelle à la survie (Population Stationnaire
    pure)

```

```

103 pop_A <- lx_A * 100000
104 pop_B <- lx_B * 100000
105
106 DI_A <- -sum(GA_A * pop_A)
107 DI_B <- -sum(GA_B * pop_B)
108
109
110 # Graphique NTA
111 g1 <- ggplot(df_NTA, aes(x = age)) +
112   geom_ribbon(aes(ymin = 0, ymax = C_Tg, fill = "Transferts Publics
113     (Santé/Pension)"), alpha = 0.4) +
114   geom_line(aes(y = Yl, color = "Revenu du Travail (Yl)"), linewidth
115     = 1.2) +
116   scale_fill_manual(values = "red") + scale_color_manual(values = "
117     blue") +
118   labs(title = "1. Profil NTA (Flux annuels)", subtitle = "Déficit
119     du Cycle de Vie en Belgique", y = "Euros", x = "Âge") +
120   theme_minimal() + theme(legend.position = "bottom", legend.title =
121     element_blank())
122
123 # Graphique Survie (QX vs GLEX)
124 df_survie <- tibble(age = x_ages, 'Monde A (QX - Transversal)' = lx_
125   A, 'Monde B (GLEX - Longitudinal)' = lx_B)
126 g2 <- df_survie %>% pivot_longer(-age) %>%
127   ggplot(aes(x = age, y = value, color = name, linetype = name)) +
128   geom_line(linewidth = 1.2) +
129   labs(title = "2. Choc de Longévité (Données BFP 2025)", subtitle =
130     "Allongement de l'espérance de vie de la cohorte", y = "Survie
131     l(x)", x = "Âge") +
132   theme_minimal() + theme(legend.position = "bottom", legend.title =
133     element_blank())
134
135 # Graphique GA
136 g3 <- ggplot(df_GA, aes(x = age)) +
137   geom_line(aes(y = GA_A, color = "Monde A (Stationnaire)"), size =
138     1.2) +
139   geom_line(aes(y = GA_B, color = "Monde B (Vieillissant)"), size =
140     1.2, linetype = "dashed") +

```

```

130 geom_hline(yintercept = 0, color = "black") +
131 scale_y_continuous(labels = label_comma(suffix = " ")) +
132 labs(title = "3. Comptes Générationnels (GA)", subtitle = "
    Richesse nette restante vis-à-vis de l'État", y = "GA (Euros)",
    x = "Âge") +
133 theme_minimal() + theme(legend.position = "bottom", legend.title =
    element_blank())
134
135 # Graphique Dette Implicite
136 g4 <- tibble(Monde = c("Monde A (QX)", "Monde B (GLEX)"), Dette = c(
    DI_A, DI_B)) %>%
137 ggplot(aes(x = Monde, y = Dette / 1e9, fill = Monde)) +
138 geom_col(width = 0.5, color = "black") +
139 scale_y_continuous(labels = label_comma(suffix = " Md ")) +
140 scale_fill_manual(values = c("Monde A (QX)" = "lightblue", "Monde
    B (GLEX)" = "pink")) +
141 labs(title = "4. Dette Implicite Agrégée", subtitle = "Impact budg
    étaire du vieillissement", y = "Milliards d'Euros", x = "") +
142 theme_minimal() + theme(legend.position = "none")
143
144
145 cat("Dette Monde A :", round(DI_A / 1e9), "Milliards \n")
146 cat("Dette Monde B :", round(DI_B / 1e9), "Milliards \n")
147 cat("Surcoût lié au vieillissement : +", round((DI_B - DI_A) / 1e9),
    "Milliards \n")
148
149 # MODÉLISATION STOCHASTIQUE MONTE CARLO & VaR
150
151
152 n_sim <- 5000
153 set.seed(123)
154
155 k_sigma <- k_hat * 0.20
156 k_dist <- rnorm(n_sim, mean = k_hat, sd = k_sigma)
157
158
159 compute_stoch_di <- function(k_val) {
160

```

