

École polytechnique de Louvain

Influence des contraintes turbulentes dans un écoulement à lit composé: implémentation du modèle $k - \varepsilon$

Auteur: **Charles RYCKMANS**

Promoteurs: **Sandra SOARES-FRAZÃO, Didier BOUSMAR**

Lecteur: **Jonas FERON**

Année académique 2020–2021

Master [120] : ingénieur civil des constructions

Remerciements

Avant d'entrer dans le vif du sujet, je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à ce travail mais aussi à la réussite de ces 5 magnifiques années d'études. Le chemin fut long et fastidieux mais a été adouci par la présence d'une myriade de gens rendant le parcours plus agréable et surtout moins ardu.

La première personne que j'aimerais remercier est ma promotrice Sandra Soares-Frazão. Elle m'a suivi avec beaucoup de patience et de professionnalisme durant toute l'année et ce, parfois plusieurs fois par semaine. Son expérience et ses conseils ont été indispensables à la bonne réalisation de ce travail.

Ensuite, je souhaite remercier mon second promoteur, Didier Bousmar. Malgré le fait que nos échanges aient été plus ponctuels, son expertise m'a permis d'améliorer grandement la qualité de ce travail. Il a aussi su me rassurer en fin d'année et me remotiver pour affronter la dernière ligne droite.

La troisième personne à qui j'aimerais également adresser mes remerciements est Jonas Feron. Je le remercie d'avoir directement accepté de porter de l'attention à mon travail. Malgré qu'il soit totalement externe à ce domaine, j'espère que ce travail l'aura intéressé.

Un tout grand merci à Robin Meurice, doctorant en hydraulique, qui a été un pilier sur lequel j'ai pu me reposer plus d'une fois cette année. En plus d'être très disponible, il m'a rassuré, conseillé et guidé durant l'entièreté du deuxième quadrimestre. Un simple paragraphe de remerciement paraît presque futile à côté des heures qu'il a fournies pour m'apporter son aide.

J'aimerais dédier un paragraphe à tous mes amis qui m'ont accompagné dans ces études et plus particulièrement au "Harem" à qui je dois beaucoup : soutien moral, notes de cours, précieux conseils, etc. La réussite aurait probablement été moins belle sans eux.

Remercier ensuite Youssef Agram et mon frère Louis Ryckmans est une évidence. De par son expérience, Youssef a pu me conseiller durant tout mon parcours universitaire. Il m'a d'ailleurs gentiment prêté son ancien ordinateur qui fut indispensable pour faire tourner l'ensemble des simulations de ce travail. Mon frère a quant à lui su m'apporter son soutien logistique lors des nombreux problèmes informatiques que j'ai pu rencontrer. En plus d'être un frère et un ami formidables, ils m'ont accompagné durant toute l'année en m'invitant à passer tous les jeudis et vendredis chez eux.

Je souhaite ensuite m'adresser à ma copine, Orsolya Tihon qui m'a suivi pendant une grande partie de mes études et qui fut présente pour moi quotidiennement lors cette dernière année très importante. Elle a su m'encourager et me soutenir malgré que mon travail ait souvent pris beaucoup de place dans mon emploi du temps.

Enfin, j'aimerais adresser toute ma gratitude à mes parents sans qui je ne serais probablement pas arrivé jusque-là. Mon papa m'a encouragé à prendre cette direction académique et c'est une belle motivation qu'il m'a ainsi offerte. Ma maman est la personne qui a toujours tout fait sans compter pour moi en me tirant constamment vers le haut pour que je retire un maximum de mes capacités.

Résumé

Lorsqu'une rivière naturelle entre en crue, son débit augmente ce qui résulte en une augmentation de la hauteur d'eau. Elle risque alors de déborder de son lit et d'occuper les plaines d'inondations. Ce type d'écoulement, appelé écoulement à lit composé peut menacer les infrastructures présentes proches du cours d'eau.

La vitesse de l'écoulement étant généralement plus faible au niveau des plaines d'inondations occupées par une végétation plus dense, une surface de cisaillement apparaît à l'interface entre le canal principal et les plaines d'inondations et induit des tourbillons à axes verticaux. Ces tourbillons sont à l'origine d'échanges de quantité de mouvement non-négligeables. On remarque que si on ne prend pas en compte ce phénomène dans le modèle de l'écoulement, les simulations numériques semblent incomplètes.

L'objectif de ce travail de fin d'études est d'implémenter le modèle $k - \varepsilon$ bidimensionnel qui permet de prendre en compte ces contraintes additionnelles qui naissent principalement aux interfaces des différentes sous-sections de l'écoulement à lit composé. Pour ce faire, ce modèle de contraintes turbulentes est introduit dans le code de calcul *SDFlow2D* qui résout les équations bidimensionnelles de Saint-Venant à l'aide d'une méthode de volumes finis sur des maillages non-structurés. Ce dernier permet d'effectuer des simulations numériques pour différents cas tests. L'efficacité du modèle ainsi que les différents paramètres de modélisation pourront alors être discutés.

Ce travail met en évidence que le modèle de contraintes turbulentes $k - \varepsilon$ reproduit correctement les échanges de quantité de mouvement induits par les structures turbulentes qui apparaissent au niveau des surfaces de cisaillement. Ainsi, le profil de vitesse est moins abrupt et plus diffusif qu'un modèle qui ne prend pas en compte les contraintes turbulentes. Ce modèle n'apporte d'ailleurs rien de plus que le modèle $k - l$ qui en est une simplification.

Table des matières

Introduction	1
1 Modèle théorique	7
1.1 Équations de Navier-Stokes	7
1.1.1 Équation de continuité	7
1.1.2 Équations de conservation de quantité de mouvement	8
1.1.3 Synthèse	11
1.2 Équations de Saint-Venant	11
1.2.1 Hypothèses et définitions	12
1.2.2 Équation de continuité	13
1.2.3 Équations de conservation de quantité de mouvement	13
1.2.4 Synthèse	14
1.2.5 Équations de Saint-Venant sous forme conservative	14
1.3 Modélisation des pertes de charge	15
1.4 Modélisation des contraintes turbulentes	16
1.4.1 Viscosité turbulente constante	17
1.4.2 Viscosité turbulente proportionnelle à $U^* h$	17
1.4.3 Modèle $k - \varepsilon$	18
1.4.4 Modèle $k - l$ ou modèle $k - \varepsilon$ à une équation	19
1.4.5 Synthèse des équations de Saint-Venant avec la modélisation turbulente	20
2 Résolution numérique	21
2.1 Introduction	21
2.2 Schéma de volumes finis	22
2.2.1 Changement de repère	22
2.2.2 Théorème de Gauss-Green	23
2.2.3 Développement	23
2.2.4 Application à un maillage triangulaire	24
2.3 Calcul des flux aux interfaces	25
2.4 Calcul des termes sources	26
2.5 Calcul des dérivées spatiales à l'aide de la méthode LSFD	27
2.5.1 Séries de Taylor	27
2.5.2 Mise à l'échelle	28
2.5.3 Méthode des moindres carrés	29
2.5.4 Fonction de poids	29
2.6 Cellules de soutien	30
2.6.1 Choix du nombre de cellules de soutien	30
2.6.2 Influence du nombre de cellules de soutien	31
2.7 Résolution des équations de transport du modèle $k - \varepsilon$	33
2.7.1 Méthode explicite	33
2.7.2 Méthode prédicteur-correcteur	34
2.8 Condition de stabilité CFL	35

3	Canal à lit composé simple	37
3.1	Introduction	37
3.2	Conditions expérimentales	38
3.2.1	Configuration UCM	39
3.2.2	Configuration UCW	40
3.3	Calibration et choix de modélisations	40
3.3.1	Géométrie du modèle	40
3.3.2	Conditions initiales et conditions limites	44
3.3.3	Coefficient de Manning	47
3.3.4	Nombre de cellules de soutien	49
3.3.5	Imposition locale de k	50
3.4	Résultats finaux	51
3.4.1	Convergence des variables hydrauliques	52
3.4.2	Indicateurs	55
3.4.3	Influence du maillage	56
3.4.4	Comparaison avec le modèle prédicteur-correcteur	61
3.4.5	Comparaison avec les autres modèles de turbulence	65
3.4.6	Discussion terme de production d'énergie cinétique turbulente P_{kd}	71
3.4.7	Profils de vitesses	73
3.4.8	Hauteur d'eau	76
3.4.9	Énergie cinétique turbulente	78
3.4.10	Contraintes turbulentes τ_{xy}	81
3.5	Conclusion	84
4	Canal à lit composé oblique	89
4.1	Introduction	89
4.2	Conditions expérimentales	90
4.3	Calibration et choix de modélisations	91
4.3.1	Géométrie du modèle	91
4.3.2	Conditions initiales et conditions limites	92
4.3.3	Coefficient de Manning	93
4.3.4	Nombre de cellules de soutien	93
4.4	Résultats finaux	93
4.4.1	Convergence des variables hydrauliques	93
4.4.2	Indicateurs	96
4.4.3	Influence du maillage	96
4.4.4	Comparaison avec le modèle prédicteur-correcteur	99
4.4.5	Comparaison avec les autres modèles de turbulence	101
4.4.6	Profils de vitesses	106
4.4.7	Hauteur d'eau	108
4.4.8	Énergie cinétique turbulente	109
4.5	Conclusion	111
	Conclusion	115
A	Équations de Navier-Stokes	119
A.1	Équation de continuité	119
A.2	Équations de conservation de quantité de mouvement	120
A.2.1	Les forces massique $\sum \vec{F}_M$	120
A.2.2	Les forces de surfaces $\sum \vec{F}_s$	120
B	Approche statistique de Boussinesq	127
B.1	Développement	127

C Équations de Saint-Venant	131
C.1 Développement	131
C.1.1 Conditions limites	131
C.1.2 Équation de continuité	132
C.1.3 Équations de conservation de quantité de mouvement	133
C.1.4 Synthèse	135
C.1.5 Équations de Saint-Venant sous forme conservative	135
D Calcul des conditions limites	137
D.1 Débit imposé à l'amont	137
D.2 Mur	138
D.3 Condition transmissive à l'aval	138
D.3.1 Cas subcritique où $h_{out} < h_c$	138
D.3.2 Cas subcritique où $h_{out} > h_c$	139
D.3.3 Cas supercritique	139

Table des figures

1	Inondation sur la Meuse, Belgique [3].	1
2	Carte des risques d'inondations du département de la Haute Garonne, France [24]. . .	2
3	Type d'occupation d'une rivière : lit mineur et lit majeur [18].	2
4	Profil de vitesse calculé avec et sans les contraintes turbulentes : canal prismatique simple.	3
5	Production et dissipation de l'énergie cinétique turbulente à différentes échelles [30]. .	4
1.1	Contraintes exercées sur un volume de contrôle infinitésimal [38].	8
1.2	Structure de l'écoulement en canal à lit composé [31].	10
1.3	Axes, hauteurs et composantes de vitesse de l'écoulement [3].	12
1.4	Schéma classique d'un profil de vitesse longitudinale [3].	13
1.5	Végétation idéalisée par un réseau régulier de cylindres verticaux [23].	19
2.1	Valeurs constantes des variables hydrauliques à chaque cellule [32].	21
2.2	Passage du repère global (x,n) à un repère local (x_n,y_n) [8].	22
2.3	Domaine quelconque Ω de contour Γ [32].	23
2.4	Domaine d'intégration des équations de Saint-Venant : cellule triangulaire [8].	24
2.5	Position des centres des 9 cellules pour la méthode LSFD [26].	27
2.6	Choix de 19 cellules de soutien pour une cellule à la frontière et à l'intérieur du domaine [26].	30
2.7	Champs de l'énergie cinétique turbulente k [m^2/s^2] des cas 1, 2 et 3.	31
2.8	Champ de l'énergie cinétique turbulente k [m^2/s^2] du cas 4.	32
2.9	Influence du nombre de cellules de soutien sur le profil de vitesse.	32
3.1	Canal expérimental - Villeurbanne, France [11].	37
3.2	Vue du dessus de la configuration UCM et UCW [11].	38
3.3	Géométrie de la section transversale de la configuration UCM et UCW [11].	38
3.4	Dispositif expérimental UCM amont (a) et UCW aval (b) [11].	39
3.5	Positions des mesures pour la section transversale du canal à lit composé [11].	39
3.6	Coupe transversale des plaines d'inondations du canal expérimental [11].	40
3.7	Vue en plan du réseau de cylindres de la configuration UCW [11].	40
3.8	Modèle numérique des cas tests UCM et UCW : 3 parties du canal modélisées différemment.	41
3.9	Allure du bassin de dissipation [15].	41
3.10	Géométrie du modèle numérique avec un bassin de 1,75 m de long.	42
3.11	Champ de vitesses pour un bassin de 1.75 m de long.	42
3.12	Champ de vitesses pour un bassin de 3,75 [m] de long.	43
3.13	Champ de la vitesse $ \vec{V} $ [m/s] sans bief non-turbulent.	43
3.14	Champ de l'énergie cinétique turbulente k [m^2/s^2] sans bief non-turbulent.	43
3.15	Profils de vitesse et de l'énergie cinétique turbulente à l'amont du canal.	44
3.16	Champ de la vitesse $ \vec{V} $ [m/s] avec bief non-turbulent.	44
3.17	Champ de l'énergie cinétique turbulente k [m^2/s^2] avec bief non-turbulent.	44
3.18	Conditions limites du modèle numérique (UCM et UCW).	45

3.19 Champ de vitesse pour un modèle sans bassin de dissipation [15].	46
3.20 Maillage du modèle sans bassin de dissipation.	46
3.21 Champ de vitesse pour un modèle sans bassin de dissipation.	47
3.22 Comparaison du profil de vitesse obtenu avec et sans bassin de dissipation.	47
3.23 Champ de l'énergie cinétique turbulente $k [m^2/s^2]$ instable.	50
3.24 Champ de l'énergie cinétique turbulente $k [m^2/s^2]$ avec k_{imp} à l'entrée du bassin.	51
3.25 Profils de vitesse avec k_{imp} à l'entrée du bassin.	51
3.26 Évolution du profil du niveau d'eau le long d'une coupe longitudinale dans le canal principal.	53
3.27 Profils de vitesse calculés sans les contraintes turbulentes.	53
3.28 Profils de vitesse calculés avec la turbulence activée après 70 secondes.	54
3.29 Profils de hauteur d'eau calculés avec la turbulence activée après 70 secondes.	54
3.30 Profils de k calculés avec la turbulence activée après 70 secondes.	55
3.31 Maillages le plus grossier (15 cm) et le plus fin (3 cm).	56
3.32 Influence du maillage sur le profil de vitesse (UCM).	57
3.33 Cellules de soutien du modèle $k - \varepsilon$ pour différents maillages.	58
3.34 Influence du maillage sur le profil de vitesse (UCW).	59
3.35 Influence du maillage sur la hauteur d'eau (UCM).	59
3.36 Influence du maillage sur le champ de $k [m^2/s^2]$: M15, M10, M6 et M3.	60
3.37 Influence de la méthode de résolution des équations de transport sur le profil de vitesse.	61
3.38 Comparaison entre raffinement du maillage et méthode de prédicteur-correcteur.	62
3.39 Influence de la méthode de résolution des équations de transport sur la hauteur d'eau.	63
3.40 Influence de la méthode de résolution sur le champ de $k [m^2/s^2]$: explicite et prédicteur-correcteur.	63
3.41 Influence de la méthode de résolution des équations de transport sur le profil de k .	64
3.42 Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : profils de vitesse (M10).	65
3.43 Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : profils de vitesse (M6).	66
3.44 Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : profils de vitesse (M3).	66
3.45 Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : hauteur d'eau (M10).	67
3.46 Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : hauteur d'eau (M3).	68
3.47 Influence du modèle de contraintes turbulentes sur le champ de $k [m^2/s^2]$: modèle $k - \varepsilon$ et $k - l$ (M10).	68
3.48 Influence du modèle de contraintes turbulentes sur le champ de $k [m^2/s^2]$: modèle $k - \varepsilon$ et $k - l$ (M3).	69
3.49 Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : énergie cinétique turbulente (M10).	69
3.50 Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : énergie cinétique turbulente (M3).	70
3.51 Profil de vitesses : comparaison entre différents coefficients de traînée c_b .	72
3.52 Champ de la vitesse $ \vec{V} [m/s]$ pour la configuration UCM (M3).	73
3.54 Profils de vitesse : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (UCM).	74
3.55 Champ de la vitesse $ \vec{V} [m/s]$ pour la configuration UCW (M3).	74
3.57 Profils de vitesse : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (UCW).	75
3.58 Champ de hauteur d'eau $h [m]$ pour la configuration UCM (M3).	76
3.59 Hauteur d'eau le long d'une section longitudinale (UCM).	76
3.60 Niveau d'eau le long d'une section transversale (UCM).	77
3.61 Champ de hauteur d'eau $h [m]$ pour la configuration UCW (M3).	77
3.62 Hauteur d'eau le long d'une section longitudinale (UCW).	77
3.63 Niveau d'eau le long d'une section transversale (UCW).	78
3.64 Champ d'énergie cinétique turbulente $k [m^2/s^2]$ pour la configuration UCM (M3).	78
3.66 Profil de k : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (UCM).	79
3.67 Champ d'énergie cinétique turbulente $k [m^2/s^2]$ pour la configuration UCW (M3).	80
3.69 Profil de k : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (UCW).	81

3.70 Champ de viscosité turbulente $\nu_t [m^2/s]$ pour la configuration UCM (M3).	82
3.71 Champ de contrainte turbulente $\tau_{xy} [Pa]$ pour la configuration UCM (M3).	82
3.72 Profil de contrainte turbulente : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (UCM).	83
3.73 Champ de viscosité turbulente $\nu_t [m^2/s]$ pour la configuration UCW (M3).	83
3.74 Champ de contrainte turbulente $\tau_{xy} [Pa]$ pour la configuration UCW (M3).	84
3.75 Profil de contrainte turbulente : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (UCM).	84
3.76 Profil de vitesse calculé avec et sans contraintes turbulentes : canal prismatique simple.	85
4.1 Méandres de la Bar, Ardennes [21].	89
4.2 Vue du dessus du canal Sk6 [5].	90
4.3 Modèle numérique du cas test Sk6 : 3 parties du canal modélisées différemment.	91
4.4 Champ de vitesses pour un bassin de 3 [m] de long.	91
4.5 Champ de la vitesse $ \vec{V} [m/s]$.	91
4.6 Champ de l'énergie cinétique turbulente $k [m^2/s^2]$.	92
4.7 Conditions limites du modèle numérique (Sk6).	92
4.8 Évolution du profil du niveau d'eau le long d'une coupe longitudinale dans le canal principal.	94
4.9 Profils de vitesse calculés sans les contraintes turbulentes.	94
4.10 Profils de vitesse calculés avec la turbulence activée après 70 secondes.	95
4.11 Profil de hauteur d'eau calculé avec la turbulence activée après 70 secondes.	95
4.12 Profils de k calculés avec la turbulence activée après 70 secondes.	96
4.13 Maillages le plus grossier (6 cm) et le plus fin (1 cm).	97
4.14 Influence du maillage sur le profil de vitesse (Sk6).	97
4.15 Influence du maillage sur la hauteur d'eau (Sk6).	98
4.16 Influence du maillage sur le champ de $k [m^2/s^2]$: M6, M4, M2 et M1.	99
4.17 Influence de la méthode de résolution des équations de transport sur le profil de vitesse.	100
4.18 Influence de la méthode de résolution des équations de transport sur la hauteur d'eau.	100
4.19 Influence de la méthode de résolution des équations de transport sur le profil de k .	101
4.21 Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : profils de vitesse.	102
4.22 Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : hauteur d'eau.	103
4.23 Influence du modèle de contraintes turbulentes sur le champ de $k [m^2/s^2]$: modèle $k - \varepsilon$ et $k - l$.	103
4.24 Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : énergie cinétique turbulente.	104
4.25 Champ de la vitesse $ \vec{V} [m/s]$ calculés après 120 secondes sans contraintes turbulentes.	104
4.26 Profils de vitesse calculés après 120 secondes sans contraintes turbulentes.	105
4.28 Influence des contraintes turbulentes sur le profil de vitesse.	106
4.29 Champ de la vitesse $ \vec{V} [m/s]$ du canal Sk6 (M1).	106
4.31 Profils de vitesse : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (Sk6).	107
4.32 Champ de hauteur d'eau $h [m]$ du canal Sk6 (M1).	108
4.33 3 sections longitudinales : profils de hauteur d'eau.	108
4.34 Hauteur d'eau le long du canal principal (Sk6).	108
4.35 Hauteur d'eau le long des plaines d'inondations (Sk6).	109
4.36 Hauteur d'eau le long d'une section transversale (Sk6).	109
4.37 Champ d'énergie cinétique turbulente $k [m^2/s^2]$ pour le canal Sk6 (M1).	109
4.39 Profil de k : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (Sk6).	110
4.40 Profil de vitesse calculé avec et sans contraintes turbulentes : canal oblique Sk6.	111
4.41 Profils de vitesse calculés avec et sans contraintes turbulentes (modèle $k - \varepsilon$).	113
4.42 Géométrie de la section transversale du canal prismatique à transition douce 1 [4].	114
4.43 Géométrie de la section transversale du canal prismatique à transition douce 2 [35].	114
4.44 Profils de vitesse obtenu pour les canaux prismatiques à transition douce.	114

A.1	Conservation de la masse d'un volume de contrôle infinitésimal.	119
A.2	Contraintes exercées sur un volume infinitésimal.	121
A.3	Profil de vitesse et forces induites par le mouvement différentiel entre deux plaques.	123
B.1	Mesures de vitesse d'un écoulement turbulent.	127
D.1	Condition de débit imposé Q_{in} à l'interface [32].	137
D.2	Condition de mur à l'interface [32].	138

Liste des tableaux

1.1	Récapitulatif des coefficients du modèle $k - \varepsilon$.	19
2.1	Nombres de cellules de soutien choisis pour étudier la stabilité du système.	31
2.2	Nombres de cellules de soutien choisis pour étudier leur influence sur le système.	32
3.1	Conditions limites : débits imposés.	45
3.2	Conditions limites : hauteurs imposées.	45
3.3	Écoulement en lit isolé : caractéristiques de l'écoulement pour 3 débits testés.	48
3.4	Valeurs du coefficient de Manning pour les 3 débits testés.	49
3.5	Nombres de cellules de soutien choisis pour le canal prismatique simple.	50
3.6	Indicateurs RMSE et MPE : influence du maillage.	58
3.7	Temps de calcul pour simuler 140 secondes d'écoulement pour différents maillages.	61
3.8	Indicateur RMSE : influence de la méthode de résolution des équations de transport.	62
3.9	Indicateur MPE : influence de la méthode de résolution des équations de transport.	62
3.10	Temps de calcul nécessaire pour simuler 140 secondes d'écoulement : comparaison avec le modèle prédicteur-correcteur.	64
3.11	Indicateur RMSE : influence du modèle de contrainte turbulente sur la vitesse.	66
3.12	Indicateur MPE : influence du modèle de contrainte turbulente pour différents maillages.	67
3.13	Indicateur RMSE : influence du modèle de contrainte turbulente sur l'énergie cinétique turbulente.	70
3.14	Indicateur MPE : influence du modèle de contrainte turbulente sur l'énergie cinétique turbulente.	70
3.15	Temps de calcul pour simuler 120 secondes d'écoulement pour différents modèles.	71
4.1	Conditions limites du canal Sk6.	92
4.2	Nombres de cellules de soutien choisis pour le canal Sk6.	93
4.3	Indicateurs RMSE et MPE : influence du maillage.	97
4.4	Temps de calcul pour simuler 150 secondes d'écoulement pour différents maillages.	99

Introduction

Il existe une multitude de rivières dans le monde. Rien qu'en Belgique, on en compte 53 et le nombre total de rivières sur le globe terrestre est estimé à un demi-million [6]. Depuis des millénaires, les cours d'eau sculptent le paysage naturellement et permettent d'y faire naître une biodiversité riche. L'Homme a très vite décelé cette richesse et les intérêts que pouvaient apporter les cours d'eau. S'installer près d'une rivière offre de multiples avantages : moyen de transport, fertilité des sols aux alentours, irrigation des terres agricoles, pêche, etc. Ce n'est d'ailleurs pas étonnant de voir que nombreuses sont les grandes villes qui se situent près d'un fleuve : Paris et la Seine, Londres et la Tamise, Budapest et le Danube, etc.



FIGURE 1 – Inondation sur la Meuse, Belgique [3].

La proximité avec les cours d'eau pose tout de même parfois problème notamment lorsque la rivière est en crue. Les bâtiments proches des cours d'eau sont directement impactés et les dégâts peuvent être importants. De plus, le lit des cours d'eau se voit souvent fort restreint, ce qui aggrave encore plus les répercussions. Ces crues, résultant de l'augmentation temporaire du débit peuvent être causées par différents facteurs tels que la fonte des neiges ou d'importantes précipitations. Les chiffres témoignent de l'impact qu'ont les inondations partout dans le monde. Entre 2007 et 2016, les inondations ont tué plus de 5 000 personnes et directement impacté près de 80 millions d'autres. Dans ce laps de temps, les dégâts causés par les inondations ont été estimés à plus de 30 millions de dollars américains. De plus, le changement climatique ne semble pas arranger les choses puisque le nombre d'inondations est en hausse sur ces 50 dernières années [7].