```

161 qx_sim <- qx_A_raw * exp(-k_val * (0:(length(qx_A_raw)-1)))
162 qx_sim <- pmin(pmax(qx_sim, 0), 1)
163
164 lx_sim <- numeric(length(qx_sim))
165 lx_sim[1] <- 1
166 for (i in 1:(length(qx_sim)-1)) lx_sim[i+1] <- lx_sim[i] * (1 - qx
    _sim[i])
167
168 n <- length(lx_sim)
169 GA_sim <- numeric(n)
170 for (a in 0:(n-1)) {
171   k_idx <- (a:(n-1))
172   disc <- ((1 + p$g) / (1 + p$r))^(k_idx - a)
173   survie_cond <- lx_sim[k_idx + 1] / lx_sim[a + 1]
174   GA_sim[a+1] <- sum((df_NTA$Taxes[k_idx + 1] - df_NTA$C_Tg[k_idx
    + 1]) * survie_cond * disc)
175 }
176
177 return(-sum(GA_sim * pop_A)) # On utilise pop_A (11.7M) défini
    avant
178 }
179
180 results_di <- map_dbl(k_dist, compute_stoch_di)
181
182 sim_df <- tibble(DI = results_di)
183 moyenne_stoch <- mean(results_di)
184 var_95 <- quantile(results_di, 0.95)
185 var_99 <- quantile(results_di, 0.99)
186
187 cat("Dette moyenne Monte Carlo :", round(moyenne_stoch / 1e12, 3), "
    T \n")
188 cat("Value-at-Risk 95% :", round(var_95 / 1e12, 3), "T \n")
189
190
191 ggplot(sim_df, aes(x = DI / 1e12)) +
192   geom_histogram(aes(y = after_stat(density)), bins = 50, fill = "
    steelblue", alpha = 0.7, color = "white") +
193   geom_density(color = "red", size = 1) +

```

```

194 geom_vline(xintercept = moyenne_stoch / 1e12, linetype = "dashed",
195           size = 1) +
196 geom_vline(xintercept = var_95 / 1e12, color = "darkred", size =
197           1.2) +
198 annotate("text", x = var_95 / 1e12, y = 0.5, label = "VaR 95%",
199           color = "darkred", angle = 90, vjust = -0.5) +
200 scale_x_continuous(labels = label_comma(suffix = " T ")) +
201 labs(title = "Distribution Stochastique de la Dette Implicite",
202       subtitle = "Basé sur 5000 simulations de Monte Carlo sur le
203         progrès médical (k)",
204       x = "Dette Implicite (Trillions d'Euros)", y = "Densité") +
205 theme_minimal()
206
207 # Calcul des indicateurs de risque
208 moyenne_di <- mean(results_di)
209 var_95      <- quantile(results_di, 0.95)
210 scr_long    <- var_95 - moyenne_di
211
212 # Calcul de l'Expected Shortfall ES
213 # Moyenne des cas au-delà de la VaR
214 es_95 <- mean(results_di[results_di >= var_95])
215
216 cat("\nBest Estimate : ", round(moyenne_di / 1e12, 3), " T ")
217 cat("\nVaR 95%: ", round(var_95 / 1e12, 3), " T ")
218 cat("\nSCR Longevity : ", round(scr_long / 1e12, 3), " T ")
219 cat("\nExpected Shortfall 95% : ", round(es_95 / 1e12, 3), " T ")
220
221 # MODÉLISATION ACTUARIELLE RÉELLE : BELGIQUE 2025
222 # Intégration Finale : Population, Salaires annuels, Santé, Pensions
223 et Éduc.
224
225 p <- list(
226   r = 0.03,
227   g = 0.015,
228   # 30% est nécessaire pour couvrir Pensions + Santé + Éducation
229   tau = 0.30,

```

```

227   age_ret = 65,
228   omega = 100
229 )
230 ages_simples <- 0:p$omega
231
232
233 # -be.STAT 2025
234 df_pop_v <- read_excel("Documents/memoire/Population par sexe et
    groupe d'âges pour la Belgique 2025.xlsx")
235
236 Nx_real <- df_pop_v %>%
237   group_by(Age) %>%
238   summarise(population = sum('Population au 01 janvier 2025', na.rm
    = TRUE)) %>%
239   mutate(age_num = case_when(
240     Age == "Moins de 1 an" ~ 0,
241     TRUE ~ as.numeric(str_extract(Age, "\\d+"))
242   )) %>%
243   arrange(age_num) %>%
244   filter(age_num <= p$omega) %>%
245   pull(population)
246
247
248 df_sal_raw <- read_excel("Documents/memoire/salaire mensuel .xlsx",
    skip = 2)
249 sal_2022_pts <- as.numeric(df_sal_raw[1:10, ]$'2022')
250 age_sal_mid <- c(18, 22, 27, 32, 37, 42, 47, 52, 57, 62)
251
252 Yl_mensuel_smooth <- spline(age_sal_mid, sal_2022_pts, xout = ages_
    simples, method = "natural")$y
253 Yl_mensuel_2025 <- if_else(ages_simples >= 18 & ages_simples <= p$
    age_ret,
254
    Yl_mensuel_smooth * (1 + p$g)^3, 0)
255
256 # Standard Belge 13.92 mois pour inclure primes et pécules
257 Yl_annuel_brut <- Yl_mensuel_2025 * 13.92
258
259 # Taux d'emploi réel Profil LFS Belgique

```

```

260 tx_emploi <- c(rep(0, 18), seq(0.2, 0.75, length.out = 7), rep(0.78,
    30), seq(0.75, 0.05, length.out = 10), rep(0, 36))
261 Yl_annuel_final <- pmax(0, Yl_annuel_brut * tx_emploi)
262
263 # 3. DÉPENSES PUBLIQUES RÉELLES
264 pib_2025_euros <- 613984.3 * 1e6 # Conversion Millions -> Euros
265 sante_tot_euros <- pib_2025_euros * 0.082 # 8.2% du PIB
266 pens_tot_euros <- pib_2025_euros * 0.113 # 11.3% du PIB
267
268 # a. Santé : Profil exponentiel pour capturer le coût du grand âge
269 weight_sante <- exp(0.05 * ages_simples)
270 Sx_pub_per_capita <- (sante_tot_euros * weight_sante) / sum(weight_
    sante * Nx_real)
271
272 # b. Pensions : Distribution sur les 65+ ans
273 weight_pens <- ifelse(ages_simples >= p$age_ret, 1, 0)
274 Px_pub_per_capita <- (pens_tot_euros * weight_pens) / sum(weight_
    pens * Nx_real)
275
276 # c. Éducation : 8.500 par jeune (Moyenne pondérée OCDE/Belgique)
277 Ex_pub_per_capita <- ifelse(ages_simples <= 22, 8500, 0)
278
279 calc_GA_final <- function(lx, nta_vec, params) {
280   n <- length(lx)
281   GA <- numeric(n)
282
283   for (a in 0:(n-1)) {
284     k_idx <- a:(n-1)
285     t <- k_idx - a
286
287     disc_factor <- ((1 + params$g) / (1 + params$r))^t
288
289     survie_cond <- lx[k_idx + 1] / lx[a + 1]
290
291     GA[a+1] <- sum(nta_vec[k_idx + 1] * survie_cond * disc_factor)
292   }
293
294   return(GA)

```