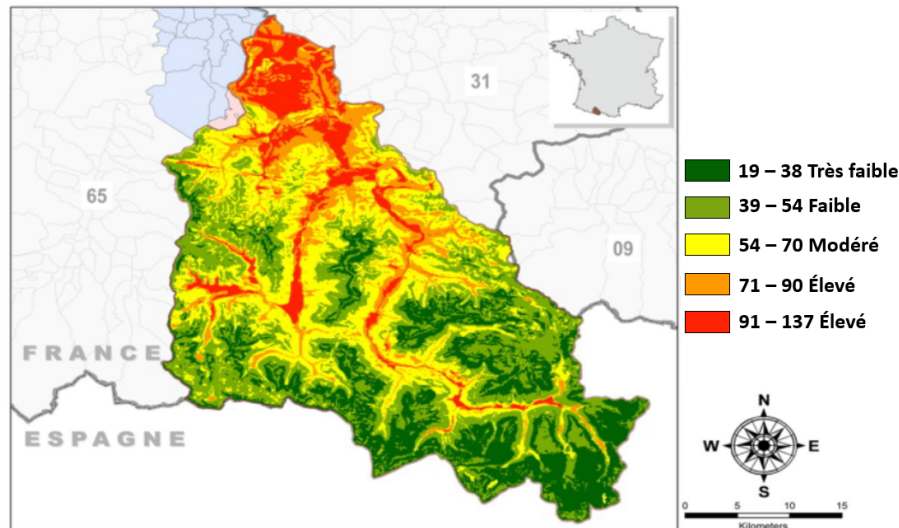


FIGURE 2 – Carte des risques d'inondations du département de la Haute Garonne, France [24].

Dans ce cadre général d'apparitions récurrentes de grandes crues partout dans le monde, les cartes d'inondations détaillées sont un outil d'intérêt majeur pour de multiples raisons : informer les compagnies d'assurances pour qu'elles appréhendent au mieux les risques d'inondation, prévenir les habitants de zones à risque, améliorer les plans d'urgence, ou encore aider les responsables de l'aménagement du territoire. Ces cartes doivent être conçues rigoureusement et se reposer sur des bases scientifiques solides. C'est ici qu'intervient la modélisation hydraulique qui, à l'aide d'un modèle numérique performant, permet de fournir des résultats précis et une réponse fiable à cette problématique. Dans un contexte de détermination des dégâts causés par les inondations et donc des risques liés à un éventuel débordement des cours d'eau, de tels résultats s'avèrent très importants [9]. Une fois les paramètres du modèle numérique calibrés sur la base d'événements historiques, la modélisation des zones d'inondations permet de déterminer, sur base d'un ensemble statistique d'événements extrêmes, la carte de risques d'inondations comme celle illustrée à la figure 2.

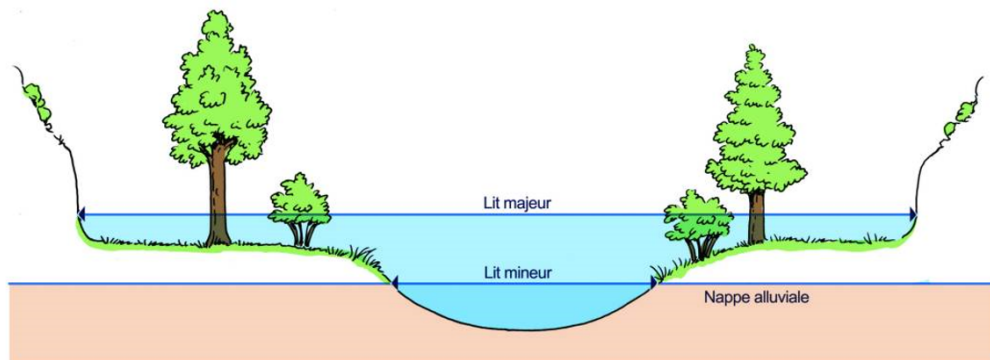


FIGURE 3 – Type d'occupation d'une rivière : lit mineur et lit majeur [18].

La plupart du temps, le niveau d'eau de la rivière est relativement bas, de sorte qu'elle occupe le lit mineur, relativement lisse et dénué de végétation par rapport aux plaines d'inondations. Lorsque la rivière est en crue, le débit augmente fortement et le niveau d'eau monte. Si ce dernier augmente assez, l'eau peut envahir les plaines d'inondations. On dit que l'écoulement occupe le lit majeur et on parle alors d'écoulement à lit composé. La figure 3 illustre ces notions de lit majeur, lit mineur et d'écoulement à lit composé. La section transversale de l'écoulement est alors composée d'une sous-section représentée par le canal principal dont le fond est généralement plus bas et d'une ou deux plaines d'inondations de part et d'autre du canal principal.

Les plaines d'inondations occupées par de la végétation plus dense freinent davantage l'écoulement, ce qui induit une différence de vitesse entre les deux sous-sections de l'écoulement. Un plan de cisaillement apparaît à l'interface et génère des phénomènes turbulents. Ceux-ci, traduits par l'apparition de tourbillons à différentes échelles, jouent un rôle important dans le comportement de l'écoulement en section composée [16]. Les contraintes turbulentes de cisaillement induisent des échanges de quantité de mouvement qui modifient le profil transversal de vitesse.

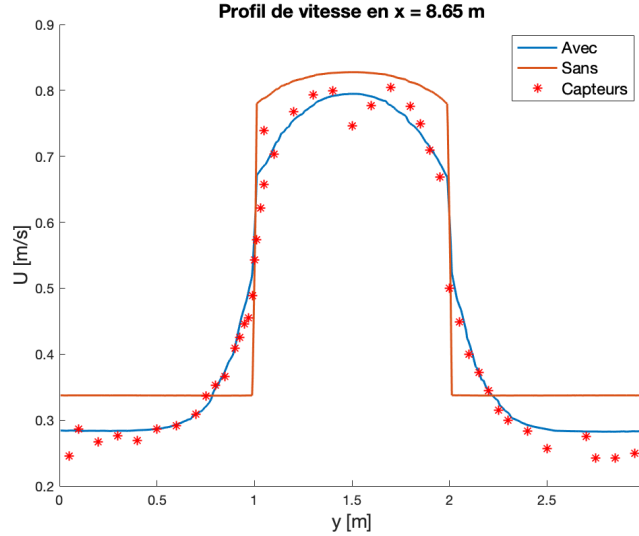


FIGURE 4 – Profil de vitesse calculé avec et sans les contraintes turbulentes : canal prismatique simple.

La figure 4 illustre le profil de vitesse calculé avec et sans la contribution de ces contraintes turbulentes et témoigne de l'importance de la prendre en compte. Pour ce faire, de nombreux modèles plus ou moins complets existent et ont déjà fait l'objet de TFE précédents. L'objectif de ce travail de fin d'études est d'implémenter le modèle $k - \varepsilon$ bidimensionnel à deux équations dans le code de calcul *SDFlow2D* développé par S. Soares-Frazão [32]. Ce code de calcul résout les équations de Saint-Venant à l'aide d'un schéma de volumes finis sur un maillage dit non-structuré. Le modèle de contraintes turbulentes sera ensuite testé sur différents cas expérimentaux de canaux à lit composé. En procédant ainsi, on pourra discuter de la qualité du modèle mais aussi de la nécessité de prendre ces phénomènes en compte.

Les écoulements à lit composés font l'objet de nombreux travaux dans la littérature qui optent pour des choix de modélisations souvent fort différents. Deux modèles numériques sont beaucoup utilisés. Le premier est la méthode de Galerkin discontinue. Un des apports de cette adaptation des éléments finis est de ne pas imposer la continuité de la solution numérique à l'interface entre deux éléments [22]. Elle fut notamment utilisée par C. Pham Van dans sa thèse de doctorat, qui a implémenté et comparé plusieurs modèles de turbulence dans un canal à lit composé prismatique [25]. Le deuxième modèle numérique souvent utilisé est celui des volumes finis. Il fut notamment implémenté par P. Rameshwaran et P. S. Naden [28]. Ceux-ci ont étudié les écoulements à lit composé en implémentant le modèle $k - \varepsilon$ tridimensionnel. Le schéma de volumes finis est bien adapté pour reproduire des discontinuités telles que des chocs ou des ressauts hydrauliques.

Beaucoup de travaux ont porté sur l'utilisation de maillages structurés, c'est à dire des domaines discrétisés par un ensemble de rectangles alignés selon les deux axes. On peut notamment citer Wilson et al. dont le travail a consisté globalement à comparer la qualité d'un modèle 2D à celui d'un modèle 3D [36]. Si on souhaite pouvoir travailler sur des géométries plus complexes, l'idéal est d'opter pour un maillage non-structuré composé de triangles quelconques. Ce type de maillage est généralement mieux conditionné mais apporte tout de même certaines difficultés de mise en oeuvre numérique. Le calcul de dérivées sur ce type de maillage est par exemple bien plus compliqué que sur un maillage.

T.Pignon et B.Walravens ont réalisé leur TFE sur ce sujet en implémentant le calcul des dérivées dans le code de calcul *SDFlow2D* [26]. Il fut entre autres utilisé par M.Ahmad et al pour modéliser un écoulement à section trapézoïdale symétrique à l'aide d'un modèle tridimensionnel [1]. Dans le cadre de ce travail, le maillage non-structuré est généré à l'aide du programme *Gmsh* développé par C. Geuzaine et JF. Remacle [14].

La modélisation des contraintes turbulentes, compliquées à reproduire numériquement puisqu'elles s'expriment selon des fluctuations de vitesse qui ont un caractère très aléatoire, est souvent réalisée à l'aide du modèle de Reynolds. Il consiste à exprimer les contraintes turbulentes par analogie avec les contraintes visqueuses pour faciliter la résolution des équations de Navier-Stokes. Ainsi, la turbulence est représentée par une variable que l'on appelle la viscosité turbulente qui joue un rôle similaire à la viscosité moléculaire. Ces équations de Navier-Stokes réécrites pour prendre en compte les phénomènes turbulents sont appelées en Anglais *Reynolds Averaged Navier-Stokes* qui en abrégé s'écrit plus communément RANS. Le modèle $k - \varepsilon$ modélise précisément ces contraintes turbulentes.

À l'opposé de ce type de modèle moyenné se situe ce qu'on appelle la DNS (pour *Direct Numerical Simulation*). Ce modèle utilise des maillages extrêmement fins pour être capable de représenter l'ensemble des échelles de structures turbulentes. En procédant ainsi, la viscosité moléculaire dissipant l'énergie de l'écoulement à très petite échelle est correctement reproduite et on ne doit faire aucune approximation. Les tourbillons générés à des échelles macroscopiques se fractionnent petit à petit en des structures de plus en plus petites pour finalement arriver à des tailles où la viscosité moléculaire entraîne un échauffement du fluide qui finit par dissiper l'énergie (figure 5). Ce type de modèle nécessite un coût en temps de calcul énorme.

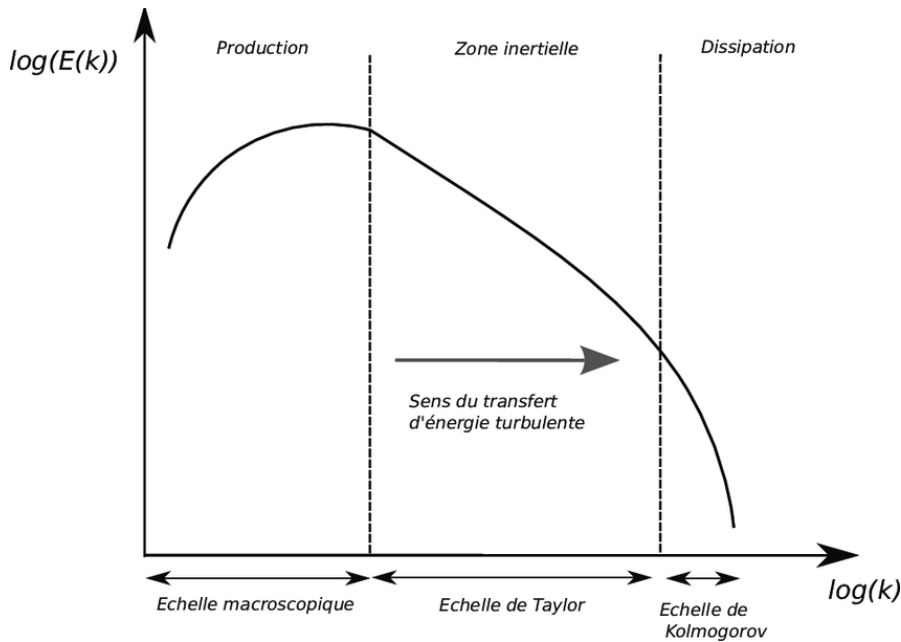


FIGURE 5 – Production et dissipation de l'énergie cinétique turbulente à différentes échelles [30].

Il existe un type de modèle hybride qui combine les deux modèles que l'on appelle la *large eddy simulation*. Le principe consiste à laisser les équations de Naviers-Stokes gérer l'apparition des tourbillons à des échelles relativement grandes. À partir d'une certaine échelle qu'on se fixe bien plus large que la celle de Kolmogorov, on considère les structures turbulentes comme homogènes et isotropes et on y applique un modèle moyennant les effets turbulents de diffusion. Cela permet d'avoir un temps de calcul plus réduit et un maillage plus léger.

Implémenter un modèle 3D n'est pas toujours idéal. D'abord, car le temps de calcul est bien plus important et ensuite, car on manque parfois de données pour correctement représenter la réalité. Les

erreurs causées par ce manque de données peuvent être plus importantes que la perte de précision apportée par une simplification 2D. C'est la raison pour laquelle les équations décrivant l'écoulement sont simplifiées en moyennant les variables hydrauliques sur la profondeur. En intégrant le problème de la sorte, toutes les composantes verticales disparaissent et on travaille dans un plan horizontal. Il faut tout de même garder en tête que le modèle $k - \varepsilon$ a initialement été développé pour des modèles 3D et suppose une diffusion isotrope alors que le modèle ne l'est par nature plus. Dans la suite du rapport, on travaille principalement avec les variables hydrauliques moyennées sur la verticale. Si ce n'est pas précisé explicitement, on ne parlera donc jamais de la valeur locale d'une variable sur la profondeur mais toujours de la valeur moyennée.

Après ce bref état de l'art, la fin de cette introduction décrit la manière dont est agencé ce rapport.

Le premier chapitre présente de manière succincte le modèle théorique sur lequel se base le modèle numérique implémenté dans le code de calcul. Les équations générales de Navier-Stokes sont brièvement présentées pour ensuite exposer les équations de Saint-Venant. Ces dernières sont développées par intégration des équations de Navier-Stokes et permettent de simplifier le modèle en 2 dimensions. Après avoir exposé la modélisation des pertes de charge, différents modèles de turbulence seront présentés.

Le second chapitre a pour objectif d'expliquer la façon dont le modèle théorique a été implémenté dans le code de calcul. Une attention particulière sera portée sur la façon dont on calcule les dérivées nécessaires à l'implémentation des contraintes turbulentes et du modèle $k - \varepsilon$. On verra que ce calcul pose parfois des problèmes de stabilité.

Les deux chapitres qui suivent portent sur deux cas différents permettant de tester le modèle sur différentes configurations géométriques. Un troisième cas a été testé et a permis de mettre en évidence un problème survenant aux transitions entre les plaines d'inondations et le canal principal. Ce problème, survenant lors de l'ajout d'une pente transversale, n'a malheureusement pas pu être réglé et sera discuté brièvement à la fin de ce travail. Ce dernier se clôture sur un chapitre tirant des conclusions quant à la qualité du modèle. Certaines pistes d'amélioration y sont exposées.

Chapitre 1

Modèle théorique

Tout d'abord, il est important de développer les équations de Navier-Stokes qui décrivent les écoulements tridimensionnels des fluides newtoniens. La première équation dite de continuité est obtenue à l'aide d'un bilan de masse sur un volume de contrôle. Les 3 autres équations sont les équations de conservation de la quantité de mouvement et sont obtenues en appliquant la loi de Newton sur ce même volume de contrôle.

La conservation de quantité de mouvement définie par les équations de Navier-Stokes dépend des forces de surfaces et plus précisément des contraintes de surfaces σ_{ij} . Celles-ci sont définies à l'aide de 3 modèles : le fluide parfait, visqueux et turbulent. On s'intéressera particulièrement à la contribution de la turbulence qui est le phénomène central de ce travail.

Ensuite, intégrer les équations de Navier-Stokes selon la hauteur permet d'obtenir les équations de Saint-Venant, aussi appelées "équations en eaux peu profondes". Ces équations sont résolues numériquement à l'aide du schéma de volumes finis bidimensionnel. Ce schéma a été implémenté par S. Soares-Frazão dans le code de calcul SDFlow2D qui est utilisé dans le cadre de ce travail.

En utilisant un modèle bidimensionnel simplifié, on diminue grandement le temps de calcul tout en gardant un modèle efficace.

La troisième et quatrième section de ce chapitre présente brièvement la modélisation des différents termes sources des équations de Saint-Venant. La modélisation des pertes de charge induites par la rugosité du lit à l'aide de l'équation de Manning sera présentée à la section 3. La modélisation des contraintes turbulentes sera ensuite détaillée. Celles-ci dépendent de l'énergie cinétique turbulente k et de la viscosité cinématique turbulente ν_t que l'on peut déterminer à l'aide de différents modèles parmi lesquels seulement 4 seront présentés.

1.1 Équations de Navier-Stokes

Cette section a pour objectif de présenter les équations générales de Navier-Stokes décrivant le mouvement des fluides newtoniens. C'est à partir de ces équations que l'on obtient les équations de Saint-Venant implémentées dans le modèle numérique. Il est donc important de brièvement les présenter en évoquant les différentes hypothèses émises. Pour les lecteurs intéressés, la démonstration détaillée de ces équations tirée de [33] se trouve en annexe A.

1.1.1 Équation de continuité

La première équation est obtenue en effectuant un bilan de masse sur un volume de contrôle infinitésimal. On fait l'hypothèse d'un fluide incompressible, c'est à dire que sa masse volumique est supposée constante dans le temps et dans l'espace. Pour des pressions relativement faibles, ce qui est le cas des écoulements à surface libre, cette hypothèse est valable.

L'équation de continuité d'un fluide incompressible est la suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.1.1)$$

où u, v, w sont les composantes de la vitesse $\vec{V}(x, y, z)$ selon respectivement l'axe x, y et z .

1.1.2 Équations de conservation de quantité de mouvement

Ces équations sont dérivées de la conservation de la quantité de mouvement dictée par la seconde loi de Newton. En appliquant cette loi à un volume de contrôle et en développant les forces qui entrent en jeu, on obtient les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial z} \right) + X = \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial z} \right) + Y = \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial z} \right) + Z = \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (1.1.2)$$

Les différentes forces sont de deux types : celles qui s'exercent sur la surface délimitant le volume de contrôle représentées par les composantes $\sigma_{i,j}$ et les forces de volumes qui agissent à distance représentées par les composantes X, Y et Z . Les forces de volume s'expriment ici en $[m/s^2]$. La seule force de volume prise en compte est celle de la gravité qui joue un rôle prédominant. Il reste alors les contraintes de surfaces $\sigma_{i,j}$ représentées à la figure 1.1 qui doivent encore être déterminées.

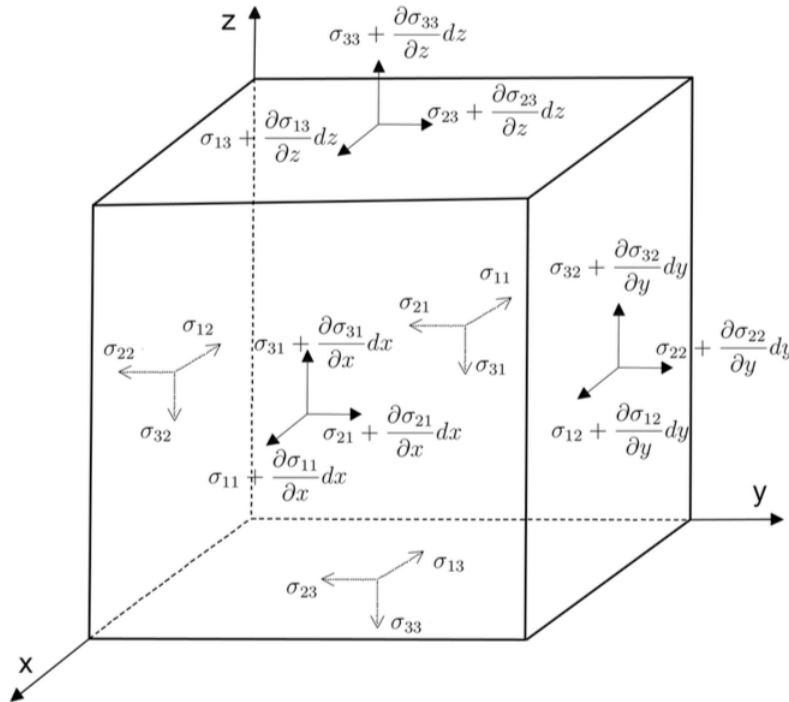


FIGURE 1.1 – Contraintes exercées sur un volume de contrôle infinitésimal [38].

Le premier indice correspond à la direction de la contrainte : 1, 2 et 3 pour les axes x, y et z . Le deuxième indice correspond à la direction de l'axe normal à la surface sur laquelle est appliquée la contrainte.

Expression des contraintes σ_{ij}

L'hypothèse faite ici est celle du fluide parfait visqueux turbulent. Ces 3 adjectifs représentent chacun une des 3 contributions aux contraintes totales σ_{ij} . Cette classification vise à détailler les différentes contributions à la contrainte totale en différents modèles tels que :

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{parfait} + \sigma_{ij}^{visqueux} + \sigma_{ij}^{turbulent} \quad (1.1.3)$$

Il est important de noter qu'aucun écoulement ne peut être caractérisé complètement par un modèle. Il pourrait par contre faire l'objet de simplification si l'un des termes est prédominant. Par exemple, un écoulement à grand nombre de Reynolds (variable introduite plus loin) aura tendance à générer des turbulences importantes. Dans ce cas, le terme visqueux sera négligeable. Cette hypothèse sera d'ailleurs faite pour développer les équations de Saint-Venant.

Les contraintes de fluide parfait et de fluide visqueux s'expriment comme suit :

$$\sigma_{ij}^{parfait} = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix} \quad \sigma_{ij}^{visqueux} = \tau_{ij} = \begin{pmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (1.1.4)$$

Où μ est défini comme la viscosité dynamique du fluide.

En introduisant ces expressions dans les équations (1.1.2), on obtient les équations suivantes.

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{13}}{\partial z} \right) = \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(vu)}{\partial y} + \frac{\partial(wu)}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{23}}{\partial z} \right) = \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} + \frac{\partial(wv)}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{32}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{33}}{\partial z} \right) - g = \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial(vw)}{\partial y} + \frac{\partial(ww)}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (1.1.5)$$

Contraintes turbulentes

Le modèle du fluide parfait visqueux rencontre certaines limites. Ce dernier convient uniquement pour des dimensions et vitesses limitées et une viscosité la plus grande possible. En fait, la plupart des écoulements laminaires deviennent instables à partir d'une certaine valeur d'un paramètre adimensionnel qui le caractérise. On dit que l'écoulement devient turbulent. Ce paramètre est appelé nombre de Reynolds et est défini comme suit :

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{V L}{\nu} \quad (1.1.6)$$

Ce nombre dépend de la vitesse caractéristique de l'écoulement V , sa dimension caractéristique L et de la viscosité cinématique ν , un paramètre intrinsèque au fluide. Dans le cas d'un écoulement entre deux plaques séparées d'une distance d , l'écoulement devient turbulent pour un nombre de Reynolds supérieur à 7 690 [20]. Dans ce cas précis, la dimension caractéristique est d et la vitesse caractéristique u_m , la vitesse moyenne. C'est important de retenir que cette limite n'est pas universelle et constante pour n'importe quel écoulement !

La turbulence peut aussi apparaître plus localement comme dans le cas d'un canal à lit composé. Les pertes de charge étant généralement plus importantes au niveau des plaines d'inondations accueillant une végétation plus dense, l'écoulement sera plus rapide au niveau du lit mineur. Une surface de cisaillement apparaît alors entre le lit mineur et les plaines d'inondations. Des structures turbulentes

à grandes échelles vont apparaître, typiquement des grands tourbillons à axes verticaux. Des tourbillons à axes longitudinaux sont eux générés par le frottement de fond. Ces structures turbulentes sont illustrées à la figure 1.2. Les tourbillons à axes verticaux vont engendrer un transfert de quantité de mouvement depuis le canal principal vers les plaines d'inondations et donc diffuser le profil de vitesse longitudinal [3].

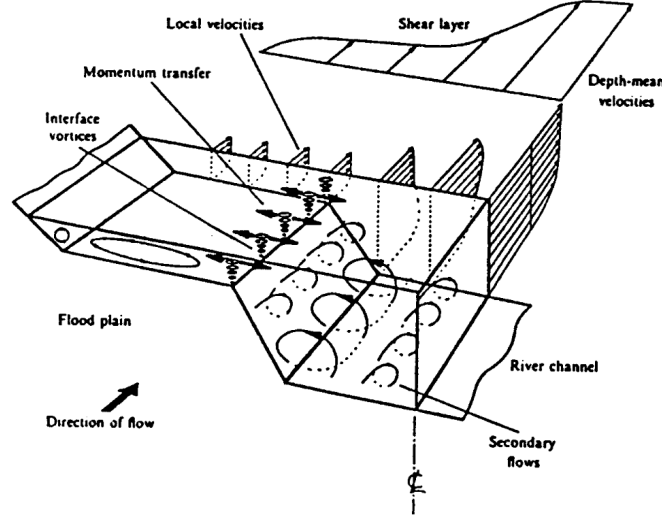


FIGURE 1.2 – Structure de l'écoulement en canal à lit composé [31].

Caractérisons l'écoulement turbulent.

- *Fluctuations de grandes amplitudes* : toutes les grandeurs physiques (vitesse, pression, contraintes,...) varient dans le temps et l'espace.
- *Tailles des structures tourbillonnaires fort différentes* : la taille des tourbillons est variable et constitue un spectre continu. Il est important de noter que toutes les échelles de ces tourbillons ne pourront pas être parfaitement reconstituées dans le modèle numérique. La plus petite échelle de tourbillon représentable dépendra de la taille du maillage utilisé. C'est la raison pour laquelle on utilise souvent des modèles moyennés qui tentent de reproduire au mieux les effets de ces structures tourbillonnaires de petite taille.
- *Persistance* : lorsque la turbulence est amorcée, c'est à dire que l'écoulement laminaire ordonné voit apparaître ses premières structures tourbillonnaires, l'écoulement turbulent a tendance à maintenir son comportement désordonné et instationnaire.
- *Mélange* : les mélanges de masse et de chaleur sont grandement améliorés pour des écoulements turbulents. En pratique, la turbulence est un moyen pratique pour améliorer les échanges de masse et les échanges de chaleur.

Pour modéliser ces turbulences, on considère le modèle de Boussinesq qui consiste à évaluer toute grandeur physique $\phi(x, y, z, t)$ comme la somme de sa moyenne temporelle $\bar{\phi}$ et ses fluctuations ϕ' [20].

$$\phi(x, y, z, t) = \bar{\phi} + \phi' \quad (1.1.7)$$

En introduisant cette expression dans les équations de Navier-Stokes (1.1.5), on peut déduire l'expression des contraintes turbulentes dont les développements détaillés tirés de [20] sont présentés en

annexe [B](#)

$$\sigma_{ij}^{turbulent} = -\rho \begin{pmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'^2} \end{pmatrix} \quad (1.1.8)$$

En rajoutant ce terme de contraintes turbulentes, on ajoute 6 inconnues. Afin d'avoir autant d'équations que d'inconnues, il va falloir proposer un modèle qui nous permette de résoudre l'écoulement. C'est ce qu'on appelle le problème de fermeture de la turbulence auquel on va s'intéresser à la section 2.4 et pour lequel plusieurs modèles sont proposés.

1.1.3 Synthèse

Reprenons maintenant l'équation [\(1.1.3\)](#) qui exprime les contraintes générales σ_{ij} dans lesquelles on va injecter les 3 expressions présentées ci-dessus.

$$\sigma_{ij} = \underbrace{\begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix}}_{=\sigma^{parfait}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}}_{=\sigma^{visqueux}} - \underbrace{\rho \begin{pmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'^2} \end{pmatrix}}_{=\sigma^{turbulent}} \quad (1.1.9)$$

On remarque que l'on a $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ car ces contraintes sont chacune symétrique.

En prenant en compte les contraintes turbulentes, on obtient donc les équations générales de Navier-Stokes :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \\ \frac{D\bar{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \nabla^2 \bar{u} - \left(\frac{\partial (\overline{u'u'})}{\partial x} + \frac{\partial (\overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial (\overline{u'w'})}{\partial z} \right) \\ \frac{D\bar{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \nabla^2 \bar{v} - \left(\frac{\partial (\overline{u'v'})}{\partial x} + \frac{\partial (\overline{v'v'})}{\partial y} + \frac{\partial (\overline{v'w'})}{\partial z} \right) \\ \frac{D\bar{w}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - g + \nu \nabla^2 \bar{w} - \left(\frac{\partial (\overline{u'w'})}{\partial x} + \frac{\partial (\overline{v'w'})}{\partial y} + \frac{\partial (\overline{w'w'})}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (1.1.10)$$

La dérivée matérielle et l'opérateur laplacien sont respectivement $\frac{D}{Dt}$ et ∇^2 .

1.2 Équations de Saint-Venant

Les équations de Saint-Venant, aussi appelées *équations en eaux peu profondes*, décrivent le comportement d'un écoulement bi-dimensionnel à surface libre et sont couramment utilisées pour modéliser les écoulements transitoires. Elles sont obtenues en intégrant les équations de Navier-Stokes selon la hauteur z .

Ces équations, exprimant aussi la conservation de masse et de quantité de mouvement, présentent des propriétés intéressantes à exploiter dans un schéma numérique à volumes finis telles que la possibilité d'avoir des solutions dites faibles qui permettent de reproduire des discontinuités. C'est ce schéma numérique qui a été intégré dans le modèle numérique *SDFlow2D*. La résolution numérique par volumes finis des équations 2D de Saint-Venant est présentée au chapitre [2](#).

Les raisons pour lesquelles les équations bidimensionnelles de Saint-Venant sont préférées aux équations tridimensionnelles de Navier-Stokes sont doubles. D'une part, ce sont souvent les seules utilisables en pratique car on n'a pas toujours assez de données pour un modèle 3D. D'autre part, les simulations 3D complètes sont souvent bien trop longues pour des cas pratiques.

1.2.1 Hypothèses et définitions

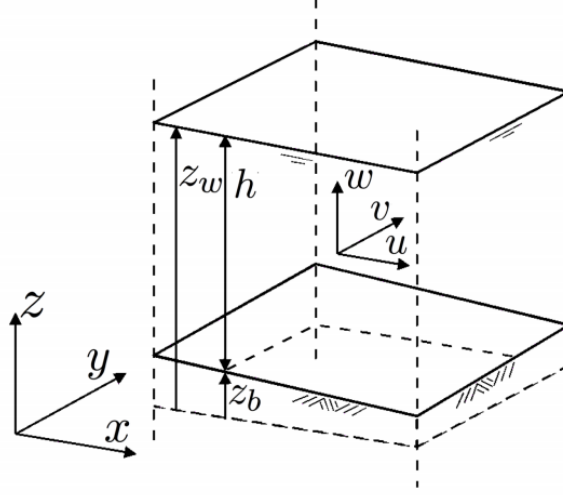


FIGURE 1.3 – Axes, hauteurs et composantes de vitesse de l'écoulement [3].

Hypothèses

- Le fluide est incompressible : la masse volumique est constante et vaut $\rho = 10^3 [kg/m^3]$.
- Le fond z_b est supposé fixe dans le temps.
- Les filets fluides sont parallèles, ce qui implique que la pression est hydrostatique.
- Les frottements le long du lit et des berges sont uniquement représentés par S_f qui est une approche simplifiée des turbulences générées le long des parois. Les pertes de charge causées par le frottement sur le lit sont alors supposées égales à celles d'un écoulement uniforme de sorte que l'expression de Manning puisse être utilisée pour exprimer S_f .
- La valeur des contraintes de cisaillement dues à la viscosité moléculaire étant généralement de plusieurs ordres de grandeurs inférieures aux contraintes de turbulences, les contraintes visqueuses présentes dans l'équation de Navier-Stokes sont alors négligées. En effet, le nombre de Reynolds étant relativement grand, les termes de viscosité sont négligeables devant les termes de turbulence.
- La non-uniformité de la distribution de vitesse dans une section transversale n'est pas considérée.
- La pente de fond est faible de sorte que la profondeur d'eau $h = (z_w - z_b)$ est mesurable le long de l'axe z .

Définitions

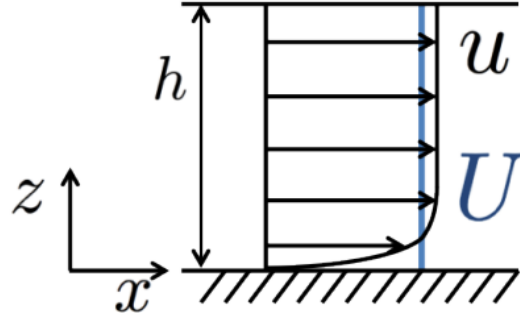


FIGURE 1.4 – Schéma classique d'un profil de vitesse longitudinale [3].

On exprime la vitesse moyennée sur la profondeur par sa composante longitudinale U et sa composante transversale V . Elles sont obtenues par l'intégration des composantes de vitesse moyennée dans le temps $\bar{u}$ et $\bar{v}$ le long de la direction z , entre le niveau du lit z_b et le niveau de la surface libre z_w .

$$U = \frac{1}{h} \int_{z_b}^{z_w} \bar{u} dz \quad V = \frac{1}{h} \int_{z_b}^{z_w} \bar{v} dz \quad (1.2.1)$$

où $h = z_w - z_b$.

Les sous-sections suivantes présentent brièvement les équations de Saint-Venant. La démonstration détaillée du développement de ces équations est fortement inspirée de [3] et se trouve en annexe C.

1.2.2 Équation de continuité

Pour obtenir l'équation de conservation de la masse, il suffit de procéder à l'intégration de l'équation de continuité des équations de Navier-Stokes (1.1.10a) :

$$\int_{z_b}^{z_w} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) dz = 0 \quad (1.2.2)$$

Après développements, on obtient l'équation de continuité bidimensionnelle de Saint-Venant.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(Uh)}{\partial x} + \frac{\partial(Vh)}{\partial y} = 0 \quad (1.2.3)$$

1.2.3 Équations de conservation de quantité de mouvement

Pour obtenir les équations de conservation de la quantité de mouvement selon la direction x , il suffit de suivre le même procédé et d'intégrer l'équation de conservation de quantité de mouvement selon la direction x des équations de Navier-Stokes (1.1.10b) :

$$\int_{z_b}^{z_w} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{w})}{\partial z} \right) dz = -\frac{1}{\rho} \int_{z_b}^{z_w} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} dz - \int_{z_b}^{z_w} \left(\frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'u'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'w'}) \right) dz \quad (1.2.4)$$

Après développements, on obtient l'équation de conservation de quantité de mouvement selon la direction x de Saint-Venant. Les conditions limites sont les principaux enjeux de ces développements.

Pour intégrer l'équation (1.2.4), il a fallu poser correctement les expressions de z_w et z_b . En procédant de la sorte, on obtient l'équation suivante.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = g(S_{0x} - S_{fx}) - g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tau_{xx} h}{\rho} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau_{xy} h}{\rho} \right) \quad (1.2.5)$$

1.2.4 Synthèse

Le développement pour obtenir l'équation de conservation de quantité de mouvement selon y étant identique, on peut alors résumer les équations de Saint-Venant sous forme non-conservative comme suit.

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Uh) + \frac{\partial}{\partial y}(Vh) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = g(S_{0x} - S_{fx}) - g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\tau_{xx}}{\rho} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\tau_{xy}}{\rho} \right) \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = g(S_{0y} - S_{fy}) - g \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\tau_{yx}}{\rho} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\tau_{yy}}{\rho} \right) \end{cases} \quad (1.2.6)$$

La première équation est l'équation de continuité et les deux autres sont les équations de conservation de quantité de mouvement selon les axes x et y .

Les termes de pentes S_0 et S_f sont respectivement la pente de fond et la pente d'énergie qui sont définies comme suit :

$$\begin{cases} S_{0,x} = -\frac{\partial z_b}{\partial x} & S_{f,x} = \frac{\tau_{b,x}}{\gamma h} = -\frac{(\overline{u'w'})_b}{g h} \\ S_{0,y} = -\frac{\partial z_b}{\partial y} & S_{f,y} = \frac{\tau_{b,y}}{\gamma h} = -\frac{(\overline{v'w'})_b}{g h} \end{cases} \quad (1.2.7)$$

Tandis que τ_{xy} est une autre notation pour les contraintes turbulentes définies à l'équation (1.1.8).

1.2.5 Équations de Saint-Venant sous forme conservative

Développer les équations de Saint-Venant sous forme conservative, c'est à dire en termes de variables globales, est utile pour la suite. En effet, la forme conservative est mieux adaptée pour les schémas numériques vu que les dérivées sont groupées où c'est possible. C'est à dire qu'on a dQ à la place de $V dA + A dV$. Définissons alors deux nouvelles variables q_x et q_y [m^2/s], respectivement le débit par unité de largeur dans la direction longitudinale et dans la direction transversale.

$$q_x = Uh \quad q_y = Vh \quad (1.2.8)$$

On choisit ainsi des variables dites conservatives qui représentent des quantités conservées dans le système contrairement aux vitesses qui ne le sont pas.

Après développement et en insérant les expressions (1.2.8), on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_x^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_x q_y}{h} \right) &= gh(S_{0x} - S_{fx}) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tau_{xx} h}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau_{xy} h}{\rho} \right) \\ \frac{\partial q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_x q_y}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_y^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) &= gh(S_{0y} - S_{fy}) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tau_{yx} h}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau_{yy} h}{\rho} \right) \end{aligned} \quad (1.2.9)$$

Les équations conservatives de Saint-Venant peuvent aussi s'écrire sous la forme vectorielle suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \mathbf{S} \quad (1.2.10)$$

où les différentes matrices sont définies par :

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} h \\ q_x \\ q_y \end{pmatrix} \quad \mathbf{F}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} q_x \\ \frac{q_x^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \\ \frac{q_x q_y}{h} \end{pmatrix} \quad \mathbf{G}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} q_y \\ \frac{q_x q_y}{h} \\ \frac{q_y^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \end{pmatrix} \quad \mathbf{S}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{0x} - S_{fx}) + T_{xx} + T_{xy} \\ gh(S_{0y} - S_{fy}) + T_{yx} + T_{yy} \end{pmatrix} \quad (1.2.11)$$

Avec les termes de turbulence regroupés dans la matrice de turbulence :

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} \\ T_{yx} & T_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tau_{xx} h}{\rho} \right) & \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau_{xy} h}{\rho} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tau_{xy} h}{\rho} \right) & \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau_{yy} h}{\rho} \right) \end{pmatrix} \quad (1.2.12)$$

Le vecteur $\mathbf{U}$ regroupe les différentes variables hydrauliques, $\mathbf{F}$ et $\mathbf{G}$ sont les vecteurs de flux et $\mathbf{S}$ est le vecteur des termes sources.

Les deux sections qui suivent présentent la modélisation du terme source $\mathbf{S}$. La section suivante est dédiée à la modélisation des pertes de charge, plus précisément de la pente d'énergie S_f . La quatrième et dernière section de ce chapitre présentera la modélisation des contraintes turbulentes présentes dans la matrice $\mathbf{T}$.

1.3 Modélisation des pertes de charge

Les pertes de charge induites par la rugosité de fond sont représentées dans l'équation de Saint-Venant par la pente d'énergie S_f . Parmi les différents modèles qui existent exprimant la pente d'énergie S_f , la plus répandue est l'équation de Manning. C'est un modèle empirique simple et beaucoup utilisé en pratique. De plus, les différents cas tests permettant de valider le modèle numérique nous fournissent tous les coefficient de Manning.

Il existe un autre modèle intéressant, l'équation de Darcy-Weisbach. Elle reflète plus clairement la relation entre la rugosité et la turbulence. Le modèle a été développé à partir d'expériences en simples conduites pour lesquelles il est simple de déterminer la rugosité. Le problème est que contrairement à l'équation de Manning, on ne dispose pas du coefficient de frottement de Darcy-Weisbach pour les cas tests. C'est pourquoi la formule de Manning lui sera préférée.

Équation de Manning

Pour développer ce modèle, on fait l'hypothèse d'un écoulement uniforme. Ce type d'écoulement est caractérisé par une hauteur d'eau et une vitesse moyenne constante. On peut en déduire qu'il n'y a pas d'accélération de l'écoulement et faire un équilibre des forces en présence sur un volume de contrôle. En faisant cet équilibre, on obtient la formule de Chezy [38] :

$$U = C \sqrt{R S_0} \quad (1.3.1)$$

où R est le rayon hydraulique (rapport entre la section transversale A et le périmètre mouillé P) et C est le coefficient de Chezy. La formule de Manning lie ce coefficient au rayon hydraulique de la manière suivante :

$$C = \frac{R^{1/6}}{n} \quad (1.3.2)$$

avec $n [m^{-1/3}s]$, le coefficient de rugosité de Manning qui dépend de la nature de la paroi.

La formule de Chezy devient alors :

$$U = \frac{R^{2/3}}{n} S_0^{1/2} \quad (1.3.3)$$

La vitesse moyenne et la hauteur d'eau étant constantes tout le long d'un écoulement uniforme, la pente de fond est alors égale à la pente d'énergie $S_{0,u} = S_{f,u}$. Physiquement, cela exprime en fait l'égalité entre les forces qui freinent l'écoulement et celles qui entraînent son mouvement. Pour les écoulements non-uniformes, on suppose que la pente d'énergie est égale à la pente d'énergie d'un écoulement uniforme de même aire de section transversale A et de même débit Q . On déduit alors que la pente d'énergie d'un écoulement non-uniforme est égale à la pente de fond de l'écoulement uniforme correspondant.

$$S_{f,nu} = S_{0,u} \quad (1.3.4)$$

En injectant l'équation (1.3.4) dans l'équation (1.3.3) et en l'adaptant à une modélisation 2D, on obtient l'expression des pentes d'énergie pour un écoulement non-uniforme. Le rayon hydraulique quant à lui peut être estimé par la profondeur d'eau h tant que la pente transverse S_{fy} reste relativement faible.

$$\begin{aligned} S_{fx} &= \frac{n^2 U \sqrt{U^2 + V^2}}{h^{\frac{4}{3}}} \\ S_{fy} &= \frac{n^2 V \sqrt{U^2 + V^2}}{h^{\frac{4}{3}}} \end{aligned} \quad (1.3.5)$$

Équation de Darcy-Weisbach

Ce modèle n'a pas été testé dans le cadre de ce travail mais mérite tout de même d'être présenté. Au vu de la façon dont il a été développé, il exprime mieux le lien entre la rugosité et la turbulence. Malgré le fait que le coefficient de Manning soit simple d'utilisation et beaucoup utilisé en pratique, il présente tout de même certains défauts. Ce modèle n'est strictement valable que pour un écoulement rugueux et peut dans certains cas varier avec la hauteur d'eau. Le modèle de Darcy-Weisbach exprime la vitesse de la façon suivante.

$$U = \sqrt{\frac{8g}{f}} R^{1/2} S_0^{1/2} \quad (1.3.6)$$

où f est le coefficient de Darcy-Weisbach. Comme on a fait pour le modèle de Manning, on peut alors exprimer les pentes d'énergie pour les écoulements bidimensionnels de la façon suivante.

$$\begin{aligned} S_{fx} &= \frac{fU \sqrt{U^2 + V^2}}{8gh} \\ S_{fy} &= \frac{fV \sqrt{U^2 + V^2}}{8gh} \end{aligned} \quad (1.3.7)$$

1.4 Modélisation des contraintes turbulentes

Par analogie avec les contraintes visqueuses exprimées proportionnellement au gradient de vitesse, le concept de viscosité turbulente de Reynolds exprime les contraintes de cisaillement de Boussinesq comme proportionnelles au gradient de vitesse :

$$\frac{\tau_{ij}}{\rho} = -\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (1.4.1)$$

avec ν_t la viscosité cinématique turbulente, δ_{ij} le symbole de Kronecker et k l'énergie cinétique de turbulence. L'expression des contraintes de cisaillement moyennées sur la hauteur en utilisant l'hypothèse de Reynolds devient :

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{xx}}{\rho} &= 2\nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} k \\ \frac{\tau_{xy}}{\rho} &= \frac{\tau_{yx}}{\rho} = \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \\ \frac{\tau_{yy}}{\rho} &= 2\nu_t \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} k \end{aligned} \quad (1.4.2)$$

Pour modéliser les contraintes turbulentes, il s'agit alors de déterminer la valeur de la viscosité turbulente ν_t et l'énergie cinétique turbulente k en tout point. Pour cela, il existe différents modèles dont les 4 suivants qui sont détaillés dans ce travail.

1. Viscosité constante
2. Viscosité proportionnelle à U^*h
3. Modèle $k - \varepsilon$
4. Modèle $k - l$ ou modèle $k - \varepsilon$ à une équation

Il en existe évidemment beaucoup d'autres qui ne seront pas présentés ici. Les deux premiers, les plus simples, négligent le terme d'énergie cinétique turbulente. Si on ne prend pas en compte ce terme d'énergie cinétique turbulente, la trace du tenseur de contraintes est nulle. Il en résulte alors que l'énergie cinétique turbulente l'est aussi [12].

Ce travail a pour but de compléter ceux réalisés par T.Pignon et B.Walravens [26], E.Deliens [8] et M.Gillain [15] et tester le modèle $k - \varepsilon$ à deux équations dans le cadre d'un écoulement en canal à lit composé. T.Pignon et W.Walravens ont introduit les contraintes turbulentes dans le code de calcul, E.Deliens s'est penchée sur le modèle de viscosité proportionnelle à U^*h et M.Gillain a introduit le modèle $k - \varepsilon$ à une équation.

1.4.1 Viscosité turbulente constante

La façon la plus simpliste de procéder est de prendre une viscosité turbulente constante. Le problème évident est qu'en réalité cette viscosité varie avec les conditions d'écoulement. Dans le cadre des écoulements en lit composé, on peut affecter différentes valeurs au lit mineur et aux plaines d'inondations pour réduire l'imprécision mais les applications de ce modèle restent tout de même limitées. Un tel modèle est plutôt utilisé en pratique pour obtenir des premiers résultats lors de l'élaboration d'un nouveau code de calcul.

1.4.2 Viscosité turbulente proportionnelle à $U^* h$

Pour un écoulement en eaux peu profondes, le frottement du lit est la source principale de turbulence. La viscosité turbulente est alors proportionnelle au frottement du lit τ_b à travers le concept de vitesse de frottement U^* défini comme suit :

$$U^* = \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}} \quad (1.4.3)$$

Cette vitesse de frottement peut être aussi exprimée en fonction des vitesses U et V et un coefficient de friction c_f :

$$U^* = \sqrt{c_f (U^2 + V^2)} \quad (1.4.4)$$

où

$$c_f = \frac{gn^2}{h^{1/3}} \quad (1.4.5)$$

Le modèle définit la viscosité turbulente comme proportionnelle d'un facteur adimensionnel λ à la vitesse de frottement multipliée par la hauteur d'eau h :

$$\nu_t = \lambda U^* h \quad (1.4.6)$$

Tout comme pour le modèle à ν_t constant, il faudra définir la valeur de λ en tout point qui sera constante dans le temps. La valeur de ce coefficient varie entre 0.135 pour des chenaux expérimentaux à 2 pour des rivières naturelles pour lesquelles les turbulences sont plus importantes. Pour améliorer les résultats, on peut aussi dans le cadre des écoulements à lit composé, affecter une valeur du coefficient λ_{fp} aux plaines d'inondations et λ_{mc} au lit mineur.

Ces deux premiers modèles présentent deux inconvénients communs. Le premier est qu'il est possible, à l'aide d'un processus itératif, d'ajuster les variables afin de rapprocher les résultats expérimentaux. Une vision critique des résultats est donc nécessaire vis à vis de l'affectation des valeurs turbulentes et des résultats associés.

Le second inconvénient est que ces modèles, décrits comme des modèles algébriques, ne prennent pas en compte des effets d'histoire ("*history effect*" [15]). La turbulence est en fait influencée par la turbulence en amont de celle-ci et n'est pas simplement décrite localement.

Les deux modèles suivants ne présentent pas ces inconvénients.

1.4.3 Modèle $k - \varepsilon$

Contrairement à ceux présentés précédemment, ce modèle plus complet se concentre sur les mécanismes qui affectent l'énergie cinétique turbulente. L'hypothèse sous-jacente de ce modèle est que la viscosité turbulente est isotrope.

Ce modèle vise à modéliser l'ensemble du spectre continu des structures tourbillonnaires turbulentes de façon simplifiée par un équilibre entre dissipation et génération d'énergie cinétique turbulente. Il est impossible de reproduire tous les tourbillons turbulents à très petite échelle à moins de définir un maillage extrêmement fin. À l'aide de deux équations de transport, il vise donc à reproduire au mieux les effets de ces structures turbulentes. Ce modèle lie l'énergie cinétique turbulente k aux mouvements turbulents à grande échelle et la dissipation d'énergie cinétique turbulente ε à la longueur de mélange. Cette longueur correspond à la plus petite échelle où la dissipation d'énergie se produit à cause de la viscosité moléculaire.

Rastogi et Rodi [29] proposent une version moyennée sur la profondeur du modèle tridimensionnel $k - \varepsilon$ de Launder et Spadling [17]. La viscosité turbulente est estimée à partir de l'énergie cinétique turbulente k et du terme de dissipation d'énergie ε de la façon suivante :

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (1.4.7)$$

où $c_\mu = 0.09$ est une constante dont la valeur est basée sur des résultats expérimentaux.

L'énergie cinétique moyennée sur la profondeur k et la dissipation d'énergie ε est estimée avec les deux équations de transports semi-empiriques suivantes.

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} &= \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + P_h + P_{kv} - \varepsilon \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} &= \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_h + P_{\varepsilon v} - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (1.4.8)$$

La partie gauche de l'égalité représente la variation temporelle et le transport par convection des deux variables k et ε . Les deux premiers termes de la partie droite de l'égalité représentent la diffusion turbulente. Le terme P_h correspond à la production d'énergie cinétique turbulente due à l'interaction entre les contraintes turbulentes de cisaillement et le gradient de vitesse moyenné sur la hauteur. Les termes P_{kv} et $P_{\varepsilon v}$ sont des termes sources qui prennent en compte toutes les non-uniformités des profils verticaux. Rastogi et Rodi ont émis l'hypothèse que ces termes étaient proportionnels à la vitesse de cisaillement.

$$\begin{aligned} P_h &= \nu_t \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right] \\ P_{kv} &= c_k \frac{U^{*3}}{h} \quad \text{avec} \quad c_k = \frac{1}{\sqrt{c_f}} \\ P_{\varepsilon v} &= c_\varepsilon \frac{U^{*4}}{h^2} \quad \text{avec} \quad c_\varepsilon = 3.6 \frac{c_{2\varepsilon}}{c_f^{3/4}} \sqrt{c_\mu} \end{aligned} \quad (1.4.9)$$

où c_f est le coefficient de frottement défini plus tôt par (1.4.5).

Les valeurs des différents coefficients sont reprises dans le tableau ci-dessous.

c_μ	σ_k	σ_ε	$c_{1\varepsilon}$	$c_{2\varepsilon}$
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92

TABLE 1.1 – Récapitulatif des coefficients du modèle $k - \varepsilon$.

On peut ajouter un terme de production d'énergie cinétique P_{kd} à l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente [23]. Ce terme permet de prendre en compte la turbulence additionnelle générée par un réseau régulier de cylindres verticaux comme illustré à la figure 1.5. Ce terme sera ajouté dans la configuration UCW du premier cas test pour lequel les plaines d'inondations sont occupées par ce type de réseau de cylindre.

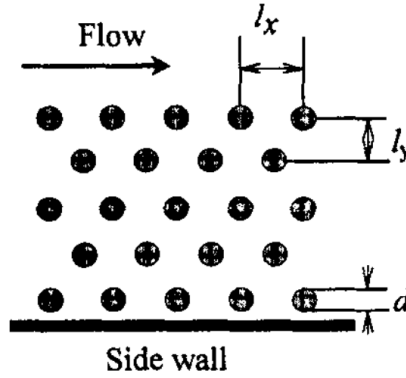


FIGURE 1.5 – Végétation idéalisée par un réseau régulier de cylindres verticaux [23].