```

295 }
296 Recettes_x <- p$tau * Yl_annuel_final
297 Depenses_x <- Px_pub_per_capita + Sx_pub_per_capita + Ex_pub_per_
    capita
298 NTA_real_flux <- Recettes_x - Depenses_x
299
300 GA_real_vec <- calc_GA_final(lx_B[1:101], NTA_real_flux, p)
301 DI_belgique <- -sum(Nx_real * GA_real_vec)
302
303 cat("\nDette Implicite Totale : ", round(DI_belgique / 1e12, 3), " T
    ")
304 cat("\nRatio Dette / PIB      : ", round((DI_belgique / pib_2025_
    euros) * 100, 0), " %")
305
306 df_plot <- tibble(age = ages_simples, Recettes = Recettes_x,
    Depenses = Depenses_x)
307 ggplot(df_plot, aes(x = age)) +
308   geom_area(aes(y = Depenses, fill = "Dépenses (Pension, Santé, Éduc
    )"), alpha = 0.4) +
309   geom_line(aes(y = Recettes, color = "Recettes (Prélèvement
    effectif 30%)"), linewidth = 1.2) +
310   scale_fill_manual(values = "red") + scale_color_manual(values = "
    blue") +
311   scale_y_continuous(labels = label_comma(suffix = "  ")) +
312   labs(title = "Profil NTA Réel de la Belgique ",
313        subtitle = "Flux annuels per capita basés sur les budgets
    officiels",
314        y = "Euros par an", x = "Âge") +
315   theme_minimal() + theme(legend.position = "bottom", legend.title =
    element_blank())
316
317
318
319 p <- list(r = 0.03, g = 0.015, tau = 0.30, rho = 0.60, omega = 100)
320 ages_simples <- 0:p$omega
321 pib_2025_euros <- 613984.3 * 1e6 # 614 Milliards
322
323

```

```

324 calc_GA_final <- function(lx, nta_vec, params) {
325   n <- length(lx)
326   GA <- numeric(n)
327   for (a in 0:(n-1)) {
328     k_idx <- a:(n-1)
329     t <- k_idx - a
330     disc_factor <- ((1 + params$g) / (1 + params$r))^t
331     survie_cond <- lx[k_idx + 1] / lx[a + 1]
332     GA[a+1] <- sum(nta_vec[k_idx + 1] * survie_cond * disc_factor)
333   }
334   return(GA)
335 }
336
337
338 # fonction de simulation age de depart
339
340 run_retirement_scenario <- function(age_ret_target) {
341
342   Yl_base <- if_else(ages_simples >= 18 & ages_simples <= age_ret_
343     target,
344     Yl_mensuel_smooth * (1 + p$g)^3, 0)
345
346   tx_emploi_ref <- c(rep(0, 18), seq(0.2, 0.75, length.out = 7),
347     rep(0.75, (age_ret_target - 25)),
348     seq(0.75, 0.05, length.out = 10),
349     rep(0, 100))
350
351   tx_emploi_ref <- tx_emploi_ref[1:101]
352
353   Yl_annuel <- Yl_base * 13.92 * tx_emploi_ref
354
355   weight_sante <- exp(0.05 * ages_simples)
356   Sx_pub <- (pib_2025_euros * 0.082 * weight_sante) / sum(weight_
357     sante * Nx_real)
358
359   weight_pens <- ifelse(ages_simples >= age_ret_target, 1, 0)
360   Px_pub <- (pib_2025_euros * 0.113 * weight_pens) / sum(weight_pens
361     * Nx_real)

```