Il s'exprime comme suit :

$$P_{kd} = \frac{a c_b}{2} (U^2 + V^2)^{1.5} \quad (1.4.10)$$

où a est défini selon le réseau de cylindre par $a = \frac{d}{l_x l_y}$. Le terme c_b est le coefficient de traînée de la végétation.

Tout comme le modèle de viscosité turbulente proportionnelle à $U^* h$, le frottement au niveau du lit est considéré comme la principale source de turbulence. En effet, le gradient vertical de vitesse est relativement important proche du lit. Il est d'ailleurs intéressant de noter que dans le calcul des termes P_{kv} et P_{kd} , on suppose que toute l'énergie dissipée par le frottement du lit est convertie en énergie cinétique turbulente [23].

1.4.4 Modèle $k - l$ ou modèle $k - \varepsilon$ à une équation

Ce modèle se différencie du modèle $k - \varepsilon$ uniquement par la définition du facteur de dissipation ε . Ce facteur de dissipation, nécessaire à la résolution de l'équation de transport (1.4.8a), est estimé par :

$$\varepsilon = c_d \frac{k^{3/2}}{l_d} \quad (1.4.11)$$

Avec la constante $c_d = 0.17$ et où l_d est la longueur de mélange. On la suppose proportionnelle à la profondeur d'eau h tel que :

$$l_d = \xi h \quad (1.4.12)$$

Nadaoka et Yagi proposent une valeur $\xi = 0.1$ pour les écoulements en eau peu profonde. En insérant l'expression (1.4.11) dans l'équation (1.4.7), on obtient l'expression suivante :

$$\nu_t = \frac{c_\mu}{c_d} k^{1/2} l_d \quad (1.4.13)$$

On remarque que pour ce modèle, ν_t dépend uniquement de k et l_d , d'où l'appellation $k-l$.

1.4.5 Synthèse des équations de Saint-Venant avec la modélisation turbulente

Il existe beaucoup d'autres modèles tels que le modèle de Prandtl - von Karman donnant des bons résultats pour des écoulements caractérisés par un petit ratio largeur sur hauteur ou le modèle de Smagorinsky présentant de bons résultats pour les écoulements à lit composé d'après les recherches de C. Pham Van [25].

Dans le cadre de ce travail, le modèle $k-\varepsilon$ à deux équations a été développé en détails. Les résultats des simulations ont été comparés aux résultats obtenus par E.Deliens pour le modèle de viscosité proportionnelle à U^* [8] et les résultats de M.Gillain pour le modèle $k-l$ [15].

En exprimant τ_{ij} comme décrit par le concept de viscosité turbulente de Reynolds (1.4.1), les équations de Saint-Venant sous forme vectorielle peuvent alors être réécrites.

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \mathbf{S} \quad (1.4.14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \begin{pmatrix} h \\ q_x \\ q_y \end{pmatrix} & \mathbf{F}(\mathbf{U}) &= \begin{pmatrix} q_x \\ \frac{q_x^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \\ \frac{q_x q_y}{h} \end{pmatrix} \\ \mathbf{G}(\mathbf{U}) &= \begin{pmatrix} q_y \\ \frac{q_x q_y}{h} \\ \frac{q_y^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \end{pmatrix} & \mathbf{S}(\mathbf{U}) &= \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{0x} - S_{fx}) + T_{xx} + T_{xy} \\ gh(S_{0y} - S_{fy}) + T_{yx} + T_{yy} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.4.15)$$

Les termes de turbulences regroupés dans la matrice de turbulence donnent :

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} \\ T_{yx} & T_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \left(2\nu_t h \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} kh \right) & \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t h \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right) \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t h \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right) & \frac{\partial}{\partial y} \left(2\nu_t h \left(\frac{\partial V}{\partial y} - \frac{2}{3} kh \right) \right) \end{pmatrix} \quad (1.4.16)$$

avec $\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ où k et ε sont obtenus en résolvant les équations de transport (1.4.8).

Chapitre 2

Résolution numérique

2.1 Introduction

Pour résoudre numériquement les équations de Saint-Venant, il est nécessaire de subdiviser le domaine en une série de formes géométriques appelées *cellules*. Le maillage, un ensemble de cellules, est dit structuré s'il est composé de cellules rectangulaires et alignées. Nous travaillerons sur un maillage dit non-structuré composé de triangles quelconques. Ce type de maillage s'avère dans de nombreux cas plus efficace.

Tout schéma numérique résolvant les équations de Saint-Venant doit posséder les mêmes propriétés que les équations elles-mêmes. Il faut donc que ce schéma soit conservatif, puisse représenter des solutions discontinues et présente une vitesse finie de la propagation de l'information. Le modèle numérique doit alors pouvoir reproduire les solutions discontinues tels que les chocs et les ressauts hydrauliques. C'est la raison pour laquelle la méthode de discrétisation par volumes finis est préférée à celles des éléments finis par exemple.

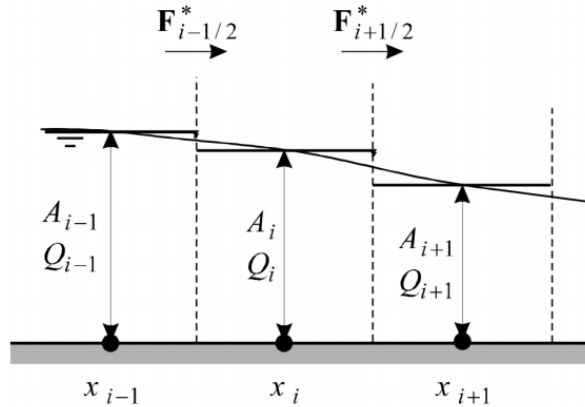


FIGURE 2.1 – Valeurs constantes des variables hydrauliques à chaque cellule [32].

Pour la résolution numérique à l'aide des volumes finis, les différentes variables de l'écoulement sont considérées comme constantes pour chacune de ces cellules au sein d'un même pas de temps. L'évolution des variables pour chaque cellule se calcule alors par échange de flux à travers les différentes surfaces des cellules, appelées *interfaces*.

Ce chapitre débute par la présentation du schéma de volumes finis et par son application à un maillage triangulaire. Ensuite, le calcul des flux aux interfaces est discuté brièvement. La section 2.4 présente la manière dont les termes sources sont calculés. Ces termes sont centraux à ce travail puisque les termes turbulents auxquels on s'intéresse en font partie. Pour pouvoir calculer ces termes, il faut pouvoir évaluer les dérivées spatiales dont la méthode de calcul est présentée à la section qui

suit. La méthode de calcul des dérivées que l'on appelle *Least Squares based Finite Difference method* (LSFD) nécessite l'information d'un certain nombre de cellules dites de soutien qui sont discutées à la section 2.6. Avant d'aborder brièvement la condition classique de stabilité sur le pas de temps Δt , les méthodes de résolution des équations de transport du modèle $k - \epsilon$ sont présentées à la section 2.7.

La manière dont les contraintes turbulentes ont été implémentées dans le code de calcul est expliquée en détail dans la notice écrite par T.Pignon et B.Walravens [27]. Malgré que cette notice d'utilisation date de bientôt 10 ans, elle reste encore fort utile.

2.2 Schéma de volumes finis

Les équations bidimensionnelles de Saint-Venant se résolvent numériquement à l'aide d'un schéma de volumes finis. Cette section a pour objectif de présenter la forme discrète obtenue avec ce schéma et implémentée dans le code de calcul *SDFlow2D*.

Deux approches sont proposées pour obtenir la forme discrète de ce schéma, toutes les deux basées sur l'intégration des équations de Saint-Venant sur un domaine. L'approche du théorème de Gauss-Green définit un domaine seulement dans l'espace tandis que celle du théorème de Stokes rajoute la dimension temporelle. Les deux méthodes aboutissent évidemment au même résultat. L'approche présentée ici est celle du théorème de Gauss-Green.

2.2.1 Changement de repère

Pour nous permettre de faciliter la suite des calculs, on doit pouvoir exprimer les équations de Saint-Venant dans un repère local comme celui illustré à la figure ci-dessous.

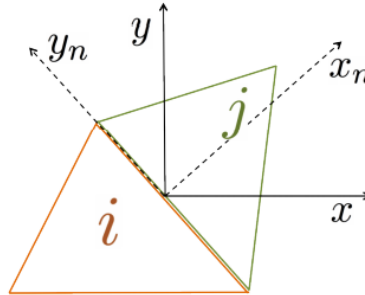


FIGURE 2.2 – Passage du repère global (x, y) à un repère local (x_n, y_n) [8].

Soit i et j , deux cellules adjacentes. Les axes x_n et y_n du repère local sont définis comme normaux et tangents à l'interface entre ces deux cellules. Soit α , l'angle entre l'axe global x et l'axe local x_n . Le repère local est lié au repère global par la relation suivante.

$$\mathbf{x}_{glob} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{x}_{loc} \quad (2.2.1)$$

La matrice locale de changement de repère est définie par :

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & n_x & n_y \\ 0 & -n_y & n_x \end{pmatrix} \quad (2.2.2)$$

avec $n_x = \cos(\alpha)$, $n_y = \sin(\alpha)$ et où $\mathbf{x}_{glob}$ et $\mathbf{x}_{loc}$ sont respectivement les vecteurs de coordonnées d'un point de l'espace dans le repère global et local.

Les équations (1.2.10) peuvent alors se réécrire dans le repère local (x_n, y_n) de la façon suivante.

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\bar{\mathbf{U}})}{\partial x_n} = \mathbf{S}(\bar{\mathbf{U}}) \quad (2.2.3)$$

avec,

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{U}} = \mathbf{T}\mathbf{U} &= \begin{pmatrix} h \\ q_x n_x + q_t n_y \\ -q_x n_y + q_t n_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h \\ q_n \\ q_t \end{pmatrix} \quad \mathbf{F}(\bar{\mathbf{U}}) = \begin{pmatrix} q_n \\ \frac{q_n^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \\ \frac{q_n q_t}{h} \end{pmatrix} \\ \mathbf{S}(\bar{\mathbf{U}}) &= \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{0n} - S_{fn}) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(h\tau_{nn})}{\partial x_n} + \frac{\partial(h\tau_{nt})}{\partial y_n} \right) \\ gh(S_{0t} - S_{ft}) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(h\tau_{tn})}{\partial x_n} + \frac{\partial(h\tau_{tt})}{\partial y_n} \right) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Les indices n et t font références aux directions normale x_n et tangentielle y_n . On remarque d'ailleurs que l'on a plus qu'un seul vecteur flux $\mathbf{F}$.

2.2.2 Théorème de Gauss-Green

Ce théorème, utilisé pour développer la forme discrète du schéma de volumes finis, transforme une intégrale surfacique sur le domaine Ω en une intégrale linéique sur le contour Γ . Il s'écrit comme suit :

$$\iint_{\Omega} \operatorname{div} \mathbf{A} \, d\Omega = \oint_{\Gamma} (\mathbf{A} \mid \mathbf{n}) \, d\Gamma \quad (2.2.4)$$

où $\mathbf{A}$ est un vecteur quelconque et $\mathbf{n}$ est le vecteur unitaire normal à la frontière Γ du domaine Ω .

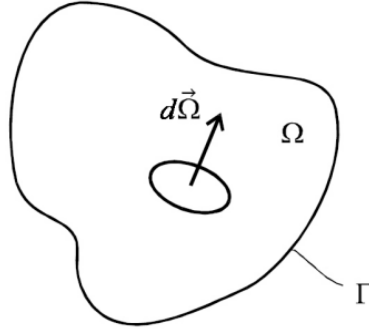


FIGURE 2.3 – Domaine quelconque Ω de contour Γ [32].

Ce théorème est également appelé théorème de la divergence.

2.2.3 Développement

Reprenons le système initial à résoudre (1.4.14) que l'on intègre sur une surface quelconque Ω :

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{U})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{U})}{\partial y} \right) d\Omega = \iint_{\Omega} \mathbf{S}(\mathbf{U}) d\Omega \quad (2.2.5)$$

Le premier terme de dérivée temporelle peut être développé à l'aide du théorème de Leibniz :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} d\Omega = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{U} d\Omega \quad (2.2.6)$$

Si on pose le vecteur $\mathbf{A}$, selon l'espace plan (x, y) comme :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}(\mathbf{U}) \\ \mathbf{G}(\mathbf{U}) \end{pmatrix} \quad (2.2.7)$$

On remarque alors que les termes de flux de (2.2.5) représentent la divergence de ce vecteur $\mathbf{A}$. En utilisant le théorème de Gauss-Green (2.2.4) et l'expression (2.2.6), (2.2.5) devient :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega} \mathbf{U} d\Omega + \oint_{\Gamma} (\mathbf{A} \mid \mathbf{n}) d\Gamma = \iint_{\Omega} \mathbf{S} d\Omega \quad (2.2.8)$$

2.2.4 Application à un maillage triangulaire

Comme évoqué plus tôt, la résolution numérique se fait sur un maillage non-structuré composé de triangles quelconques. On développe alors les termes pour que le domaine Ω considéré soit la surface d'une cellule du maillage triangulaire.

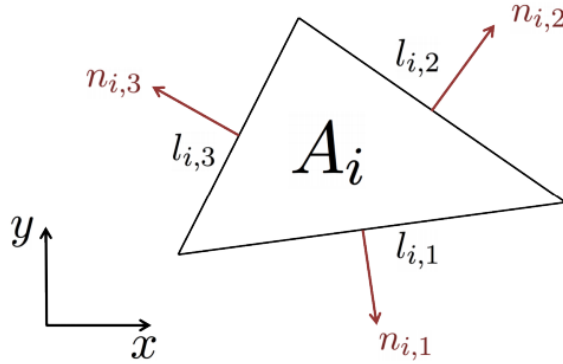


FIGURE 2.4 – Domaine d'intégration des équations de Saint-Venant : cellule triangulaire [8].

En considérant une cellule i comme présentée à la figure 2.4, le terme de flux est développé pour un intervalle de temps Δt . On obtient donc pour le second terme de (2.2.8) :

$$\oint_{\Gamma} (\mathbf{A} \mid \mathbf{n}) d\Gamma = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{i,1}^* & \mathbf{G}_{i,1}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_{i,1}^{(x)} \\ n_{i,1}^{(y)} \end{pmatrix} l_{i,1} + \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{i,2}^* & \mathbf{G}_{i,2}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_{i,2}^{(x)} \\ n_{i,2}^{(y)} \end{pmatrix} l_{i,2} + \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{i,3}^* & \mathbf{G}_{i,3}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_{i,3}^{(x)} \\ n_{i,3}^{(y)} \end{pmatrix} l_{i,3} \quad (2.2.9)$$

que l'on peut écrire plus simplement comme suit :

$$\oint_{\Gamma} (\mathbf{A} \mid \mathbf{n}) d\Gamma = \sum_{j=1}^3 \left[\left(\mathbf{F}_{i,j}^* n_{i,j}^{(x)} + \mathbf{G}_{i,j}^* n_{i,j}^{(y)} \right) l_{i,j} \right] \quad (2.2.10)$$

Les termes $\mathbf{F}_{i,j}^*$ et $\mathbf{G}_{i,j}^*$ représentent les flux à travers chaque interfaces j de la maille triangulaire i . L'indice "*" indique quant à lui que les flux sont moyennés sur le pas de temps Δt considéré et restent donc constant sur cet intervalle. Le même raisonnement est fait pour le troisième terme de (2.2.8). Pour le domaine considéré $d\Omega = dA_i$, les termes sources $\mathbf{S}_i$ sont moyennés dans le temps.

On discrétise alors l'équation (2.2.8) sur la cellule i où l'on considère les variables hydrauliques $\mathbf{U}_i$ au temps n et au temps $n + 1$ incrémenté du pas de temps Δt pour obtenir :

$$\frac{1}{\Delta t} (\mathbf{U}_i^{n+1} A_i - \mathbf{U}_i^n A_i) + \sum_{j=1}^3 \left[\left(\mathbf{F}_{i,j}^* n_{i,j}^{(x)} + \mathbf{G}_{i,j}^* n_{i,j}^{(y)} \right) l_{i,j} \right] = \mathbf{S}_i^* A_i \quad (2.2.11)$$

On isole alors $\mathbf{U}_i^{n+1}$:

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \left(\sum_{j=1}^3 \left[\left(\mathbf{F}_{i,j}^* n_{i,j}^{(x)} + \mathbf{G}_{i,j}^* n_{i,j}^{(y)} \right) l_{i,j} \right] \right) \frac{\Delta t}{A_i} + \mathbf{S}_i^* \Delta t \quad (2.2.12)$$

Pour faciliter le calcul des flux, on se positionne dans le repère (x_n, y_n) pour chaque interfaces j de la cellule i . On procède alors à un changement de repère inverse et la forme discrète (2.2.12) devient :

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \left(\sum_{j=1}^3 \left(\mathbf{T}_{i,j}^{-1} \mathbf{F}(\bar{\mathbf{U}})_{i,j}^* n_{i,j}^{(x_n)} l_{i,j} \right) \right) \frac{\Delta t}{A_i} + \mathbf{S}_i^* \Delta t \quad (2.2.13)$$

Les différents termes sont résumés ci-dessous.

- $\mathbf{U}_i^n$ Le vecteur des variables hydrauliques pour la cellule i au temps n .
- $\mathbf{F}_{i,j}^*$ Le flux moyen entre le temps n et le temps $n+1$ selon la direction x à travers l'interface j de la cellule i .
- $\mathbf{G}_{i,j}^*$ Le flux moyen entre le temps n et le temps $n+1$ selon la direction y à travers l'interface j de la cellule i .
- $n_{i,j}^{(x_n)}$ La composante selon x_n du vecteur normal de l'interface j de la cellule i .
- $l_{i,j}$ La longueur de l'interface j de la cellule i .
- A_i La surface de la cellule i .
- $\mathbf{S}_i^*$ La valeur moyenne des termes sources entre le temps n et le temps $n+1$ de la cellule i .

L'intégration dans le temps associée à ce schéma numérique peut sembler explicite et donc assez simple. En réalité, cette simplicité n'est qu'apparente puisque les termes de flux et les termes sources sont calculés à un pas de temps intermédiaire. Le schéma est en fait ni réellement explicite ni réellement implicite. La difficulté de ce schéma réside alors dans l'implémentation des flux aux interfaces mais aussi des termes sources qui sont présentés en détails aux sections 2.3 et 2.4.

Le terme *moyen* utilisé pour exprimer ces deux termes est à prendre avec des pincettes. Il ne fait pas référence à une moyenne arithmétique ou autre mais plutôt à une valeur intermédiaire constante choisie entre deux pas de temps. Ces valeurs intermédiaires dépendent du modèle choisi, aussi bien pour les flux que pour les termes sources.

2.3 Calcul des flux aux interfaces

Rappelons tout d'abord l'expression du vecteur de flux à chaque cellule.

$$\mathbf{F}(\bar{\mathbf{U}}) = \begin{pmatrix} q_n \\ \frac{q_n^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \\ \frac{q_n q_t}{h} \end{pmatrix} \quad (2.3.1)$$

Il existe plusieurs schémas plus ou moins complets permettant de déterminer les flux aux interfaces $\mathbf{F}^*$. Ceux-ci sont basés sur différentes approches mais s'expriment globalement tous de la même manière : ils dépendent des variables hydrauliques $\mathbf{U}$ et des vecteurs $\mathbf{F}$ des cellules de part et d'autre de l'interface.

Pour le repère local défini à la sous-section 2.2.1, l'expression générale du flux entre le temps n et $n+1$ s'écrit comme suit :

$$\mathbf{F}^* = \frac{1 + \tilde{F}r}{2} \mathbf{F}_L + \frac{1 - \tilde{F}r}{2} \mathbf{F}_R + \tilde{c} \frac{1 - \tilde{F}r^2}{2} (\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_R) \quad (2.3.2)$$

Le schéma utilisé dans le cadre de ce travail est le schéma de Roe. Ce schéma, le plus complet, exprime les valeurs moyennes à l'interface comme suit :

$$\tilde{u} = \frac{\frac{q_{x,R}}{\sqrt{h_R}} + \frac{q_{x,L}}{\sqrt{h_L}}}{\sqrt{h_R} + \sqrt{h_L}} \quad \tilde{v} = \frac{\frac{q_{y,R}}{\sqrt{h_R}} + \frac{q_{y,L}}{\sqrt{h_L}}}{\sqrt{h_R} + \sqrt{h_L}} \quad \tilde{c} = \sqrt{0,5g(h_L + h_R)} \quad (2.3.3)$$

$$\tilde{F}r = \min \begin{cases} \frac{\frac{q_{x,R}}{\sqrt{h_R}} + \frac{q_{x,L}}{\sqrt{h_L}}}{\sqrt{0.5g(h_R+h_L)}(\sqrt{h_R}+\sqrt{h_L})} & \text{si subcritique} \\ 1 & \text{si supercritique} \end{cases} \quad (2.3.4)$$

Les indices R et L font références aux cellules à droite et à gauche de l'interface.

Le calcul des flux est évidemment différent pour les interfaces aux limites du domaine. Il existe beaucoup de conditions limites aux interfaces telles que l'imposition d'un débit, d'une hauteur d'eau ou encore une condition de mur. Ces 3 conditions ont été utilisées lors des simulations numériques mais le détail des développements de celles-ci ne présente pas d'intérêt pour ce travail de fin d'études. Pour les lecteurs curieux, l'annexe [D](#), fortement inspirée de [\[32\]](#) développe brièvement les conditions aux limites les plus courantes.

2.4 Calcul des termes sources

Rappelons tout d'abord comment les termes sources de l'expression [\(2.2.13\)](#) s'expriment selon le repère global (x, y) .

$$\mathbf{S}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{0x} - S_{fx}) + T_{xx} + T_{xy} \\ gh(S_{0y} - S_{fy}) + T_{yx} + T_{yy} \end{pmatrix} \quad (2.4.1)$$

Le premier terme regroupant la pente de fond et la pente d'énergie est applicable tel quel. Pour rappel, l'expression des pentes d'énergie est obtenue avec le modèle de Manning par [\(1.3.5\)](#) et les pentes de fond définies par [\(1.2.7\)](#).

L'objectif principal de ce travail de fin d'études est de modéliser les termes de contraintes turbulentes présents dans la matrice $\mathbf{T}$ exprimée par [\(1.4.16\)](#). Cette matrice dépend de la hauteur d'eau h , des vitesses U et V mais aussi des variables hydrauliques turbulentes k et ν_t .

En développant les dérivées, on obtient les expressions suivantes pour les différents termes de la matrice turbulente :

$$\begin{cases} T_{xx} = 2 \left[\frac{\partial U}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \nu_t}{\partial x} h \right) + \nu_t h \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{1}{3} \left(\frac{\partial k}{\partial x} h + k \frac{\partial h}{\partial x} \right) \right] \\ T_{xy} = \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial h}{\partial y} \nu_t + \frac{\partial \nu_t}{\partial y} h \right) + h \nu_t \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} \right) \\ T_{yx} = \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial h}{\partial x} \nu_t + \frac{\partial \nu_t}{\partial x} h \right) + h \nu_t \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} \right) \\ T_{yy} = 2 \left[\frac{\partial V}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial \nu_t}{\partial y} h \right) + \nu_t h \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \frac{1}{3} \left(\frac{\partial k}{\partial y} h + k \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right] \end{cases} \quad (2.4.2)$$

Pour pouvoir exprimer la contribution de la turbulence aux termes sources, il faut donc pouvoir exprimer les dérivées spatiales des différentes variables hydrauliques à chaque pas de temps. C'est ce qui a été réalisé dans le cadre d'un travail de fin d'étude précédent [\[26\]](#).

Deux méthodes différentes permettant de calculer les dérivées spatiales ont été implémentées. La première consiste à exprimer toute variable hydraulique par une fonction $P_q(x, y)$. Pour obtenir cette fonction, il suffit d'interpoler les valeurs des variables connues aux différentes cellules par une fonction polynomiale d'ordre q .

$$P_q(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 y^2 + a_5 xy + a_6 x^3 + \dots + a_{m-1} y^q \quad (2.4.3)$$

Connaissant cette fonction polynomiale, il est aisé d'en déduire les différentes dérivées. Malheureusement, cette méthode de calcul des dérivées n'a pas été validée avec succès notamment à cause d'un problème de stabilité.

La seconde méthode se base sur les séries de Taylor bidimensionnelles et la méthode des moindres carrés. Elle fut testée avec succès et sera donc la méthode utilisée pour ce travail. Pour résoudre un problème d'inversion de matrice, elle fait appel à la méthode des moindres carrés dont elle tient son nom. Cette méthode dite méthode des différences finies basée sur les moindres carrés (LSFD pour *Least Squares based Finite Difference method*) est présentée en détail à la section suivante.

2.5 Calcul des dérivées spatiales à l'aide de la méthode LSFD

2.5.1 Séries de Taylor

On appelle φ la fonction dont les dérivées doivent être calculées. Cette fonction prend la valeur Φ_i à la cellule i . Ce qu'on aimerait connaître sont les dérivées partielles d'une variable hydraulique quelconque pour une certaine cellule que l'on appelle la cellule principale. Pour cela, on utilise les séries de Taylor bidimensionnelles évaluées à partir de cette cellule principale. La formule générale de la série de Taylor est rappelée ci-dessous.

$$T(x_1, \dots, x_d) = \sum_{n_1=0}^{\infty} \dots \sum_{n_d=0}^{\infty} \frac{(x_1 - a_1)^{n_1} \dots (x_d - a_d)^{n_d}}{n_1! \dots n_d!} \left(\frac{\partial^{n_1+\dots+n_d} f}{\partial x_1^{n_1} \dots \partial x_d^{n_d}} \right) (a_1, \dots, a_d) \quad (2.5.1)$$

Si on s'arrête à l'ordre 3, on peut exprimer Φ_i , la valeur de la variable à la cellule i , selon la valeur à la cellule principale Φ_0 et les dérivées partielles comme suit :

$$\begin{aligned} \Phi_i = & \Phi_0 + \Delta x_i \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_0 + \Delta y_i \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)_0 \\ & + \frac{1}{2} (\Delta x_i)^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right)_0 + \frac{1}{2} (\Delta y_i)^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right)_0 + (\Delta x_i)(\Delta y_i) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \right)_0 \\ & + \frac{1}{6} (\Delta x_i)^3 \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} \right)_0 + \frac{1}{6} (\Delta y_i)^3 \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3} \right)_0 + \frac{1}{2} (\Delta x_i)^2 (\Delta y_i) \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^2 \partial y} \right)_0 \\ & + \frac{1}{2} (\Delta x_i)(\Delta y_i)^2 \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial y^2} \right)_0 + \dots \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

où Δx_i et Δy_i sont les distances entre la cellule principale et la cellule i .

Cette équation présente 9 inconnues, les 9 dérivées partielles selon x et y . Pour pouvoir disposer d'autant d'équations que d'inconnues, on applique la série de Taylor à 9 différentes cellules. Ces cellules se trouvent toutes dans un domaine circulaire de rayon d_0 comme le montre la figure 2.5

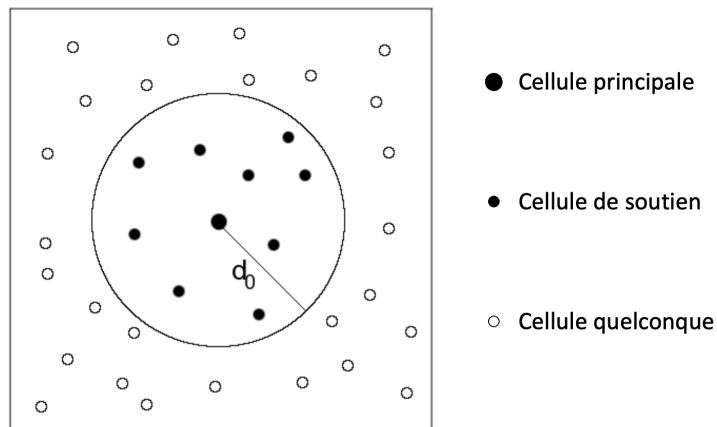


FIGURE 2.5 – Position des centres des 9 cellules pour la méthode LSFD [26].

L'équation (2.5.2), peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\Phi_j - \Phi_0 = \mathbf{s}_j^t \cdot \mathbf{d}\varphi, \quad j = 1, 2, \dots, 9 \quad (2.5.3)$$

où,

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_j^t &= \left[\Delta x_j, \Delta y_j, \frac{1}{2} (\Delta x_j)^2, \frac{1}{2} (\Delta y_j)^2, (\Delta x_j) (\Delta y_j), \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{6} (\Delta x_j)^3, \frac{1}{6} (\Delta y_j)^3, \frac{1}{2} (\Delta x_j)^2 (\Delta y_j), \frac{1}{2} (\Delta x_j) (\Delta y_j)^2 \right] \\ \mathbf{d}\varphi^t &= \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_0, \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)_0, \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right)_0, \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right)_0, \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \right)_0, \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} \right)_0, \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3} \right)_0, \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^2 \partial y} \right)_0, \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial y^2} \right)_0 \right] \end{aligned} \quad (2.5.4)$$

En rassemblant les 9 équations sous forme matricielle plus compacte, on écrit :

$$\Delta\varphi = \mathbf{S} \cdot \mathbf{d}\varphi \quad (2.5.5)$$

où,

$$\Delta\varphi = \begin{pmatrix} \Phi_1 - \Phi_0 \\ \Phi_2 - \Phi_0 \\ \vdots \\ \Phi_9 - \Phi_0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} \Delta x_1 & \Delta y_1 & \frac{1}{2} (\Delta x_1)^2 & \cdots & \frac{1}{2} (\Delta x_1) (\Delta y_1)^2 \\ \Delta x_2 & \Delta y_2 & \frac{1}{2} (\Delta x_2)^2 & \cdots & \frac{1}{2} (\Delta x_2) (\Delta y_2)^2 \\ \vdots & & & & \vdots \\ \Delta x_9 & \Delta y_9 & \frac{1}{2} (\Delta x_9)^2 & \cdots & \frac{1}{2} (\Delta x_9) (\Delta y_9)^2 \end{pmatrix} \quad (2.5.6)$$

Pour pouvoir déduire les différentes dérivées, il suffit d'inverser l'équation (2.5.5) pour isoler $\mathbf{d}\varphi$:

$$\mathbf{d}\varphi = \mathbf{S}^{-1} \cdot \Delta\varphi \quad (2.5.7)$$

On remarque que la matrice $\mathbf{S}$ contenant toutes les informations géométriques doit donc être inversible. La distribution spatiale des cellules joue un rôle important et détermine si cette matrice est singulière ou mal conditionnée pour l'inversion.

2.5.2 Mise à l'échelle

Si une cellule de soutien est très proche de la cellule principale, les distances Δx_i et Δy_i tendent vers 0 ce qui peut annuler une ligne entière de la matrice et donc poser problème à l'inversion. Pour remédier à ce problème, on procède à une mise à l'échelle de la manière suivante :

$$\begin{cases} \Delta \bar{x}_j = \frac{\Delta x_j}{d_0} \\ \Delta \bar{y}_j = \frac{\Delta y_j}{d_0} \end{cases} \quad (2.5.8)$$

En prenant compte de la mise à l'échelle, le système (2.5.7) se réécrit comme suit :

$$\mathbf{d}\varphi = (\bar{\mathbf{S}}^{-1} \cdot \mathbf{D}) \cdot \Delta\varphi \quad (2.5.9)$$

avec $\mathbf{D}$ la matrice diagonale de mise à l'échelle.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_0^{-1} & & & & & & & & \\ & d_0^{-1} & & & & & & & \\ & & d_0^{-2} & & & & & & \\ & & & d_0^{-2} & & & & & \\ & & & & d_0^{-2} & & & & \\ & & & & & d_0^{-3} & & & \\ & & & & & & d_0^{-3} & & \\ & & & & & & & d_0^{-3} & \\ & & & & & & & & d_0^{-3} \end{pmatrix} \quad (2.5.10)$$

2.5.3 Méthode des moindres carrés

Une seconde difficulté survient lorsque deux cellules de soutien sont proches l'une de l'autre. Dans ce cas, deux des lignes de la matrice $\mathbf{S}$ sont fort semblables, ce qui la rend mal conditionnée. Le même problème peut survenir lorsque deux cellules sont alignées par rapport à la cellule principale. Dans ce cas, la mise à l'échelle ne résout pas le problème. Pour le contourner, on sélectionne $n > 9$ cellules de soutien pour surdéterminer le système d'équations.

On fait alors appel à la minimisation de l'erreur par les moindres carrés pour trouver une approximation optimale de $\mathbf{d}\varphi$. Ainsi, ça nous permet de contourner ce problème de singularité de la matrice $\mathbf{S}$.

On introduit $\mathbf{b}$, l'approximation optimale du vecteur des dérivées $\mathbf{d}\varphi$ de la cellule principale. On peut écrire, à l'image de (2.5.3), la relation suivante :

$$\Phi_j - \Phi_0 = \mathbf{s}_j^t \cdot \mathbf{b}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.5.11)$$

Pour obtenir le vecteur $\mathbf{b}$, on minimise le carré de l'erreur qui s'exprime comme ci-dessous.

$$E(\mathbf{b}) = \sum_{j=1}^n (\Phi_j - \Phi_0 - \mathbf{s}_j^t \cdot \mathbf{b})^2 \quad (2.5.12)$$

Il faut donc imposer $(\frac{\partial E}{\partial \mathbf{b}})_{\mathbf{b}=\mathbf{d}\varphi} = 0$. Après développement, on peut exprimer le vecteur $\mathbf{b}$ comme suit :

$$\mathbf{b} = (\mathbf{S}^t \cdot \mathbf{S})^{-1} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \Delta\varphi \quad (2.5.13)$$

2.5.4 Fonction de poids

Il faut tout de même apporter une dernière adaptation à l'expression obtenue. Ce développement considère en fait une erreur constante sur la totalité des cellules de soutien. Or, il paraît évident que cette erreur est plus importante pour des cellules plus éloignées de la cellule principale. Pour remédier à cela, on introduit la matrice diagonale des poids $\mathbf{W}$.

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} W_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & W_n \end{pmatrix} \quad (2.5.14)$$

Cette matrice consiste en fait à accorder moins d'importance aux cellules de soutien plus éloignées. Il existe beaucoup de façons différentes de déterminer cette matrice. La fonction de poids implémentée est la suivante :

$$W_i = \sqrt{\frac{4}{\pi}} (1 - \bar{r}_i^2)^4 \quad (2.5.15)$$

où $\bar{r}_i = \frac{\sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}}{d_0}$.

En prenant en compte ces poids, l'équation (2.5.13) se réécrit de la façon suivante :

$$\mathbf{d}\varphi = \mathbf{D} \cdot (\bar{\mathbf{S}}^t \cdot \mathbf{W} \cdot \bar{\mathbf{S}})^{-1} \cdot \bar{\mathbf{S}}^t \cdot \mathbf{W} \cdot \Delta\varphi \quad (2.5.16)$$

Le nombre de cellules de soutien nécessaires est compliqué à déterminer. Il dépend de différents paramètres et joue un rôle prédominant dans la stabilité du système. L'utilisateur du programme a la responsabilité de choisir ce nombre et devra en général en tester plusieurs. Pour chacun des cas tests étudiés pour ce travail de fin d'études, une section est dédiée à discuter le choix de ce paramètre. La section suivante est dédiée quant à elle à la discussion des problématiques et enjeux liés au nombre de cellules de soutien choisi.

2.6 Cellules de soutien

2.6.1 Choix du nombre de cellules de soutien

Le nombre de cellules de soutien nécessaires pour calculer les dérivées dépend fortement du raffinement du maillage, du type de modèle de contraintes turbulentes, mais aussi de la position de la cellule dans le maillage. On choisira donc ce nombre au cas par cas et on distinguera les cellules à l'intérieur du domaine et celles aux bords.

D'après H. Ding et al. [10], augmenter le nombre de cellules de soutien semble améliorer la stabilité du système. Il faut tout de même rester vigilant car en les augmentant trop, on risque de lisser les résultats vu que l'on utilise des cellules fort éloignées pour calculer les dérivées. Il faut aussi porter une attention particulière aux cellules à la frontière qui posent plus de problèmes. La façon dont le code de calcul sélectionne les cellules de soutien est illustré à la figure 2.6 pour une cellule à l'intérieur et une cellule à la frontière du maillage. La sélection se fait par niveaux en commençant par prendre les cellules voisines à la cellule principale pour le niveau 1. Les cellules du niveau $i + 1$ sont sélectionnées en prenant les cellules voisines aux cellules de niveau i qui ne sont pas encore sélectionnées.

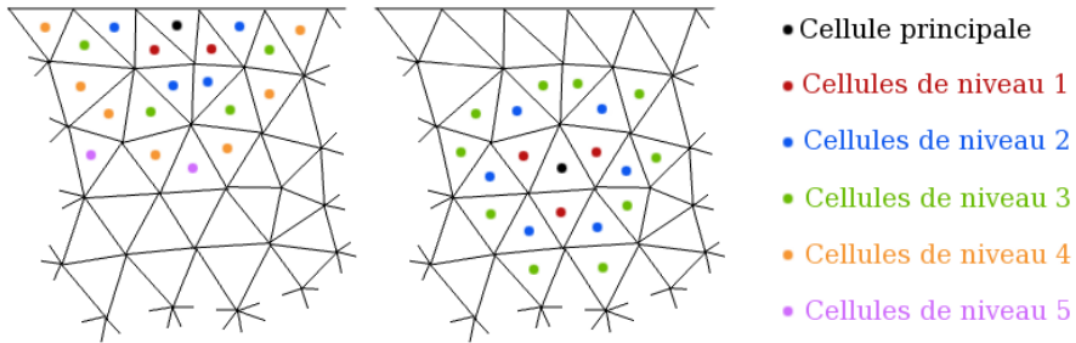


FIGURE 2.6 – Choix de 19 cellules de soutien pour une cellule à la frontière et à l'intérieur du domaine [26].

On remarque que pour un même nombre de cellules de soutien, la plupart des cellules sélectionnées sont bien plus éloignées pour la cellule au bord que pour l'autre. En fait, pour un cercle de même rayon d_0 autour de la cellule principale, il y a 2 fois moins de cellules disponibles pour la cellule principale à la frontière que pour l'autre. Ce phénomène s'accroît d'avantage lorsque la cellule principale se situe dans un coin du maillage. On peut donc s'attendre à ce que les bords soient plus sujets à des instabilités et à de la diffusion numérique. Pour remédier à cela, le calcul des dérivées aux bords se fera à l'ordre 2 qui nécessite seulement 5 cellules de soutien. Une autre option possible est de raffiner le maillage au droit des frontières afin de pouvoir utiliser un ordre plus élevé sans pour autant que les calculs des dérivées ne soient perturbés par l'utilisation de valeurs non-locales. La solution choisie ici a été de réduire l'ordre au droit des bords. On verra qu'une petite perte de précision aux bords n'empêche pas d'obtenir de bons résultats.

Le nombre de cellules de soutien est un paramètre jouant un rôle primordial dans le bon fonctionnement du code de calcul. Pour que le système soit bien stable et que le calcul des dérivées se fasse correctement, l'utilisateur doit parfois tester plusieurs valeurs du nombre de cellules de soutien avant d'avoir des résultats satisfaisants. Le nombre de cellules de soutien utilisées aux frontières et à l'intérieur du domaine sera donné pour chaque cas test et chaque configuration.

2.6.2 Influence du nombre de cellules de soutien

Cette sous-section a deux objectifs principaux. Le premier est d'illustrer la procédure suivie pour déterminer le nombre de cellules de soutien par un exemple qui dans ce cas correspond au premier cas test, le canal à lit composé simple. Pour cet exemple, le modèle de turbulence utilisé est le modèle $k-l$ avec un maillage dont la taille moyenne des interfaces est de 10 cm . Le second objectif vise à essayer de déterminer au mieux l'influence exacte que peut avoir le choix de ce nombre.

Le tableau ci-dessous reprend les 4 premiers cas testés pour déterminer à partir de quel nombre de cellules de soutien la stabilité est atteinte. Dans la majorité des simulations effectuées, on a choisi de prendre deux cellules de soutien de moins à l'extérieur qu'à l'intérieur du domaine. Le premier chiffre dans le tableau correspond au nombre de cellules pour l'extérieur et le deuxième pour l'intérieur du domaine. On définit t_{div} comme le temps de simulation à partir duquel k diverge et que des NaN apparaissent (*Not a Number*). Tout comme H. Ding et al. [10], les expériences numériques ont pu mettre en évidence que lorsque le nombre de cellules de soutien augmentait, les calculs numériques devenaient de plus en plus stables.

	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
Nombre de cellules de soutien	16-18	18-20	20-22	24-26
t_{div} (s)	64.58	67.00	64.40	/

TABLE 2.1 – Nombres de cellules de soutien choisis pour étudier la stabilité du système.

Pour rappel, la turbulence est activée à partir de 60 secondes de simulation. On remarque que la divergence des résultats survient à des instants relativement proches. On observe aussi qu'augmenter le nombre de cellules de soutien n'augmente pas forcément t_{div} . Ci-dessous, les champs d'énergie cinétique turbulente k sont illustrés à des temps proches de la divergence : ils permettent de visualiser les endroits du canal où apparaissent les instabilités.

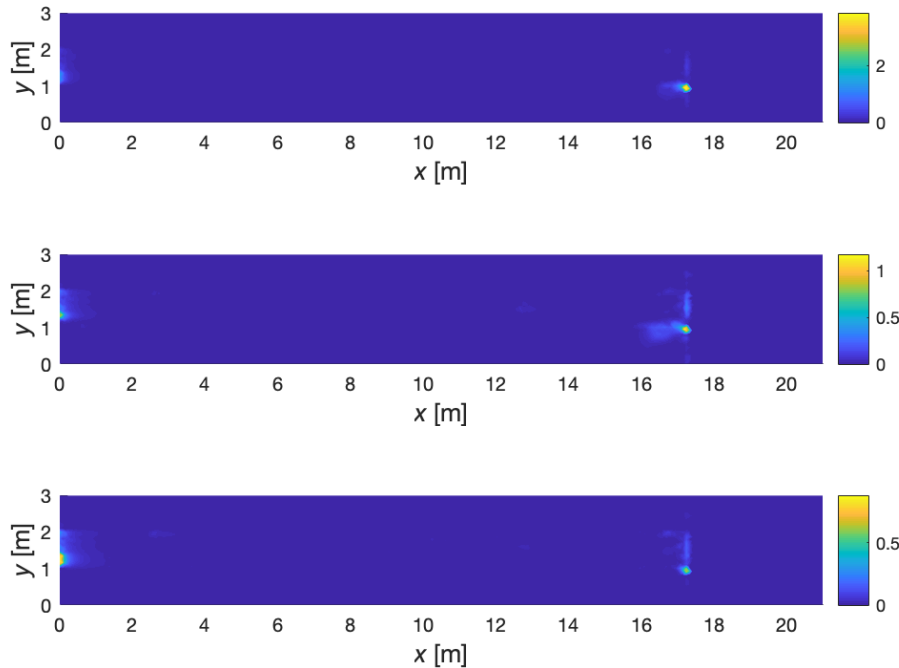


FIGURE 2.7 – Champs de l'énergie cinétique turbulente k [m^2/s^2] des cas 1, 2 et 3.

On observe que l'instabilité survient à chaque fois au niveau des entrées du canal et du bassin de dissipation (ce bassin est discuté en détail au chapitre 3). Ce résultat n'est pas étonnant puisque à

l'entrée du bassin le gradient de vitesse est très important. Ce bassin dissipe presque l'entièreté de l'énergie cinétique de l'écoulement ce qui génère beaucoup de turbulence. De plus, l'entrée du canal est située au bord du domaine où le calcul des dérivées est plus compliqué à effectuer. C'est donc deux endroits particuliers de l'écoulement pour lesquels il faudra porter une attention particulière.

La figure 2.8 illustre le champ de l'énergie cinétique turbulente pour le cas 4 qui est stable.

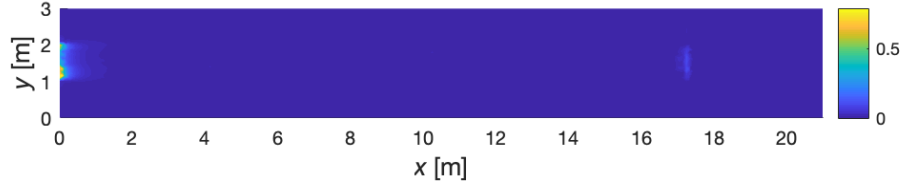


FIGURE 2.8 – Champ de l'énergie cinétique turbulente k [m^2/s^2] du cas 4.

Ces simulations ont été effectuées sans prendre en compte les contraintes turbulentes dans le bassin de dissipation. Des tests ont été réalisés pour analyser l'influence qu'avaient ces contraintes dans le bassin de dissipation. Ajouter les contraintes turbulentes n'a en fait que très peu d'influence sur le moment de divergence du système qui ne variait presque pas. De plus, négliger ces contraintes dans le bassin de dissipation n'a que peu voire aucune influence sur le nombre de points de soutien nécessaires à la stabilité.

Après avoir déterminé les cellules de soutien nécessaires à la stabilité pour les différents maillages et différents modèles de turbulence, le second objectif peut être abordé. On souhaite étudier l'influence du nombre de cellules de soutien choisi une fois que celui-ci est supérieur au nombre minimum requis pour la stabilité. Pour cela, on procède de façon similaire en testant différents cas avec différents nombres de cellules de soutien. Comme attendu, pour un nombre de cellules de soutien supérieur à ceux définis au tableau 2.1, le système est effectivement stable.

	Cas 4	Cas 5	Cas 4
Nombre de cellules de soutien	24-26	25-27	28-30
t_{div} (s)	/	/	/

TABLE 2.2 – Nombres de cellules de soutien choisis pour étudier leur influence sur le système.

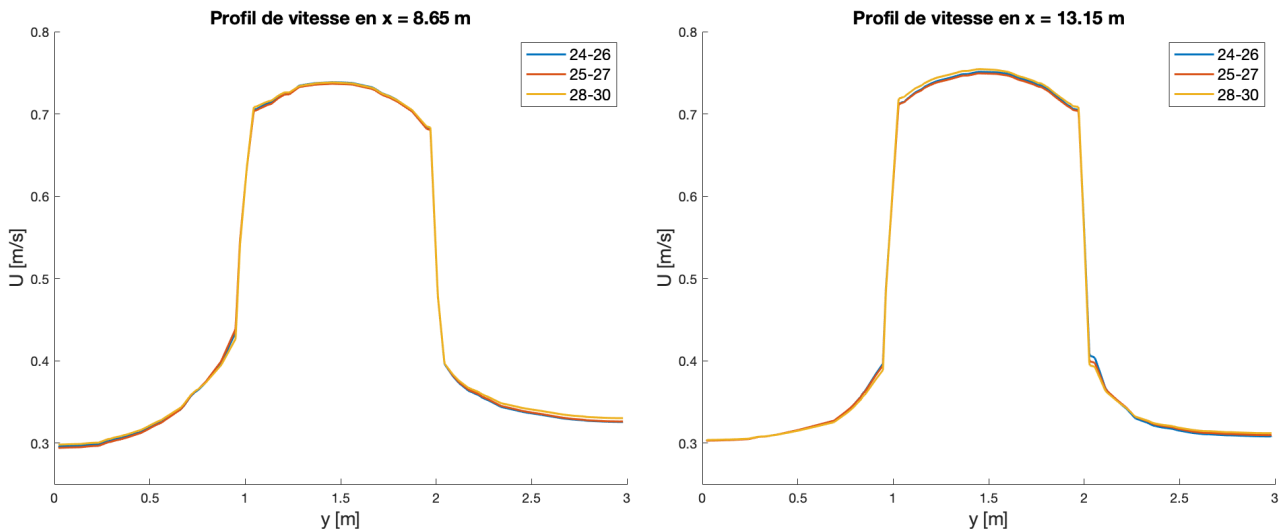


FIGURE 2.9 – Influence du nombre de cellules de soutien sur le profil de vitesse.

En observant la figure 2.9, on peut légitimement supposer que l'influence du nombre de cellules de soutien est relativement faible sur la qualité des résultats tant que celui-ci est supérieur au nombre requis. Pour optimiser le temps de simulation, le choix du nombre de cellules de soutien se portera alors sur le nombre minimum requis pour maintenir le modèle stable. De plus, en prenant le nombre le plus faible possible, on s'assure de calculer les dérivées le plus localement possible et ainsi minimiser la diffusion numérique des résultats.

On pourrait, à juste titre, se questionner sur la non-symétrie du profil de vitesse. Celle-ci est causée par un autre problème qui est développé plus loin dans ce rapport. Ce problème est en fait lié au champ de l'énergie cinétique turbulente k qui, comme on peut le voir à la figure 2.8, présente encore un pic de valeur à l'entrée du canal.

2.7 Résolution des équations de transport du modèle $k - \varepsilon$

Pour calculer les termes sources turbulents (2.4.2), il faut aussi connaître l'évolution temporelle de la viscosité turbulente ν_t et de l'énergie cinétique turbulente k tout le long de l'écoulement. Le modèle $k - \varepsilon$ présenté à la section 1.4.3 nous permet de déterminer l'évolution de ces deux variables hydrauliques. Ces dernières dépendent toutes les deux du taux de dissipation d'énergie cinétique turbulente ε . La viscosité turbulente est directement proportionnelle à k et ε et s'obtient directement avec la relation (1.4.7). C'est d'ailleurs de cette expression que tient le nom du modèle. Pour pouvoir déterminer leur valeurs, il faut résoudre à chaque pas de temps les deux équations de transport de k et ε rappelées ci-dessous :

$$\begin{cases} \frac{\partial k}{\partial t} + U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + P_h + P_{kv} - \varepsilon \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_h + P_{\varepsilon v} - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \end{cases} \quad (2.7.1)$$

Cette section est dédiée à présenter en détails la manière dont ces deux équations de transport ont été résolues numériquement. Dans un premier temps, l'approche la plus simple est une méthode explicite pure. Cette méthode permet déjà d'obtenir des résultats relativement précis. Dans un second temps, la méthode de prédicteur-correcteur est ensuite présentée. Celle-ci consiste à procéder à plusieurs itérations au sein d'un même pas de temps afin de s'approcher d'un modèle totalement implicite et d'être ainsi plus précis.

2.7.1 Méthode explicite

Les variables hydrauliques au temps $n + 1$ sont calculées à partir des variables hydrauliques au temps n auquel on rajoute les termes de flux et les termes sources.

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \left(\sum_{j=1}^3 \left(\mathbf{T}_{i,j}^{-1} \mathbf{F}(\bar{\mathbf{U}})_{i,j}^{n*} n_{i,j}^{(x_n)} l_{i,j} \right) \right) \frac{\Delta t}{A_i} + \mathbf{S}_i^* \Delta t \quad (2.7.2)$$

Ici, nous ne discuterons pas des termes de flux qui ont été implémentés par S. Soares-Frazão [32] mais seulement des termes sources où apparaît la turbulence. Ces derniers sont composés d'un terme de frottement, d'un terme de pente de fond et des termes de turbulence. Ces termes turbulents, exprimés par (2.4.2), dépendent des variables hydrauliques comme les vitesses et la hauteur d'eau mais aussi des variables hydrauliques turbulentes comme ν_t et k .

Pour le cas explicite, le calcul du terme source $\mathbf{S}_i^*$ donné par l'équation (2.4.1) est réalisé avec les variables hydrauliques au temps n : $\mathbf{S}_i^* = \mathbf{S}_i^n$. Notons tout de même que le calcul du terme de frottement présente une subtilité. Une première valeur des variables hydrauliques notée $\mathbf{U}_{smooth}$ est calculée sans prendre en compte les termes sources. À l'aide de cette valeur, on calcule la valeur du terme source

de frottement qui permet de déterminer celles des variables hydrauliques $\mathbf{U}_i^n$.