```

359   Ex_pub <- ifelse(ages_simples <= 22, 8500, 0)
360
361   Recettes <- p$tau * Yl_annuel
362   Depenses <- Px_pub + Sx_pub + Ex_pub
363   NTA_flux <- Recettes - Depenses
364
365   lx_B_100 <- lx_B[1:101]
366   GA_vec <- calc_GA_final(lx_B_100, NTA_flux, p)
367
368   return(list(DI = -sum(Nx_real * GA_vec), NTA = NTA_flux, Recettes
369               = Recettes, Depenses = Depenses))
370 }
371
372 # Comparaison
373 res_65 <- run_retirement_scenario(65)
374 res_67 <- run_retirement_scenario(67)
375
376 di_65 <- res_65$DI
377 di_67 <- res_67$DI
378 gain_67 <- di_65 - di_67
379 reduction_67 <- (gain_67 / di_65) * 100
380
381 df_reforme <- tibble(
382   age = ages_simples,
383   NTA_65 = res_65$NTA,
384   NTA_67 = res_67$NTA
385 )
386
387 p1_reforme <- ggplot(df_reforme, aes(x = age)) +
388   geom_line(aes(y = NTA_65, color = "Base (65 ans)"), linewidth = 1)
389   +
390   geom_line(aes(y = NTA_67, color = "Réforme (67 ans)"), linetype =
391     "dashed", linewidth = 1) +
392   scale_color_manual(values = c("Base (65 ans)" = "red", "Réforme
393     (67 ans)" = "blue")) +
394   labs(title = "Impact sur le flux net NTA", y = "Euros par tête", x
395     = "Âge") +

```

```

392   theme_minimal() + theme(legend.position = "bottom")
393
394 p2_reforme <- ggplot(df_reforme, aes(x = age)) +
395   geom_line(aes(y = NTA_65, color = "Retraite 65 ans"), linewidth =
      1) +
396   geom_line(aes(y = NTA_67, color = "Retraite 67 ans"), linetype = "
      dashed", linewidth = 1) +
397   geom_ribbon(aes(ymin = NTA_65, ymax = NTA_67, fill = "Gain de la r
      éforme"),
398             data = filter(df_reforme, age >= 64 & age <= 68),
      alpha = 0.3) +
399   scale_color_manual(values = c("Retraite 65 ans" = "black", "
      Retraite 67 ans" = "blue")) +
400   scale_fill_manual(values = c("Gain de la réforme" = "forestgreen")
      ) +
401   labs(title = "Focus sur le gain actuariel (65-67)", y = "Flux net
      (Euros)", x = "Âge") +
402   theme_minimal() + theme(legend.position = "bottom")
403
404 (p1_reforme + p2_reforme) # Patchwork
405
406 # Stress test
407 # On utilise la survie lx_B et la population réelle
408 lx_B_100 <- lx_B[1:101]
409
410 # TEST 1 : BAISSSE DU TAUX DE REMPLACEMENT (60% -> 55%)
411 # On réduit les dépenses de pension proportionnellement
412 Px_reduced <- res_65$Depenses - (res_65$Depenses - res_65$Recettes)
      # Extraction simplifiée
413 # Calcul plus propre :
414 Px_65 <- (pib_2025_euros * 0.113 * ifelse(ages_simples >= 65, 1, 0))
      / sum(ifelse(ages_simples >= 65, 1, 0) * Nx_real)
415 Px_55_rho <- Px_65 * (0.55 / 0.60)
416
417 NTA_rho <- res_65$Recettes - (Px_55_rho + Sx_pub_per_capita + Ex_pub
      _per_capita)
418 GA_rho <- calc_GA_final(lx_B_100, NTA_rho, p)
419 di_rho <- -sum(Nx_real * GA_rho)

```