L'équation (2.7.2) permet donc de calculer l'évolution de la variable hydraulique $\mathbf{U}$ dans le temps. Il faut aussi pouvoir déterminer l'évolution des variables k , ε et ν_t . Pour déterminer k et ε au nouveau pas de temps $n + 1$, il suffit d'isoler k et ε dans leur équation de transport respective.

$$\begin{aligned}\Delta k^{n+1} &= \Delta t \left(\frac{1}{h^n} \frac{\partial}{\partial x} \left(h^n \frac{\nu_t^n}{\sigma_k} \frac{\partial k^n}{\partial x} \right) + \frac{1}{h^n} \frac{\partial}{\partial y} \left(h^n \frac{\nu_t^n}{\sigma_k} \frac{\partial k^n}{\partial y} \right) + P_h^n + P_{kv}^n - \varepsilon^n - \left(U^n \frac{\partial k^n}{\partial x} + V^n \frac{\partial k^n}{\partial y} \right) \right) \\ \Delta \varepsilon^{n+1} &= \Delta t \left(\frac{1}{h^n} \frac{\partial}{\partial x} \left(h^n \frac{\nu_t^n}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon^n}{\partial x} \right) + \frac{1}{h^n} \frac{\partial}{\partial y} \left(h^n \frac{\nu_t^n}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon^n}{\partial y} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon^n}{k^n} P_h^n + P_{\varepsilon v}^n - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^{n^2}}{k^n} - \left(U^n \frac{\partial \varepsilon^n}{\partial x} + V^n \frac{\partial \varepsilon^n}{\partial y} \right) \right)\end{aligned}\quad (2.7.3)$$

La valeur de la viscosité turbulente ν_t est déduite à partir de ces deux valeurs grâce à l'équation (1.4.7). À noter que les différentes dérivées spatiales sont calculées avec la méthode LSFD présentée à la section 2.5.

Comme on le verra aux chapitres suivants, le modèle explicite donne déjà des résultats satisfaisants. Pour améliorer la précision sans devoir raffiner le maillage, on peut implémenter le modèle de prédicteur-correcteur.

2.7.2 Méthode prédicteur-correcteur

Cette méthode consiste à procéder à plusieurs itérations au sein d'un même pas de temps pour pouvoir tendre vers la solution implicite des équations de transport du modèle de turbulence. La première étape du modèle est de calculer une première valeur dite prédictive de $\mathbf{U}$ en utilisant les valeurs des variables hydrauliques du pas de temps précédent.

$$\mathbf{U}_i^{P_0} = \mathbf{U}_i^n - \left(\sum_{j=1}^3 \left(\mathbf{T}_{i,j}^{-1} \mathbf{F}(\bar{\mathbf{U}})_{i,j}^{n*} n_{i,j}^{(x_n)} l_{i,j} \right) \right) \frac{\Delta t}{A_i} + \mathbf{S}_i^n \Delta t \quad (2.7.4)$$

À partir de cette première estimation, on déduit une valeur prédictive des variables hydrauliques turbulentes qui dépendent des variables hydrauliques prédites par (2.7.4) (h^{P_0} , U^{P_0} et V^{P_0}) et des variables hydrauliques turbulentes du pas de temps précédent (k^n , ε^n et ν_t^n).

$$\begin{aligned}\Delta k^P &= \Delta t \left(\frac{1}{h^{P_0}} \frac{\partial}{\partial x} \left(h^{P_0} \frac{\nu_t^n}{\sigma_k} \frac{\partial k^n}{\partial x} \right) + \frac{1}{h^{P_0}} \frac{\partial}{\partial y} \left(h^{P_0} \frac{\nu_t^n}{\sigma_k} \frac{\partial k^n}{\partial y} \right) + P_h^{P_0} + P_{kv}^{P_0} - \varepsilon^n - \left(U^{P_0} \frac{\partial k^n}{\partial x} + V^{P_0} \frac{\partial k^n}{\partial y} \right) \right) \\ \Delta \varepsilon^P &= \Delta t \left(\frac{1}{h^{P_0}} \frac{\partial}{\partial x} \left(h^{P_0} \frac{\nu_t^n}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon^n}{\partial x} \right) + \frac{1}{h^{P_0}} \frac{\partial}{\partial y} \left(h^{P_0} \frac{\nu_t^n}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon^n}{\partial y} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon^n}{k^n} P_h^{P_0} + P_{\varepsilon v}^{P_0} - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^{n^2}}{k^n} - \left(U^{P_0} \frac{\partial \varepsilon^n}{\partial x} + V^{P_0} \frac{\partial \varepsilon^n}{\partial y} \right) \right)\end{aligned}\quad (2.7.5)$$

Les prédictions des variables hydrauliques turbulentes sont données par :

$$\begin{cases} k^P = k^n + \Delta k^P \\ \varepsilon^P = \varepsilon^n + \Delta \varepsilon^P \\ \nu_t^P = c_\mu \frac{(k^P)^2}{\varepsilon^P} \end{cases} \quad (2.7.6)$$

On recalcule ensuite une nouvelle valeur prédictive, généralement appelée correcteur, des variables hydrauliques en reprenant l'équation (2.7.4) où l'on modifie seulement le terme source turbulent évalué à l'aide des termes prédicteurs.

$$\mathbf{U}_i^P = \mathbf{U}_i^n - \left(\sum_{j=1}^3 \left(\mathbf{T}_{i,j}^{-1} \mathbf{F}(\bar{\mathbf{U}})_{i,j}^{n*} n_{i,j}^{(x_n)} l_{i,j} \right) \right) \frac{\Delta t}{A_i} + \mathbf{S}_i^P \Delta t \quad (2.7.7)$$

Notons bien que les deux premiers termes de l'équation (2.7.7) restent les mêmes à chaque itération au sein d'un même pas de temps. On recalcule une nouvelle estimation des variables hydrauliques

turbulentes à l'aide des nouvelles variables hydrauliques (h^P , U^P et V^P) et des variables hydrauliques turbulentes prédites précédemment par (2.7.6) (k^P , ε^P et ν_t^P).

$$\begin{aligned}\Delta k^P &= \Delta t \left(\frac{1}{h^P} \frac{\partial}{\partial x} \left(h^P \frac{\nu_t^P}{\sigma_k} \frac{\partial k^P}{\partial x} \right) + \frac{1}{h^P} \frac{\partial}{\partial y} \left(h^P \frac{\nu_t^P}{\sigma_k} \frac{\partial k^P}{\partial y} \right) + P_h^P + P_{kv}^P - \varepsilon^P - \left(U^P \frac{\partial k^P}{\partial x} + V^P \frac{\partial k^P}{\partial y} \right) \right) \\ \Delta \varepsilon^P &= \Delta t \left(\frac{1}{h^P} \frac{\partial}{\partial x} \left(h^P \frac{\nu_t^P}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon^P}{\partial x} \right) + \frac{1}{h^P} \frac{\partial}{\partial y} \left(h^P \frac{\nu_t^P}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon^P}{\partial y} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon^P}{k^P} P_h^P + P_{\varepsilon v}^P - c_{2\varepsilon} \frac{(\varepsilon^P)^2}{k^P} - \left(U^P \frac{\partial \varepsilon^P}{\partial x} + V^P \frac{\partial \varepsilon^P}{\partial y} \right) \right)\end{aligned}\quad (2.7.8)$$

Pour améliorer la précision et se rapprocher le plus possible d'un modèle implicite, on peut effectuer autant d'itérations que souhaité. Il suffit de déduire une nouvelle prédiction des variables hydrauliques $\mathbf{U}$ à partir de (2.7.7) et de recalculer une nouvelle valeur prédictive des variables hydrauliques turbulentes à l'aide des équations (2.7.6) et (2.7.8). Les valeurs finales des variables hydrauliques au temps $n + 1$ correspondent à la prédiction faite lors de la dernière itération.

$$\begin{cases} \mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^{P,last} \\ k_i^{n+1} = k_i^{P,last} \\ \varepsilon_i^{n+1} = \varepsilon_i^{P,last} \\ \nu_{t,i}^{n+1} = \nu_{t,i}^{P,last} \end{cases} \quad (2.7.9)$$

Pour rappel, l'indice i fait référence à l'indice des cellules et a été volontairement omis dans les équations de transport de k et ε pour alléger les notations.

Si on suit ce processus itératif, on converge vers la solution exacte de la méthode implicite de l'équation (2.7.1). Cependant, une telle stratégie n'est pas efficace, il est beaucoup plus intéressant de réduire les itérations et de n'effectuer qu'une seule correction à chaque pas de temps [19].

2.8 Condition de stabilité CFL

Le schéma de volumes finis est soumis à une conditions classique de stabilité (CFL pour Courant-Friedrichs-Lewy) sur le pas de temps Δt . La condition est la suivante :

$$N_{CFL} = \frac{|V| + c}{\Delta x / \Delta t} \leq 1 \quad (2.8.1)$$

Cette condition doit être vérifiée pour chaque point de l'espace-temps (x, y, t) . Il est donc important de s'assurer que cette inéquation soit respectée sur tout le maillage et à chaque pas de temps.

Pour faire cela, l'incrément du pas de temps est calculé de la façon suivante :

$$\Delta t = N_{CFL} \cdot \min \left(\frac{\Delta x_i}{|V_i| + c_i} \right) \quad (2.8.2)$$

où $\Delta x_i = 2 \frac{A_i}{P_i}$ est une longueur représentative de la cellule i tandis que A_i et P_i sont respectivement l'aire et le périmètre de la cellule. La valeur de N_{CFL} est fixée à 0.9 pour toutes les simulations.

Chapitre 3

Canal à lit composé simple

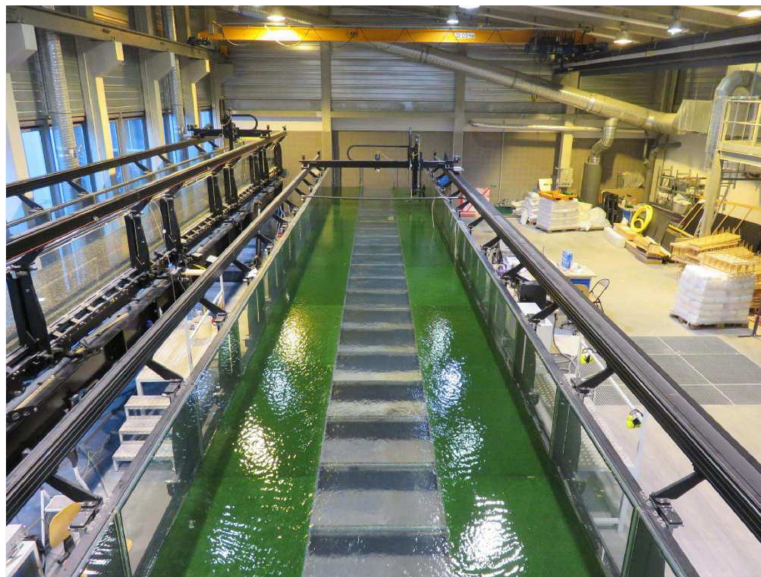


FIGURE 3.1 – Canal expérimental - Villeurbanne, France [11].

3.1 Introduction

Le projet FlowRes vise à améliorer l'évaluation de l'aléa hydraulique (hauteur et vitesse d'eau) dans les écoulements à lit composé. Il regroupe beaucoup d'intervenants comme EDF, l'UCLouvain, l'université d'Aberdeen ou encore le service public de Wallonie.

Ce projet a deux tâches principales. La première consiste à évaluer si les pratiques de modélisation existantes utilisées pour un événement de temps de retour de 100 ans sont encore valables pour des événements extrêmes de temps de retour supérieurs à 1000 ans. La seconde consiste à analyser les structures hydrodynamiques associées aux crues extrêmes dans des canaux de laboratoires pour différents débits et occupations de sols [13].

C'est cette seconde tâche qui va nous occuper. On s'intéressera plus précisément aux effets de transition de rugosités longitudinales en cas de régime uniforme. Les résultats expérimentaux analysés sont donc ceux d'écoulements établis et on ne s'intéresse pas à la partie transitoire.

Deux types de végétations de plaine d'inondation ont été modélisés : une végétation de type prairie (UCM pour *Uniform Case Meadow*) et une végétation de type bois (UCW pour *Uniform Case Wood*). Le premier, le canal UCM est un canal à lit composé en verre de forme prismatique simple. Afin de reproduire les effets de la rugosité due à la végétation au niveau des plaines d'inondations, des plaques

d'herbe en plastique y ont été collées. Le second, le canal UCW, ajoute un réseau de cylindres en bois verticaux qui a pour but de reproduire les conditions d'une forêt des parties basses du Rhône.

Le chapitre débute avec une présentation relativement complète de la géométrie et des conditions expérimentales du cas test. La calibration des paramètres de modélisation y est ensuite discutée. Cette section aborde des paramètres du modèle tels que les conditions limites, le coefficient de Manning ou encore le choix du nombre de cellules de soutien. Les résultats sont alors présentés et discutés en détails. Ils sont notamment comparés aux anciens modèles de turbulence introduits par les travaux précédents. Finalement, des conclusions quant à la validité du modèle et de son implémentation numérique pourront être tirées.

3.2 Conditions expérimentales

Les expériences ont été réalisées dans un canal à parois vitrées de 18 mètres de long et 3 mètres de large situé dans le laboratoire d'hydraulique et d'hydromorphologie d'Irstea Lyon-Villeurbanne en France. La pente de fond longitudinale est de $S_0 = 1.05 \text{ [mm/m]}$.

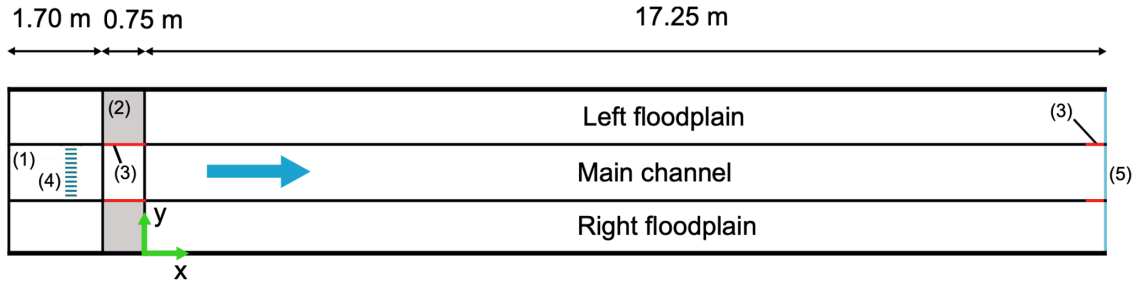


FIGURE 3.2 – Vue du dessus de la configuration UCM et UCW [11].

La section transversale du canal est symétrique et est composée d'un canal principal rectangulaire central de largeur $B_m = 1 \text{ [m]}$ et de deux plaines inondables adjacentes de largeur $B_f = 1 \text{ [m]}$. Les plaines d'inondations sont surélevées d'une hauteur $z_{BF} = 0.115 \text{ [m]}$ par rapport au canal principal. La transition entre le canal principal et les plaines d'inondations est abrupte d'où l'appellation "*canal à lit composé simple*". Deux cas tests présentant des transitions en pente ont aussi été testés et sont discutés plus loin dans le rapport.

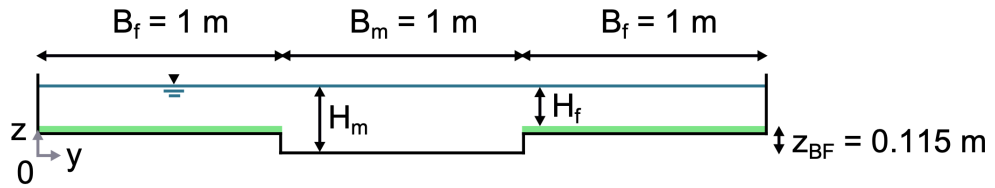


FIGURE 3.3 – Géométrie de la section transversale de la configuration UCM et UCW [11].

Le canal est alimenté en circuit fermé par un réservoir souterrain de $130 \text{ [m}^3\text{]}$. L'eau est pompée du réservoir vers un château d'eau à niveau d'eau constant et s'écoule ensuite par gravité vers le canal. Le flux est géré par un dispositif de 3 vannes assurant des valeurs de débits divergeant au maximum de 1.5 % par rapport à la valeur moyenne.

Après avoir quitté le réservoir d'admission, l'écoulement au niveau des plaines d'inondations franchit une rampe linéaire (2) pour atteindre le niveau z_{BF} . L'écoulement entre les plaines d'inondations et le canal principal est séparé par des plaques métalliques verticales (3) jusqu'à la fin de la rampe.

1. Les chiffres entre parenthèses font référence aux chiffres des figures [3.2] et [3.4]

Au niveau du canal principal, un dispositif en nid d'abeilles (4) est installé pour homogénéiser le flux verticalement et horizontalement.

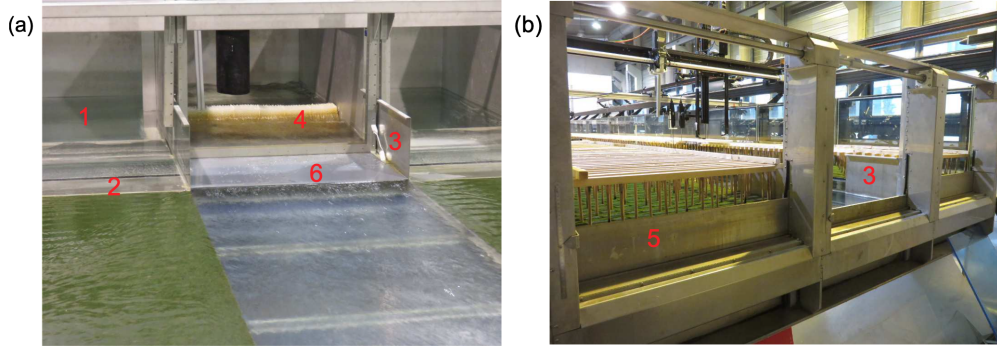


FIGURE 3.4 – Dispositif expérimental UCM amont (a) et UCW aval (b) [11].

L'écoulement est contrôlé par trois déversoirs (5) ajustables et indépendants permettant, par un processus itératif, d'obtenir un écoulement uniforme tout le long du canal. A l'aval, l'écoulement est de nouveau séparé par des plaques métalliques verticales (3) qui scindent l'écoulement en 3 sous-sections sur une distance de 50 cm en amont des déversoirs.

Un programme de mesure très complet a permis de fournir les valeurs des vitesses selon les 3 axes principaux u , v et w ainsi que les fluctuations de ces vitesses u' , v' et w' . Ces dernières permettent alors de déduire l'énergie cinétique turbulente k ainsi que les contraintes turbulentes ν_t . Les points d'acquisition sont illustrés à la figure 3.5. Ces mesures de vitesses seront comparées aux résultats moyennés sur la profondeur fournis par les simulations du modèle numérique au droit de différentes sections où les mesures ont été réalisées.

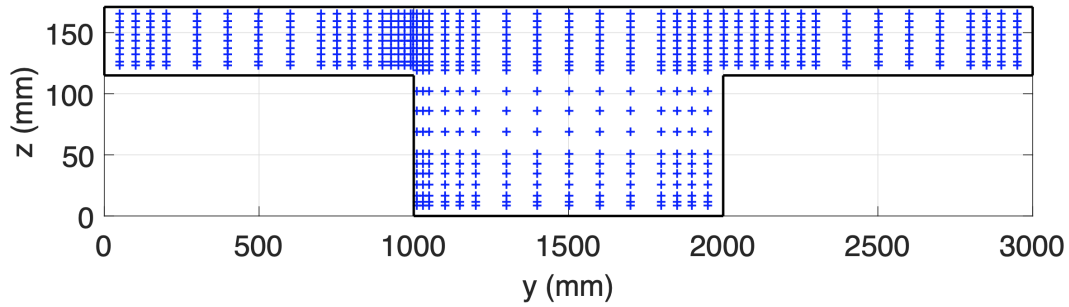


FIGURE 3.5 – Positions des mesures pour la section transversale du canal à lit composé [11].

Les deux sous-sections suivantes présentent les deux types de végétation modélisée sur les plaines d'inondations (UCM et UCW).

3.2.1 Configuration UCM

La végétation de type prairie a été modélisée par du gazon artificiel en plastique. Les brins d'herbes ont une longueur uniforme de 5 mm et sont répartis de façon assez dense pour que l'on puisse négliger la vitesse d'écoulement à travers ceux-ci. Cette herbe en plastique est collée sur des plaques de PVC elles-mêmes collées sur le verre des plaines d'inondations.

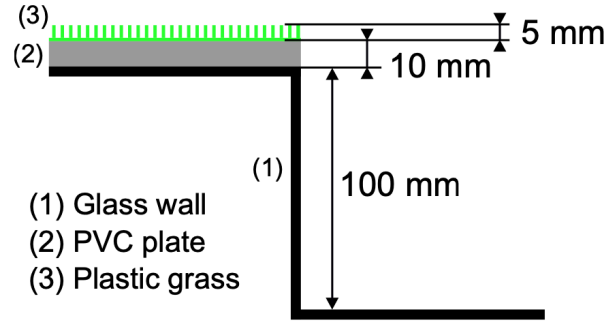


FIGURE 3.6 – Coupe transversale des plaines d’inondations du canal expérimental [11].

Pour cette configuration UCM, une plaque horizontale en PVC (6) a été installée tangentielle-ment à la surface libre à l’entrée du canal principal afin d’amortir les fortes vagues provenant du réservoir d’admission. Ce dispositif génère une couche limite verticale supplémentaire qui disparaît à environ 3.5 mètres en aval. Ce dispositif n’est pas utile pour la configuration UCW car le réseau de cylindres permet de dissiper les vagues.

3.2.2 Configuration UCW

La végétation de type bois a été modélisée par un réseau de cylindres circulaires en bois répartis en quinconce comme illustré à la Figure 3.7.

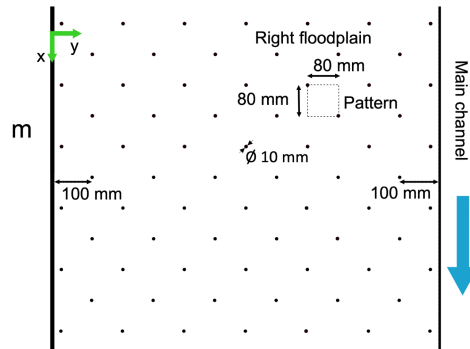


FIGURE 3.7 – Vue en plan du réseau de cylindres de la configuration UCW [11].

Les cylindres sont installés sur l’herbe en plastique et maintenus en place par le haut grâce à une superstructure en bois. Cette disposition a pour objectif de reproduire via une mise à l’échelle les conditions d’une forêt typique du cours inférieur du Rhône.

Les surfaces du canal principal sont dénuées de toute rugosité supplémentaire et génèrent donc beaucoup moins de frottement que les deux dispositions des plaines d’inondations présentées ci-dessus.

3.3 Calibration et choix de modélisations

3.3.1 Géométrie du modèle

Afin de pouvoir reproduire au mieux les conditions expérimentales présentées à la section 3.2, il a fallu faire certains choix importants quant à la géométrie du modèle numérique.

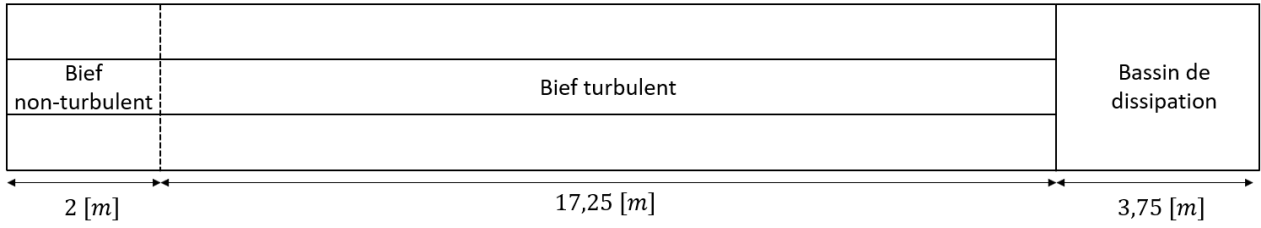


FIGURE 3.8 – Modèle numérique des cas tests UCM et UCW : 3 parties du canal modélisées différemment.

Tout d'abord, pour reproduire correctement la condition aval, un bassin de dissipation a été modélisé à l'aval du canal. Ensuite, pour contourner un problème de calcul des dérivées à la frontière amont, une partie de canal que l'on appelle *bief non-turbulent* a été ajoutée à l'amont pour pouvoir correctement imposer un débit tout en réglant le problème de calcul de dérivées. Les variables hydrauliques y sont calculées sans prendre en compte les termes présents dans la matrice $\mathbf{T}$ qui représentent l'influence des contraintes turbulentes. Dans la suite, lorsque l'on parlera de turbulence activée/désactivée, on sous-entendra que l'on prend ou pas en compte ces termes.

Bassin de dissipation

L'idéal pour reproduire la condition aval de déversoir est d'imposer une condition limite aval dite transmissive. Malheureusement, une telle condition ne se comporte pas comme souhaité dans le cas d'un écoulement subcritique pour lequel la vitesse de propagation de l'information est plus rapide que l'écoulement.

Une seconde option est d'imposer une hauteur constante à l'aval. Il s'avère que cette condition aval est inadaptée. En réalité, des recirculations ont lieu dans l'écoulement de manière locale et l'écoulement n'est pas purement uniforme. Imposer une hauteur constante tout le long de la section n'est donc pas physique. Cette condition oblige l'écoulement à se réorganiser différemment, ce qui perturberait l'écoulement à l'amont.

Pour remédier à ce problème, une zone de transition est implémentée à l'aval et permet d'amortir ces effets néfastes en réduisant leur impact. L'objectif est donc de confiner les effets parasites dans cette zone que l'on appelle bassin de dissipation et d'imposer une hauteur d'eau à son extrémité.