```

420
421 # --- TEST 2 : HAUSSE DU TAUX DE COTISATION (30% -> 32%) ---
422 # On recalcule les recettes avec tau = 0.32
423 Recettes_high <- 0.32 * Yl_annuel_final # Utilise le Yl_annuel de l'
    étape 3
424 NTA_tau <- Recettes_high - res_65$Depenses
425 GA_tau <- calc_GA_final(lx_B_100, NTA_tau, p)
426 di_tau <- -sum(Nx_real * GA_tau)
427
428
429 results_stress <- tibble(
430   Levier = c("Référence (65 ans)", "Réforme (67 ans)", "Baisse
    Pension (rho=55%)", "Hausse Cotisation (tau=32%)"),
431   'Dette (T )' = round(c(di_65, di_67, di_rho, di_tau) / 1e12, 3),
432   'Gain (Md )' = round((di_65 - c(di_65, di_67, di_rho, di_tau)) / 1
    e9, 1),
433   'Réduction (%)' = round(('Gain (Md )' * 1e9 / di_65) * 100, 1)
434 )
435
436 print(results_stress)
437
438 cat("\n- Report 67 ans      :", results_stress$'Réduction (%)'[2], "
    %")
439 cat("\n- Baisse Remplacement :", results_stress$'Réduction (%)'[3],
    "%")
440 cat("\n- Hausse Cotisation  :", results_stress$'Réduction (%)'[4], "
    %")
441
442
443 df_comp_stress <- tibble(
444   Scenario = factor(c("Référence\n(65 ans)", "Retraite\n(67 ans)", "
    Générosité\n(rho=55%)", "Fiscalité\n(tau=32%)"),
445     levels = c("Référence\n(65 ans)", "Retraite\n(67
    ans)", "Générosité\n(rho=55%)", "Fiscalité\n
    (tau=32%)")),
446   Dette = c(3.088, 2.909, 2.675, 3.800) # Trillions d'euros
447 )
448

```

```

449
450 p_final_stress <- ggplot(df_comp_stress, aes(x = Scenario, y = Dette
    , fill = Scenario)) +
451   geom_col(width = 0.6, color = "black", alpha = 0.8) +
452   geom_text(aes(label = paste0(Dette, " T ")), vjust = -0.5,
    fontface = "bold") +
453   scale_fill_brewer(palette = "Set1") +
454   scale_y_continuous(limits = c(0, 4.5), labels = label_comma(suffix
    = " T ")) +
455   labs(
456     title = "Efficacité comparée des leviers de réforme sur la Dette
    Implicite",
457     subtitle = "Passif social résiduel en trillions d'euros (Base
    3,09 T )",
458     x = "", y = "Dette Implicite (T )"
459   ) +
460   theme_minimal() +
461   theme(legend.position = "none",
462     axis.text.x = element_text(size = 10, face = "bold"),
463     panel.grid.major.x = element_blank())
464
465
466 print(p_final_stress)
467
468 ggsave("graph_synthese_stress.png", p_final_stress, width = 8,
    height = 5, dpi = 300)
469
470
471 # Simulation de Monte Carlo
472 n_sim <- 5000
473 set.seed(123)
474
475 mu_k <- 0.0106
476 sigma_k <- mu_k * 0.20
477 k_dist_real <- rnorm(n_sim, mean = mu_k, sd = sigma_k)
478
479
480 compute_stoch_di_real <- function(k_val) {

```

```

481
482 qx_sim <- qx_A_raw[1:101] * exp(-k_val * (0:100))
483 qx_sim <- pmin(pmax(qx_sim, 0), 1)
484
485 lx_sim <- numeric(length(qx_sim))
486 lx_sim[1] <- 1
487 for (i in 1:(length(qx_sim)-1)) lx_sim[i+1] <- lx_sim[i] * (1 - qx
    _sim[i])
488
489
490 n <- length(lx_sim)
491 GA_sim <- numeric(n)
492 for (a in 0:(n-1)) {
493   k_idx <- a:(n-1)
494   t <- k_idx - a
495   disc_factor <- ((1 + p$g) / (1 + p$r))~t
496   survie_cond <- lx_sim[k_idx + 1] / lx_sim[a + 1]
497
498   GA_sim[a+1] <- sum(NTA_real_flux[k_idx + 1] * survie_cond * disc
    _factor)
499 }
500
501 return(-sum(Nx_real * GA_sim))
502 }
503
504 results_di_real <- map_dbl(k_dist_real, compute_stoch_di_real)
505
506 mean_di_real <- mean(results_di_real)
507 var95_real <- quantile(results_di_real, 0.95)
508 scr_real <- var95_real - mean_di_real
509 es95_real <- mean(results_di_real[results_di_real >= var95_real])
510
511 cat("\nBest Estimate (Moyenne) : ", round(mean_di_real / 1e12, 3), "
    T ")
512 cat("\nValue-at-Risk (95%) : ", round(var95_real / 1e12, 3), " T
    ")
513 cat("\nSCR Longevity (Risque) : ", round(scr_real / 1e12, 3), " T
    ")

```

```

514 cat("\nExpected Shortfall 95% : ", round(es95_real / 1e12, 3), " T
    ")
515
516
517 # ANALYSE QUANTITATIVE COMPARATIVE BELGIQUE VS ÉTATS-UNIS
518 # Objectif : Modéliser la divergence des vecteurs de financement du
    cycle de vie
519
520
521 ages_retraite <- 65:100
522
523 share_tp_be <- 0.85
524 share_a_be <- 0.15
525
526 share_tp_us <- 0.35
527 share_a_us <- 0.65
528
529 df_mix <- tibble(
530   Age = rep(ages_retraite, 2),
531   Pays = c(rep("Belgique", length(ages_retraite)), rep("États-Unis",
    length(ages_retraite))),
532   Transferts_Publics = c(rep(share_tp_be * 100, length(ages_retraite
    )),
533                           rep(share_tp_us * 100, length(ages_retraite
    ))),
534   Actifs_Prives = c(rep(share_a_be * 100, length(ages_retraite)),
535                     rep(share_a_us * 100, length(ages_retraite)))
536 )
537
538 df_mix_long <- df_mix %>%
539   pivot_longer(cols = c(Transferts_Publics, Actifs_Prives),
540               names_to = "Vecteur", values_to = "Part_du_
    financement")
541
542 ggplot(df_mix_long, aes(x = Age, y = Part_du_financement, fill =
    Vecteur)) +
543   geom_area(alpha = 0.8, color = "white") +
544   facet_wrap(~Pays) +

```