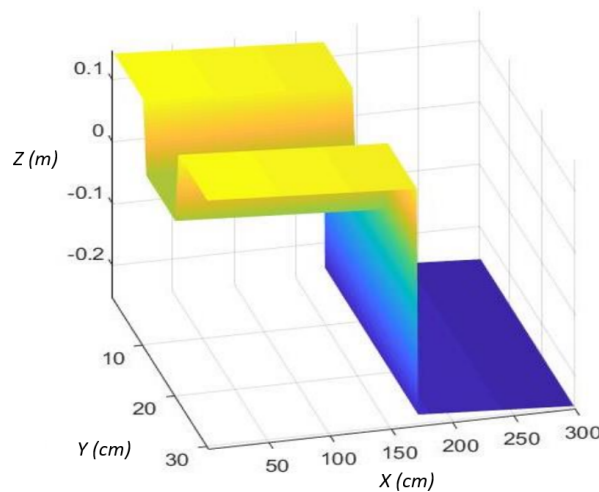


FIGURE 3.9 – Allure du bassin de dissipation [15].

L'allure du bassin, illustrée à la figure 3.9, est à l'image d'un vrai bassin souvent utilisé en pratique pour ce genre de canal expérimental. Ce bassin a la même largeur mais une profondeur bien

plus importante que le canal. Le fond du canal principal à l'entrée du bassin est situé en $z_b = 0 [m]$ tandis que le fond du bassin vaut partout $z_b = -0.3 [m]$. Il est important de noter que les échelles ne sont pas identiques pour tout les axes et que la longueur du bassin n'est pas celle choisie pour effectuer les simulations.

Les premiers tests ont été réalisés avec un bassin de $1,75 m$ de long représenté à la figure 3.9. Cette longueur est celle utilisée par M.Gillain qui a précédemment introduit le modèle de turbulence $k-l$ 15.

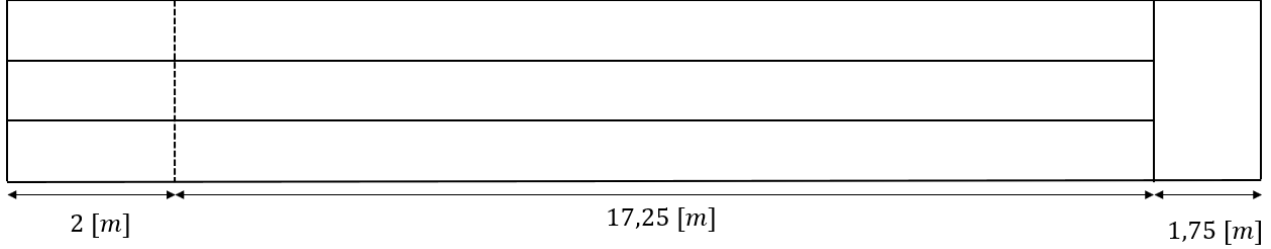


FIGURE 3.10 – Géométrie du modèle numérique avec un bassin de $1,75 m$ de long.

Cette longueur semblait trop faible au vu des recirculations qui se mettent en place.

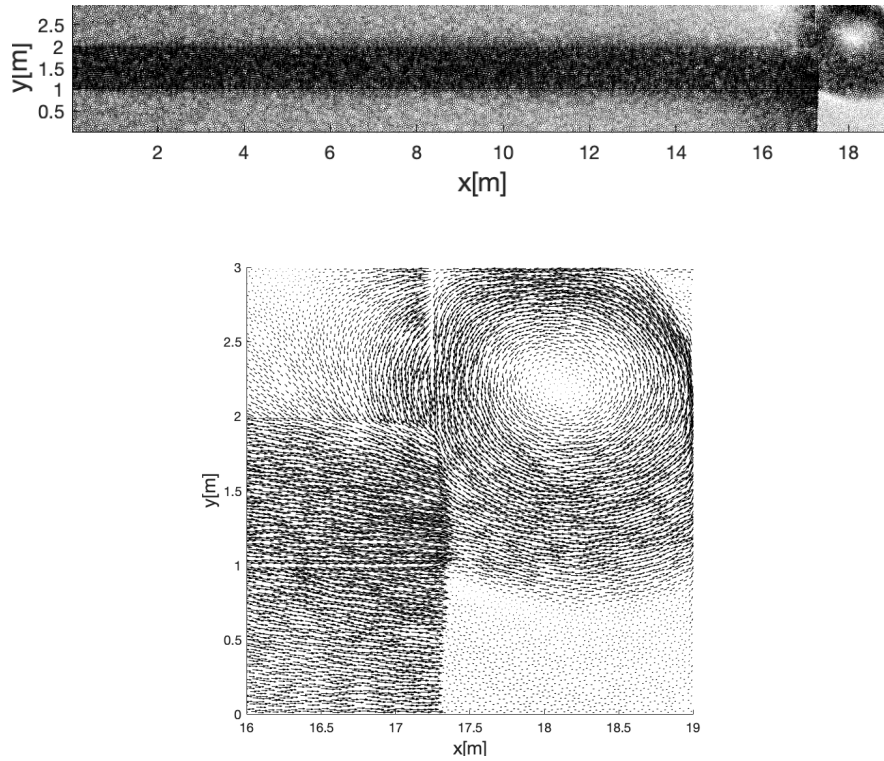


FIGURE 3.11 – Champ de vitesses pour un bassin de $1.75 m$ de long.

L'imposition de la hauteur d'eau au bout du bassin semble être trop proche, ce qui induit des recirculations dans le canal, qui impactent à leur tour l'écoulement à l'amont. L'écoulement étant subcritique, la perturbation peut remonter dans tout le canal et donc fausser tous les résultats.

Il a donc fallu augmenter la longueur du bassin. La longueur choisie a été de $3,75 m$ pour s'assurer de ne pas avoir ce phénomène de recirculation tout en évitant d'agrandir ce bassin plus que nécessaire. Ainsi, comme on peut le voir à la figure 3.12, le bassin remplit bien le rôle souhaité qui est de reproduire la condition aval du modèle expérimental sans perturber l'amont.

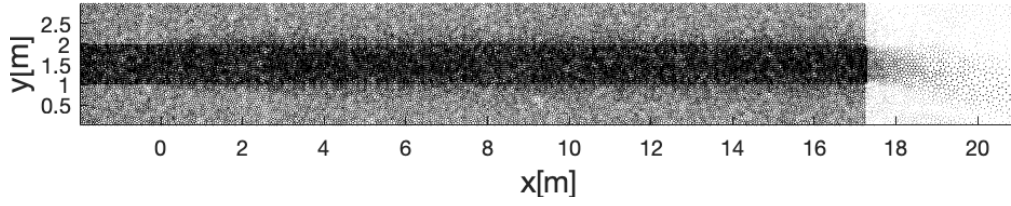
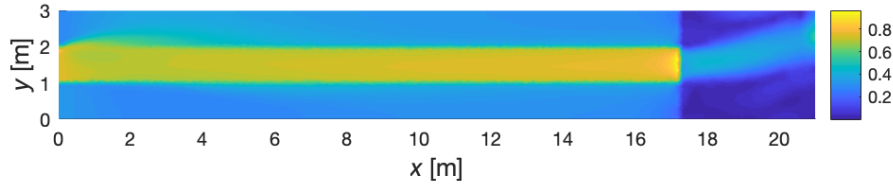
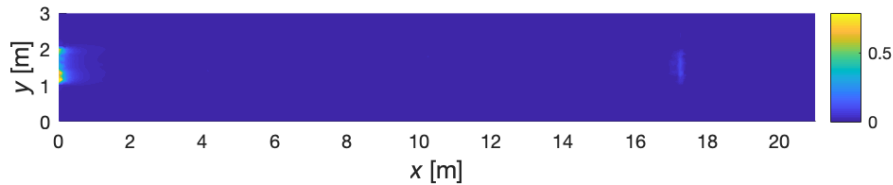


FIGURE 3.12 – Champ de vitesses pour un bassin de 3,75 [m] de long.

Bief aval non-turbulent

Comme expliqué plus tôt, le calcul des dérivées aux bords du domaine pose souvent problème. Malgré le choix d'un nombre de cellules de soutien important pour assurer la stabilité du système, il ne suffit pas toujours à évaluer parfaitement les dérivées et ainsi obtenir les résultats souhaités.

Les figures ci-dessous montrent les champs de vitesse et de l'énergie cinétique turbulente une fois que le système a convergé.

FIGURE 3.13 – Champ de la vitesse $|\vec{V}|$ [m/s] sans bief non-turbulent.FIGURE 3.14 – Champ de l'énergie cinétique turbulente k [m²/s²] sans bief non-turbulent.

Comme on peut le voir à la figure 3.14, le champ de l'énergie cinétique est composé d'un pic très important au niveau de la frontière amont du canal principal. De plus, ce champ est asymétrique ce qui induit de fortes perturbations notamment au niveau du champ de vitesse. En effet, on observe à la figure 3.13 que le champ de vitesse est fortement perturbé sur la plaine d'inondation de gauche et ce, sur plusieurs mètres.

Comme on peut le voir ci-dessous, le profil asymétrique de k à l'amont induit des perturbations au niveau du profil de vitesse quelques mètres plus bas.

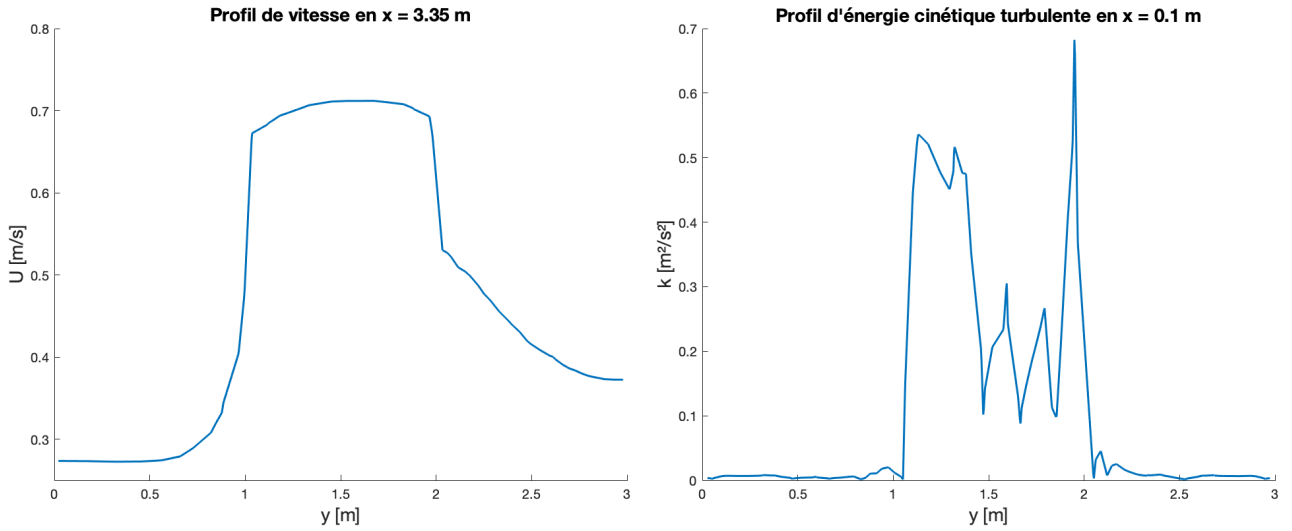
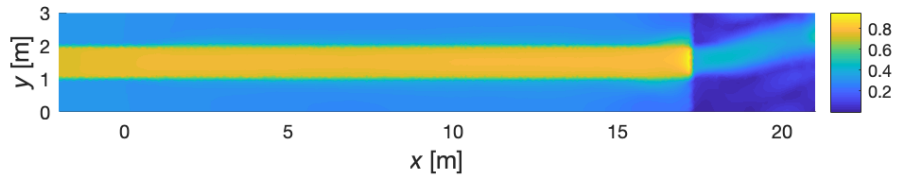
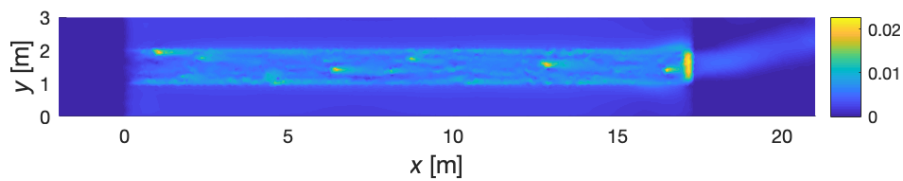


FIGURE 3.15 – Profils de vitesse et de l'énergie cinétique turbulente à l'amont du canal.

De plus, les valeurs obtenues sont physiquement impossibles. La valeur maximale de k à la frontière amont correspond à une fluctuation de vitesse d'ordre de $1.2 [m/s]$, ce qui est physiquement impossible vu que la vitesse de l'écoulement dans le canal principal est de l'ordre de $0.7 [m/s]$.

Pour remédier à ce problème, une partie de canal non-turbulente a été ajoutée à l'amont. Dans cette partie amont du canal, la mise à jour des variables hydrauliques $\mathbf{U}$ est faite sans prendre compte les termes turbulents présents dans la matrice $\mathbf{T}$. Le calcul des dérivées spatiales ne pose plus de problèmes car les premières cellules de la partie turbulente ne se situent plus à la frontière amont du domaine.

FIGURE 3.16 – Champ de la vitesse $|\vec{V}| [m/s]$ avec bief non-turbulent.FIGURE 3.17 – Champ de l'énergie cinétique turbulente $k [m^2/s^2]$ avec bief non-turbulent.

Il est important de noter que la formulation "*bief non-turbulent*" est un abus de langage. Le modèle de Manning prend en compte les pertes de charge induites par la turbulence générée par la rugosité de fond.

3.3.2 Conditions initiales et conditions limites

Conditions limites

Les différentes conditions aux limites imposées aux frontières du domaines sont résumées à la figure ci-dessous.

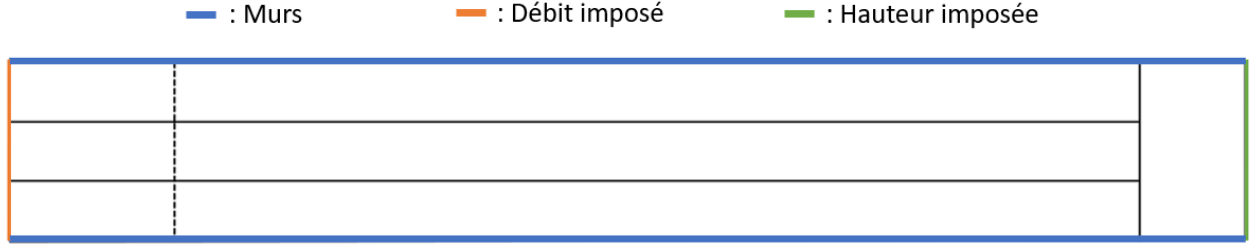


FIGURE 3.18 – Conditions limites du modèle numérique (UCM et UCW).

A l'amont du domaine, on impose des débits différents pour les plaines d'inondations que pour le canal principal. Ces débits dépendent aussi de la configuration (UCM ou UCW) et sont donnés par le tableau ci-dessous. Le débit total de la section composée, le même pour les deux configurations, est de $Q = 0.162 [m^3/s]$.

Configuration	$q_{cp} [m^2/s]$	$q_{pi} [m^2/s]$
UCM	0.126	0.018
UCW	0.134	0.014

TABLE 3.1 – Conditions limites : débits imposés.

La condition aval s'avère plus compliquée à déterminer. Comme discuté à la section précédente, la condition limite aval est l'imposition d'une hauteur à l'extrémité de ce bassin de dissipation dont les dimensions exactes ont été présentées à la section 3.3.1. Les hauteurs imposées H_{imp} pour les deux configurations sont reprises dans le tableau ci-dessous. Celles-ci ont été déterminées afin d'obtenir une hauteur uniforme dans le canal se rapprochant le plus possible du cas expérimental. On note que cette hauteur imposée est légèrement supérieure à la hauteur uniforme de l'écoulement qui est de $h = 0.17 [m]$.

Configuration	$H_{imp} [m]$
UCM	0.171
UCW	0.214

TABLE 3.2 – Conditions limites : hauteurs imposées.

Les autres frontières du domaine sont modélisées et agissent comme de vrais murs qui empêchent toute eau de passer à travers celles-ci.

Conditions initiales

Les conditions initiales imposées sont simples : les deux composantes de vitesses U et V sont nulles en $t = 0$ tandis que le niveau d'eau z_w est imposé pour avoir un niveau d'eau constant le long d'une section transversale correspondant à la hauteur uniforme. La hauteur d'eau dans le canal principal est donc de 17 cm dans le canal principal et de 5.5 cm au niveau des plaines d'inondations. Pour rappel, la hauteur d'eau est mesurée à partir du niveau de fond z_b de sorte qu'on ait $z_w = z_b + h$.

La valeur initiale de l'énergie cinétique turbulente a été imposée à $k = 0.003 [m^2/s^2]$ partout dans l'écoulement (même dans le bief non-turbulent). La dissipation d'énergie cinétique turbulente initiale est déduite de k et h avec l'équation (1.4.11) du modèle $k-l$. On déduit ensuite la viscosité turbulente initiale avec l'expression (1.4.7).

Une exception est faite pour le modèle prédicteur-correcteur qui était instable pour ces conditions initiales. Pour garder un nombre de cellules de soutien constant pour un même maillage, le choix s'est porté sur une modification de la valeur initiale de k qui est imposée nulle.

Discussion de la condition aval d'hauteur imposée

L'idée de modéliser un bassin de dissipation à l'aval fut reprise des travaux de fin d'études précédents. Ces derniers prétendaient que sans ce bassin, l'écoulement ne se comportait pas comme souhaité et était perturbé si la hauteur était directement imposée à l'aval sans l'ajout d'un bassin. Ci-dessous, le champ de vitesse obtenu par M.Gillain avec une hauteur imposée à la frontière aval sans modéliser de bassin.

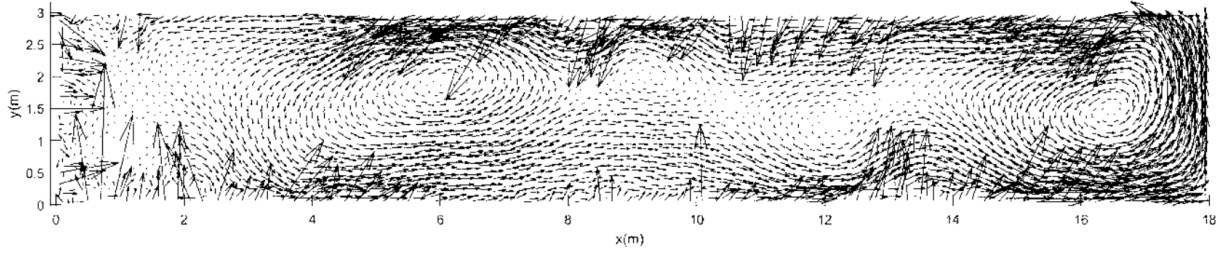


FIGURE 3.19 – Champ de vitesse pour un modèle sans bassin de dissipation [15].

Comme cela n'avait pas été fait initialement, un test a été réalisé après l'obtention des résultats finaux pour vérifier si ce phénomène de recirculation survenait toujours et si le bassin de dissipation était indispensable ou non. Ce test est réalisé sur le maillage suivant avec le modèle $k - \varepsilon$ explicite.

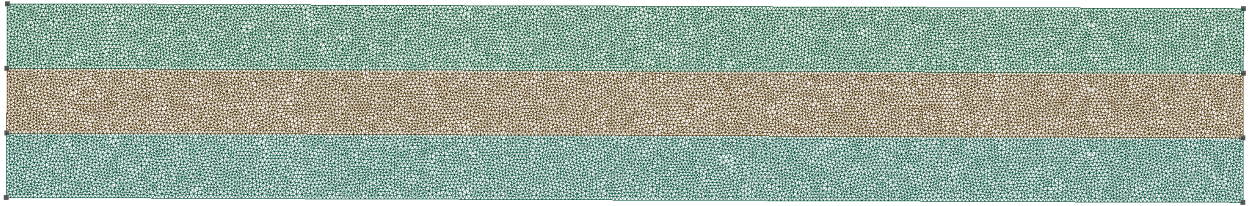
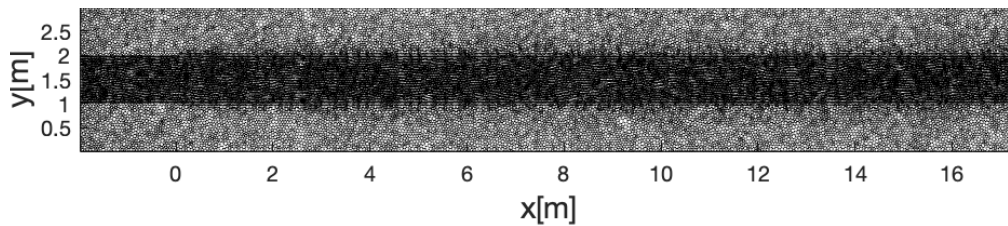


FIGURE 3.20 – Maillage du modèle sans bassin de dissipation.

Ce maillage a une taille moyenne d'interfaces de 6 cm. La hauteur d'eau imposée n'est plus la même et est directement la hauteur uniforme $h_u = 0.17 [m]$. La figure 3.21 illustre le champ de vitesse le long du canal. Une vue globale permet d'abord de remarquer que le champ de vitesse se comporte bien et ne semble pas impacté par cette nouvelle condition aval. Une vue plus locale de la frontière aval permet d'observer une légère perturbation des vecteurs vitesse le long de la frontière. Cette perturbation ne semble pas impacter l'écoulement de manière importante.



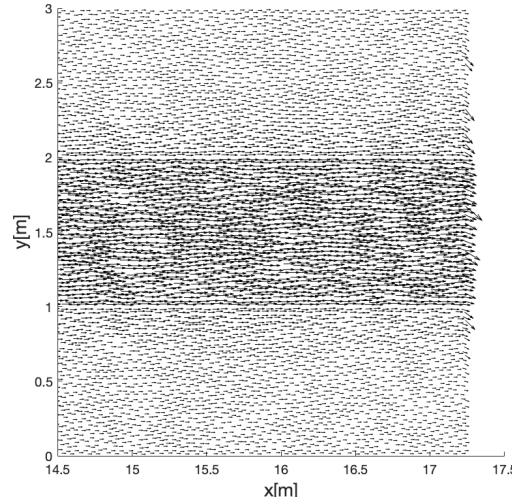


FIGURE 3.21 – Champ de vitesse pour un modèle sans bassin de dissipation.

Pour vérifier cela, les profils de vitesse pour deux sections extrêmes du canal sont illustrés à la figure 3.22. Ces profils sont issus de simulations effectuées toutes les deux sur un maillage dont la taille moyenne des interfaces est de 6 cm.

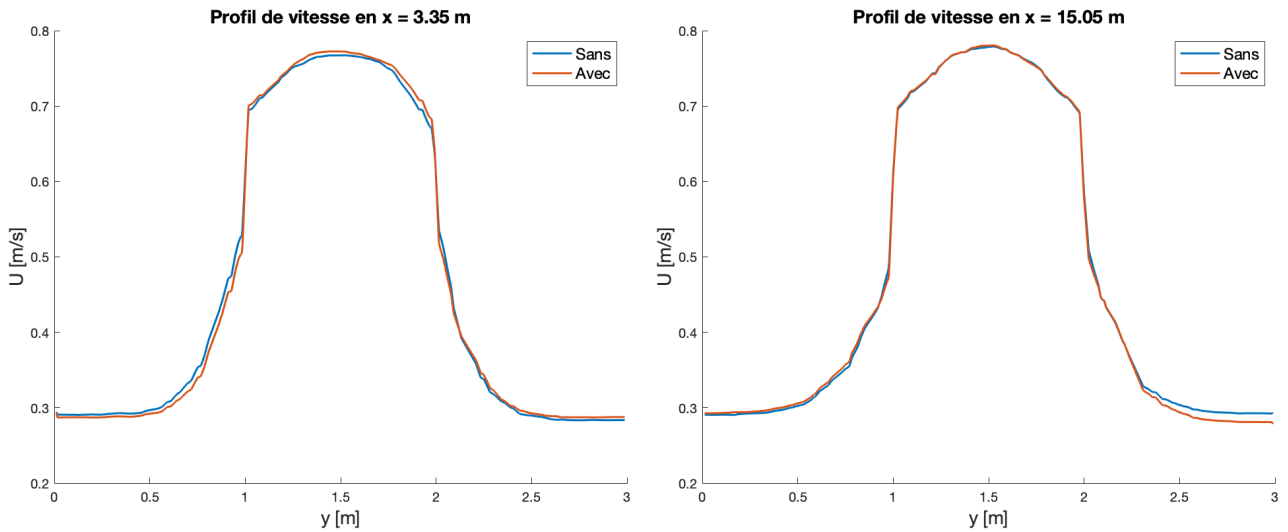


FIGURE 3.22 – Comparaison du profil de vitesse obtenu avec et sans bassin de dissipation.

On observe que les deux profils sont très proches, ce qui prouve que modéliser un bassin n'est pas forcément nécessaire. On remarque même que pour la section aval, le profil semble plus symétrique sans bassin. Il se peut donc que le bassin perturbe quelque peu l'écoulement proche de ce dernier. Cette discussion a été après obtention de la grande majorité des résultats. Toutes les simulations ont donc été réalisées en modélisant un bassin de dissipation qui ne s'avère finalement pas indispensable mais fournit tout de même de bons résultats.

3.3.3 Coefficient de Manning

Le coefficient de Manning est un paramètre jouant un rôle important dans le comportement de l'écoulement numérique et doit donc être déterminé avec soin. Celui-ci dépend principalement de la rugosité de la surface le long de laquelle elle s'écoule et représente la quantité de pertes de charge induites. Il est important de préciser que dans le modèle numérique implémenté, la rugosité des parois verticales n'a pas pu être prise en compte. En effet, le modèle bidimensionnel prend en compte uniquement le frottement dû à la rugosité du fond. Fort heureusement, la rugosité des plaines

d'inondations étant bien plus élevées que celles des parois en verre, elle peut être considérée comme négligeable dans ce cas et n'influence donc pas fortement les résultats.