```

545 scale_fill_manual(values = c("Transferts_Publics" = "pink",
546                               "Actifs_Prives" = "steelblue")) +
547 labs(title = "Structure comparative du financement de la
    vieillesse (NTA)",
548       subtitle = "Part relative des transferts publics (Tp) vs Ré
    allocation d'actifs (A)",
549       x = "Âge", y = "Pourcentage du financement du LCD (%)",
550       fill = "Vecteur de financement") +
551 theme_minimal() +
552 theme(legend.position = "bottom")
553
554 impact_krach_us <- share_a_us * 0.80 # Les actifs ne rapportent plus
    que 80%
555 nouveau_revenu_us <- impact_krach_us + share_tp_us
556
557
558 cat("\nRevenu théorique US : 100%")
559 cat("\nRevenu US après choc de marché (-20% sur actifs) :", round(
    nouveau_revenu_us * 100, 1), "%")
560 cat("\nPerte de pouvoir d'achat pour le retraité US :", round((1 -
    nouveau_revenu_us) * 100, 1), "%")
561
562
563 pression_fiscale_transition <- p$tau + 0.15
564
565 cat("\nPression fiscale actuelle Belgique :", p$tau * 100, "%")
566 cat("\nPression totale durant la transition vers la capitalisation :
    ", pression_fiscale_transition * 100, "%")

```

Bibliographie

- [1] Alan J. Auerbach, Jagadeesh Gokhale, and Laurence J. Kotlikoff. Generational accounts : A meaningful alternative to deficit accounting. *Tax Policy and the Economy*, 5 :55–110, 1991. Article fondateur du modèle GA.
- [2] Alan J. Auerbach, Jagadeesh Gokhale, and Laurence J. Kotlikoff. Generational accounting : A meaningful way to evaluate fiscal policy. *Journal of Economic Perspectives*, 8(1) :73–94, 1994.
- [3] Commission de Réforme des Pensions 2020-2040. Un contrat social performant et fiable : Propositions pour une réforme structurelle des régimes de pension. Technical report, SPF Sécurité Sociale, Bruxelles, 2014.
- [4] Conseil Supérieur des Finances. Comité d’Étude sur le vieillissement : Rapport annuel 2023. Technical report, Bureau Fédéral du Plan, Bruxelles, 2023.
- [5] Conseil Supérieur des Finances. Comité d’Étude sur le vieillissement : Rapport annuel 2025. Technical report, Bureau Fédéral du Plan, Bruxelles, 2025. Source principale pour les agrégats budgétaires de l’application empirique.
- [6] André Decoster, Xavier Flawinne, and Pieter Vanleenhove. Generational accounting in belgium : Fiscal sustainability at a glance. FLEMOSI Discussion Paper 9, Centre for Economic Studies, KU Leuven, December 2011.
- [7] Pierre Devolder and Jean Hindriks. Réforme des pensions, une urgence absolue. *Pyramides : Revue du Centre d’Etudes et de Recherches en Administration Publique*, 31-32 :233–260, 2019.
- [8] European Commission. The 2021 ageing report : Underlying assumptions and projection methodologies. European Economy Institutional Paper 142, Directorate-General for Economic and Financial Affairs, Brussels, 2020.

- [9] European Commission. The 2021 ageing report : Economic and budgetary projections for the eu member states (2019-2070). European Economy Institutional Paper 71, Directorate-General for Economic and Financial Affairs, Brussels, 2021.
- [10] Ellen M. Immergut and Karen M. Anderson. Editors' introduction : The dynamics of pension politics. In E. M. Immergut, K. M. Anderson, and I. Schulze, editors, *The Handbook of West European Pension Politics*, pages 1–45. Oxford University Press, Oxford, 2007.
- [11] Laurence J. Kotlikoff. *Generational Accounting : Knowing Who Pays, and When, for What We Spend*. The Free Press, New York, 1992.
- [12] Ronald Lee and Andrew Mason, editors. *Population Aging and the Generational Economy : A Global Perspective*. Edward Elgar Publishing, Cheltenham, UK, 2011. Ouvrage de référence incluant les chapitres théoriques et l'exemple du Japon.
- [13] Franco Modigliani and Richard Brumberg. Utility analysis and the consumption function : An interpretation of cross-section data. *Post-Keynesian Economics*, pages 388–436, 1954. Théorie fondamentale du cycle de vie.
- [14] OECD. *Pensions at a Glance 2025 : OECD and G20 Indicators*. OECD Publishing, Paris, 2025.
- [15] Statbel. Perspectives démographiques et tables de mortalité (2025-2080). Direction générale Statistique - Statistics Belgium, 2025. Données démographiques exploitées pour l'application empirique.
- [16] United Nations. *National Transfer Accounts Manual : Measuring and Analysing the Generational Economy*. Department of Economic and Social Affairs, Population Division, New York, 2013. Le manuel méthodologique officiel (Micro vers Macro).
- [17] Cécile Van Huffel and Steve Peeters. Risques émergents et enjeux de société - l'avenir des pensions : défis actuariels et enjeux de société. Support de séminaire, Deloitte Employee Benefit Actuarial Assurance Services, UCLouvain, Avril 2026.
- [18] Frank Vandenbroucke. *Retraites : leçons des réformes belges*. Fondation pour l'Innovation Politique, Paris, 2020.
- [19] Ed Westerhout. 30 years of generational accounting : A critical review. Cpb background document, CPB Netherlands Bureau for Economic Policy Analysis, July 2022.

UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN
Faculté des sciences

Place des Sciences, 2 bte L6.06.01, 1348 Louvain-la-Neuve, Belgique | www.uclouvain.be/sc