Canal principal

Concernant le canal principal en verre, des expériences ont estimé la valeur du coefficient de Manning à $n_{exp} = 0.0096 [s/m^{1/3}]$. Malheureusement, l'influence de la rugosité des parois verticales du canal principal n'est pas prise en compte pour les mêmes raisons qu'évoquées précédemment. Il faut donc en tenir compte pour l'analyse des résultats car on se concentre ici sur le canal principal pour lequel la rugosité est bien plus faible que sur les plaines d'inondations et pour lequel l'influence de la rugosité des parois verticales est moins négligeable. Pour tout de même prendre en compte cette rugosité additionnelle, la valeur du coefficient de Manning est arrondie à $n = 0.01 [s/m^{1/3}]$. Notons tout de même que la rugosité générale a été augmentée dans tout le canal principal et pas juste localement au niveau des surfaces verticales.

Plaines d'inondations

Pour pouvoir déterminer le coefficient de Manning apparent des surfaces de fond des plaines d'inondations, des expériences ont été menées sur des canaux à lit unique d'un mètre de large pour les deux différentes configurations UCM et UCW. Les conditions expérimentales sont les mêmes que présentées à la section 3.2. La seule différence est la section qui change et qui est maintenant une section rectangulaire simple.

Les parois verticales de cet écoulement sont aussi en verre. Comme expliqué précédemment, on peut admettre que le frottement de ces parois est négligeable devant le frottement de fond. Cette hypothèse est d'autant plus valable que la surface totale de friction de fond est bien plus importante que celle des parois verticales.

Afin d'obtenir des valeurs significatives, des tests ont été effectués pour 3 valeurs de débit différentes pour les deux types de végétations (prairie et bois). Les résultats obtenus sont repris dans le tableau ci-dessous :

Configuration	Q [l/s]	H [mm]	U_Q [cm/s]
UCM	7	35	20.6
	15	55	27.3
	50	116.5	42.9
UCW	7	55	12.7
	15	113	13.3
	21	152	13.8

TABLE 3.3 – Écoulement en lit isolé : caractéristiques de l'écoulement pour 3 débits testés.

À partir de ces valeurs, la formule de Manning permet de déduire le coefficient de Manning correspondant. En réorganisant l'équation (1.3.3), on obtient :

$$n = \frac{R^{2/3} \cdot S_0^{1/2}}{U_Q} \quad (3.3.1)$$

On peut alors calculer les coefficients de Manning pour les deux configurations et leurs trois débits testés. Les coefficients de Manning obtenus sont repris dans le tableau ci-dessous :

Q [l/s]	7	15	21	50	Moyenne
n_{UCM} [$s/m^{1/3}$]	0.0168	0.0172	/	0.018	0.017
n_{UCW} [$s/m^{1/3}$]	0.037	0.057	0.067	/	0.054

TABLE 3.4 – Valeurs du coefficient de Manning pour les 3 débits testés.

De manière générale, on remarque que n augmente avec le débit. On observe tout de même qu'il est relativement constant pour la configuration UCM pour laquelle considérer la valeur moyenne suivante semble raisonnable.

$$n_{UCM} = 0.017[s/m^{1/3}] \quad (3.3.2)$$

Cette variation semble bien plus importante pour la configuration UCW. Le mode d'action est en fait fort différent puisqu'il combine frottement de fond, frottement avec les cylindres ainsi que les structures turbulentes induites par ceux-ci. L'augmentation du niveau d'eau liée à celle du débit induit une augmentation des pertes de charge liée à celle des surfaces de contact des cylindres. De plus, l'écoulement est sujet à plus de pertes de charge causées par les structures turbulentes induites par les cylindres. Le phénomène est en fait beaucoup plus complexe qu'un simple frottement de fond. Utiliser l'équation de Manning pour représenter l'effet de ces cylindre s'avère donc trop simpliste.

Pour contourner ce problème et choisir une valeur de n qui reproduit aux mieux les effets des cylindres, on détermine le coefficient de Manning en effectuant une interpolation à partir des valeurs n_{UCW} obtenues lors des tests expérimentaux. L'important est en fait de reproduire au mieux l'ensemble des pertes de charge générées dans les plaines d'inondations. Il faut d'ailleurs préciser que les mesures expérimentales pour la configuration UCW ont été uniquement prises dans le canal principal auquel on s'intéresse particulièrement.

On remarque que les résultats expérimentaux des coefficients de Manning suivent à peu près une loi linéaire par rapport à la hauteur d'eau h . On en déduit alors la valeur du coefficient de Manning pour une hauteur d'eau de 0,099 m au niveau des plaines d'inondations.

$$n_{UCW} = 0.051[s/m^{1/3}] \quad (3.3.3)$$

Un autre modèle permettant de prendre en compte la turbulence générée par ces cylindres existe et consiste à ajouter un terme de production d'énergie cinétique P_{kd} à l'équation de transport de k du modèle $k - \varepsilon$ [23]. Ce modèle est discuté à la section suivante dans laquelle une sous-section lui est dédiée.

3.3.4 Nombre de cellules de soutien

Le nombre des cellules de soutien choisi pour effectuer le calcul des dérivées est un paramètre jouant un rôle important dans la stabilité. En effet, on remarque qu'augmenter ce nombre semble être favorable à la stabilité. Le nombre de cellules de soutien nécessaire à la stabilité dépend fortement du raffinement du maillage et du modèle de turbulence (modèle $k - l$ ou modèle $k - \varepsilon$).

Comme expliqué à la section [2.6] le nombre de cellules de soutien peut être défini différemment pour les cellules aux bords du domaine. Le tableau ci-dessous reprend les nombres de cellules de soutien choisis pour chaque maillage et chaque modèle. On distingue aussi le nombre de cellules de soutien choisies pour les cellules à l'intérieur et l'extérieur du domaine. Pour la suite, on note les maillages à l'aide d'un "M" suivi d'un chiffre correspondant au raffinement du maillage qui est présenté en détails plus loin. Au plus ce chiffre est petit, au plus le maillage est fin.

	M15		M10		M6		M3	
	Extérieur	Intérieur	Extérieur	Intérieur	Extérieur	Intérieur	Extérieur	Intérieur
$k - l$	16	18	24	26	28	30	45	45
$k - \varepsilon$	26	28	28	30	30	34	45	45

TABLE 3.5 – Nombres de cellules de soutien choisis pour le canal prismatique simple.

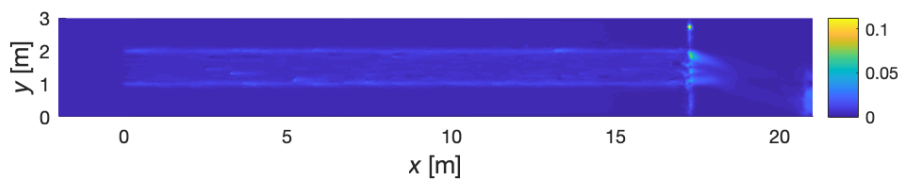
Ce tableau permet de mettre en évidence que le nombre de cellules de soutien nécessaire pour atteindre la stabilité est plus important pour le modèle $k - \varepsilon$ qui est plus exigeant et nécessite plus de points de soutien. Ce n'est pas très étonnant vu que pour ce modèle, on résout 2 équations de transport couplées tandis que pour le modèle $k - l$, on résout uniquement l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente k .

3.3.5 Imposition locale de k

Calibrer correctement le nombre de cellules de soutien nécessaire est parfois long et fastidieux, surtout pour les cas plus complexes nécessitant un temps de calcul plus important. Pour contourner ce problème et éviter une perte de temps due à ce procédé d'essai-erreur, on peut se concentrer sur les endroits où les instabilités surviennent et tenter de mieux les contrôler en calculant différemment la valeur de l'énergie cinétique turbulente aux endroits critiques.

Cette solution est différente de celle proposée par M. Gillain pour le modèle $k - l$ pour deux raisons. D'abord car cette solution ne s'applique que localement aux endroits critiques et non globalement sur tout l'écoulement. Ensuite, cette solution consiste non pas à borner les valeurs de k par une constante pour tout l'écoulement mais à lui assigner directement une valeur dépendant des variables hydrauliques locales. Rappelons aussi que les résultats obtenus pour ce travail de fin d'études précédent étaient tous pour un même nombre de cellules de soutien (14-16), trop faible dans la majorité des cas. C'est ce qui a poussé l'auteur à adopter la solution de borner les valeurs de k .

Pour démontrer la nécessité d'imposer cette valeur à l'entrée du bassin de dissipation, on illustrera le propos avec un exemple. Prenons le modèle $k - \varepsilon$, un maillage M6, 30 cellules de soutien pour les cellules extérieures et 34 pour les cellules intérieures. Pour cette configuration, le système est instable. Voici le champ de l'énergie cinétique turbulente juste avant qu'il ait totalement divergé.

FIGURE 3.23 – Champ de l'énergie cinétique turbulente $k [m^2/s^2]$ instable.

Le choix du nombre de cellules de soutien minimum requis pour la stabilité semble être dicté par le comportement à l'entrée du bassin de dissipation. Pour un maillage très fin, déterminer ce nombre minimum se complique et prend plus de temps. Il faut lancer plusieurs simulations avant de trouver le nombre de cellules de soutien optimal. De plus, il n'est pas impossible que pour des maillages très fins, le système soit inconditionnellement instable ou converge vers une valeur asymétrique qui pourrait perturber le reste de l'écoulement à l'image du problème présenté à la sous-section 3.3.1. C'est la raison pour laquelle on calcule différemment la valeur de k à l'entrée du bassin de dissipation :

$$k_{imp} = \alpha \frac{U^2}{2} \quad (3.3.4)$$

La valeur de l'énergie cinétique turbulente est donc proportionnelle à l'énergie cinétique longitudinale totale d'un facteur α . D.Yoder et N. Georgiadis [37] proposent la valeur suivante $\alpha = 0.1$. Il faut

maintenant vérifier qu'imposer la valeur de k de la sorte ne perturbe pas le reste de l'écoulement.

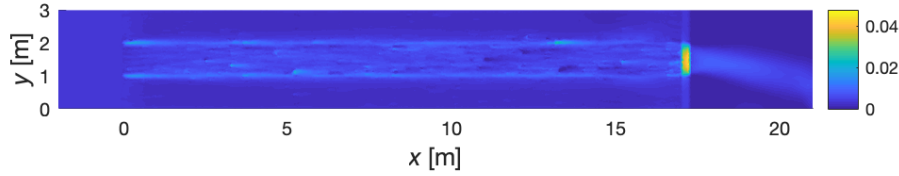


FIGURE 3.24 – Champ de l'énergie cinétique turbulente $k [m^2/s^2]$ avec k_{imp} à l'entrée du bassin.

Le système est désormais stable et le champ de k obtenu se comporte bien. On aperçoit d'ailleurs bien la partie aval du canal où on impose k_{imp} . L'entrée du bassin se trouve en $x = 17.25 [m]$ et l'expression (3.3.4) est utilisée à partir de $x = 17 [m]$.

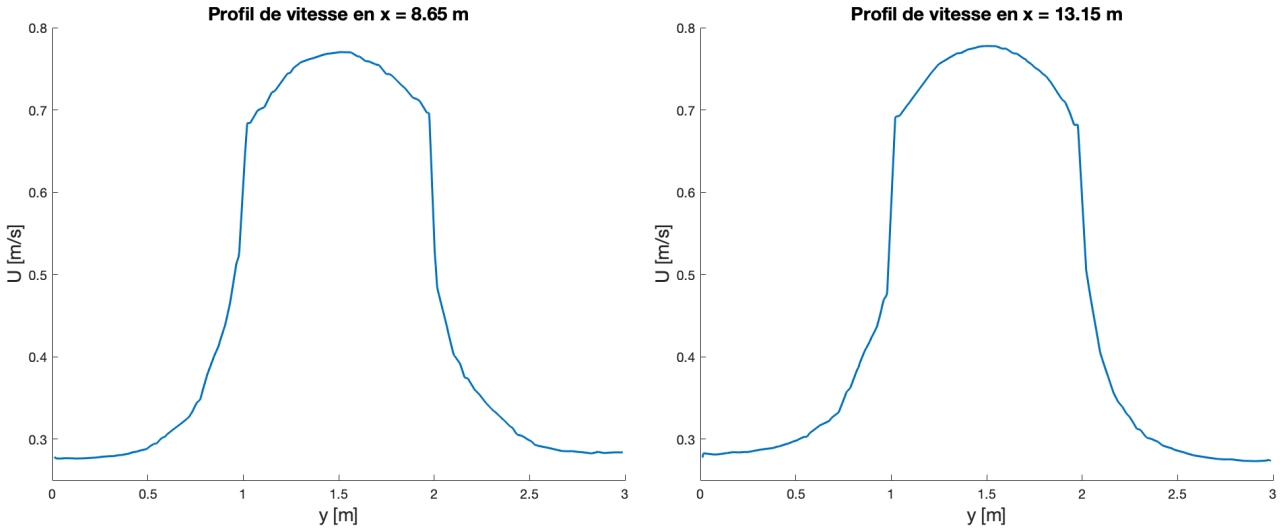


FIGURE 3.25 – Profils de vitesse avec k_{imp} à l'entrée du bassin.

Les profils de vitesse calculés pour ces deux sections sont symétriques et ne semblent pas être affectés par l'imposition de k_{imp} à l'aval. Cette solution semble donc être idéale et permet d'éviter les problèmes liés au choix exact du nombre de cellules de soutien nécessaires sans perturber l'écoulement à l'amont.

La solution proposée par M.Gillain a été testée pour le modèle $k - \varepsilon$ à deux équations. Malheureusement, cela n'a pas été un franc succès. Le modèle étant désormais composé de deux équations de transport, il a fallu aussi borner le taux de dissipation d'énergie cinétique ε . En procédant ainsi, le système semblait inconditionnellement instable peu importe les bornes de k et ε . Ceci prouve bien que cette solution proposée pour le modèle $k - l$ n'est pas idéale.

3.4 Résultats finaux

Cette dernière section de ce chapitre est divisée en 5 parties principales. Elle débute par une analyse de la convergence de la solution permettant d'assurer un système stable lors de l'activation de la turbulence et d'avoir des résultats correspondant bien à l'écoulement en régime permanent. Ensuite, les indicateurs utilisés sont présentés brièvement. Ces indicateurs sont des outils très utiles pour comparer les résultats. La troisième partie fait l'objet de trois sous-sections et vise à comparer différentes choses : le maillage, le modèle de résolution des équations de transport et les modèles de contraintes turbulentes. Avant de présenter les résultats détaillés, une sous-section est dédiée à la discussion du terme P_{kd} permettant de prendre en compte la production additionnelle d'énergie

cinétique générée par un réseau de cylindre. Les résultats présentés aux 4 dernières sous-sections sont calculés pour les deux configurations (UCM et UCW) avec le maillage M3 et le modèle $k - \varepsilon$.

3.4.1 Convergence des variables hydrauliques

Afin de s'assurer du bon comportement de la simulation et pour obtenir des résultats correspondant bien à l'écoulement en régime permanent, il est nécessaire de procéder à une analyse de convergence des résultats.

En pratique, afin d'éviter certains phénomènes numériques, les contraintes turbulentes ne sont prises en compte qu'à partir d'un certain temps. Ce temps est déterminé par la convergence du profil de vitesse sans les contraintes turbulentes c'est à dire le profil de vitesse calculé avec les équations (1.2.10) sans prendre en compte les termes sources turbulents regroupés dans la matrice $\mathbf{T}$. En procédant ainsi, on évite d'avoir des gradients de vitesse trop importants et on rend le système plus stable lors de l'introduction des contraintes turbulentes.

Pour se faire une première idée du temps nécessaire de convergence, on utilise l'expression de la vitesse de propagation d'une onde infinitésimale dans un écoulement en eau peu profonde :

$$c = \sqrt{gh} \quad (3.4.1)$$

où c est la vitesse de propagation de l'onde, plus communément appelée célérité, g la constante gravitationnelle et h la hauteur d'eau.

Pour le cas de la configuration UCM, on obtient les vitesses suivantes :

$$\begin{cases} v_{cp} = 1.29 [m/s] \\ v_{pi} = 0.73 [m/s] \end{cases} \quad (3.4.2)$$

Les indices cp et pi correspondent respectivement au canal principal et aux plaines d'inondations.

Il reste à calculer le temps mis à l'onde induite par l'introduction du débit, pour parcourir un aller-retour entre les deux extrémités du canal. En effet, l'important est que l'information des conditions frontières ait eu le temps de se propager et pas tant que l'écoulement soit à l'équilibre. Dans la configuration présentée à la section 3.3.1 pour un canal de 19.25 mètres de long, on obtient les temps minima nécessaires à l'onde pour parcourir un aller-retour :

$$\begin{cases} t_{cp} = 26.72 [s] \\ t_{pi} = 52.41 [s] \end{cases} \quad (3.4.3)$$

L'analyse de la convergence du système est réalisée pour les profils de vitesse longitudinale U et de l'énergie cinétique turbulente k le long d'une section transversale ainsi que pour le profil de hauteur d'eau h le long d'une section longitudinale du canal. Pour illustrer la démarche, l'analyse a été réalisée avec le modèle $k - \varepsilon$ explicite, un maillage M10 et la configuration UCM.

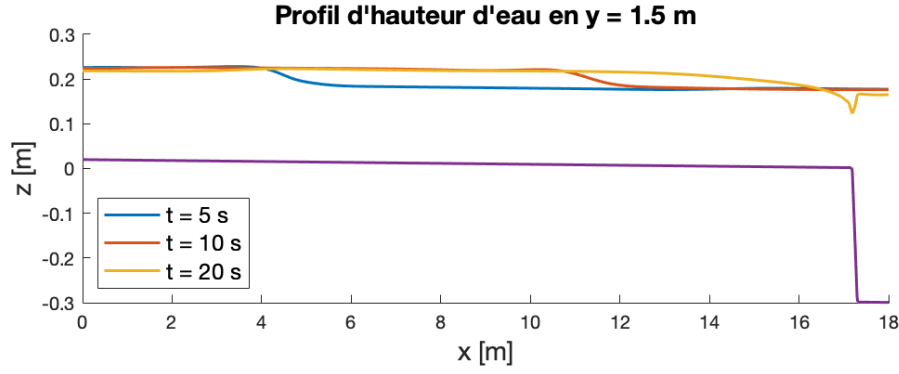


FIGURE 3.26 – Évolution du profil du niveau d’eau le long d’une coupe longitudinale dans le canal principal.

La figure 3.26 illustre la propagation de l’onde le long du canal de l’amont vers l’aval où la courbe mauve représente le fond du canal.

Convergence du profil de vitesse

La figure 3.27 montre les résultats obtenus par les simulations pour le profil de vitesse en deux sections extrêmes du canal.

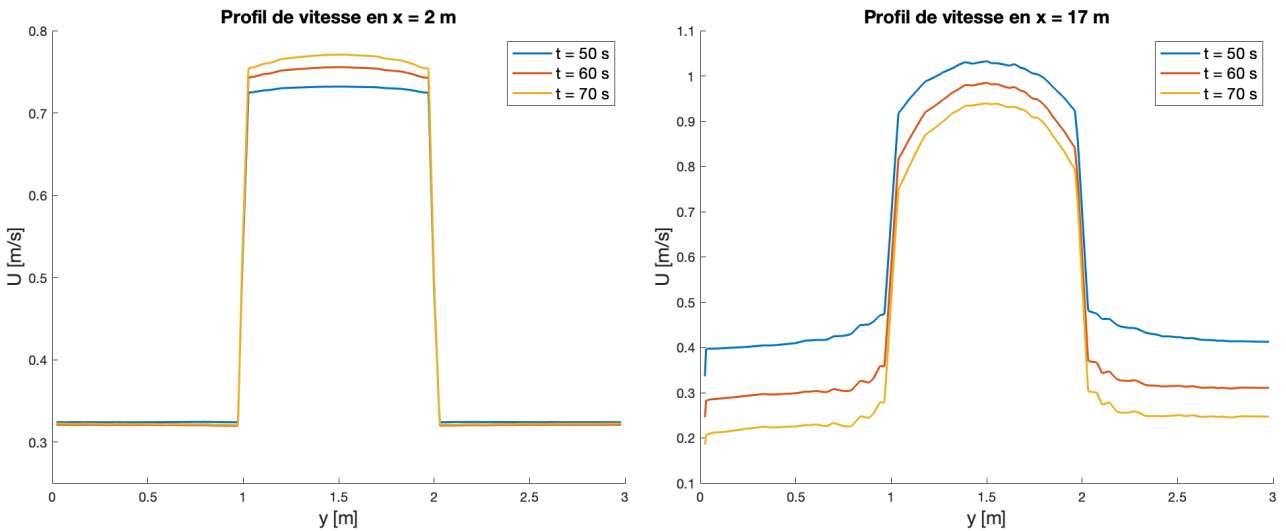


FIGURE 3.27 – Profils de vitesse calculés sans les contraintes turbulentes.

Comme prédit par la théorie, on remarque qu’un temps de 50 secondes est trop court pour que l’écoulement soit assez proche de l’équilibre. Les variations du profil de vitesse étant relativement faibles entre la 60^e et 70^e seconde, on peut donc conclure que 70 secondes de simulations sans contraintes turbulentes sont suffisantes.

Une fois que les contraintes turbulentes sont prises en compte, il faut déterminer le temps nécessaire pour arriver à une convergence satisfaisante. La figure 3.28 illustre les profils de vitesse pour deux sections et à différents instants. Ces profils correspondent à des simulations pour lesquelles les contraintes turbulentes ont été prises en compte à partir de 70 secondes. Ces résultats sont obtenus aux sections pour lesquelles des mesures expérimentales ont été effectuées.

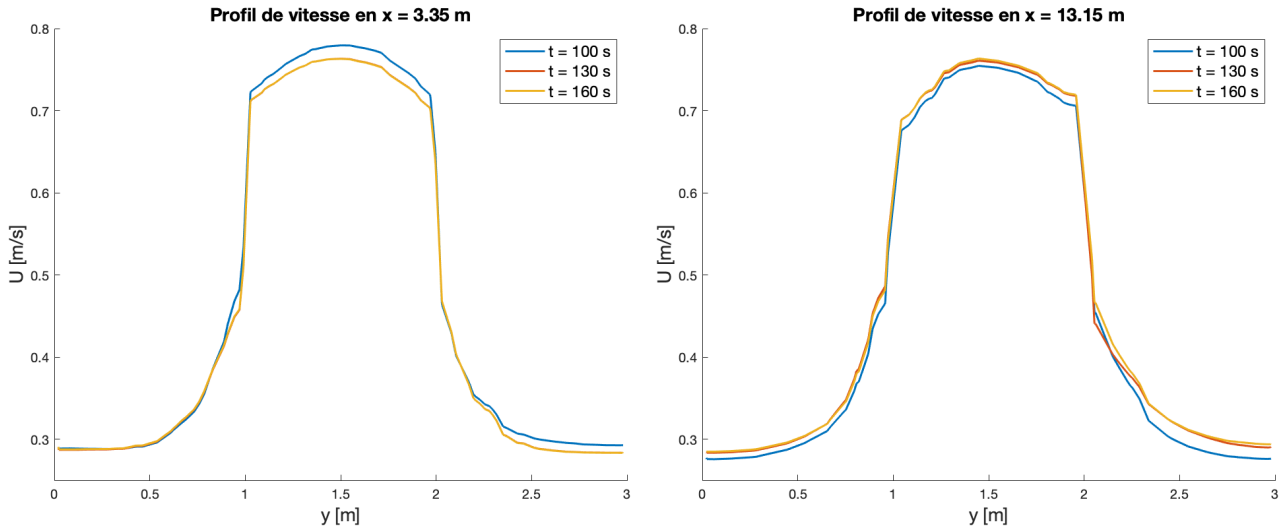


FIGURE 3.28 – Profils de vitesse calculés avec la turbulence activée après 70 secondes.

On remarque qu'un temps de 100 secondes est insuffisant pour considérer que l'on a totalement convergé. Par contre, 160 secondes semblent suffisantes. En effet, on ne distingue quasiment pas de différence entre le profil à 130 et 160 secondes.

Convergence de la hauteur d'eau

On remarque que les conclusions faites à propos de la convergence du profil de vitesse sont identiques à celles faites pour la convergence de la hauteur d'eau h . En effet, comme le montre la figure 3.29, le profil de hauteur ne varie presque plus à partir de 160 secondes mais est tout de même fort différent du profil en 100 secondes.

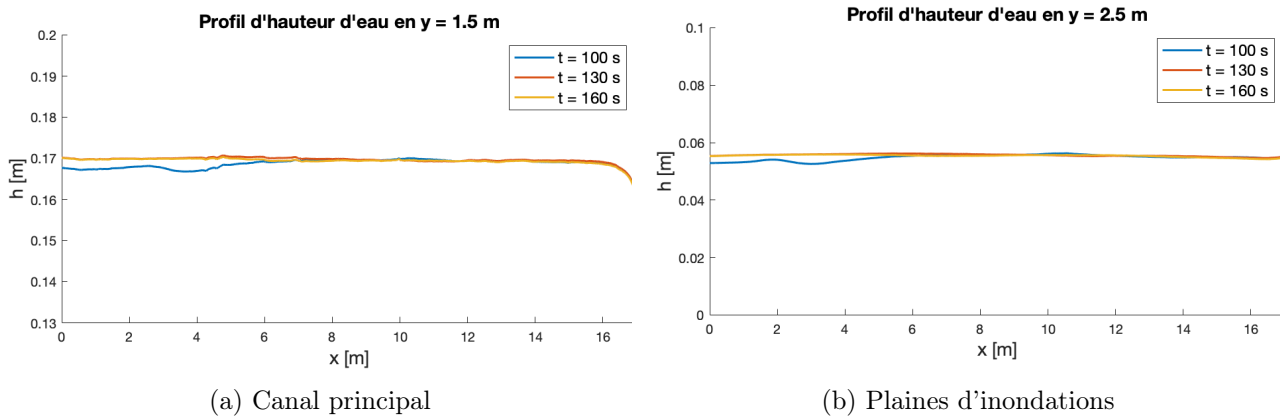
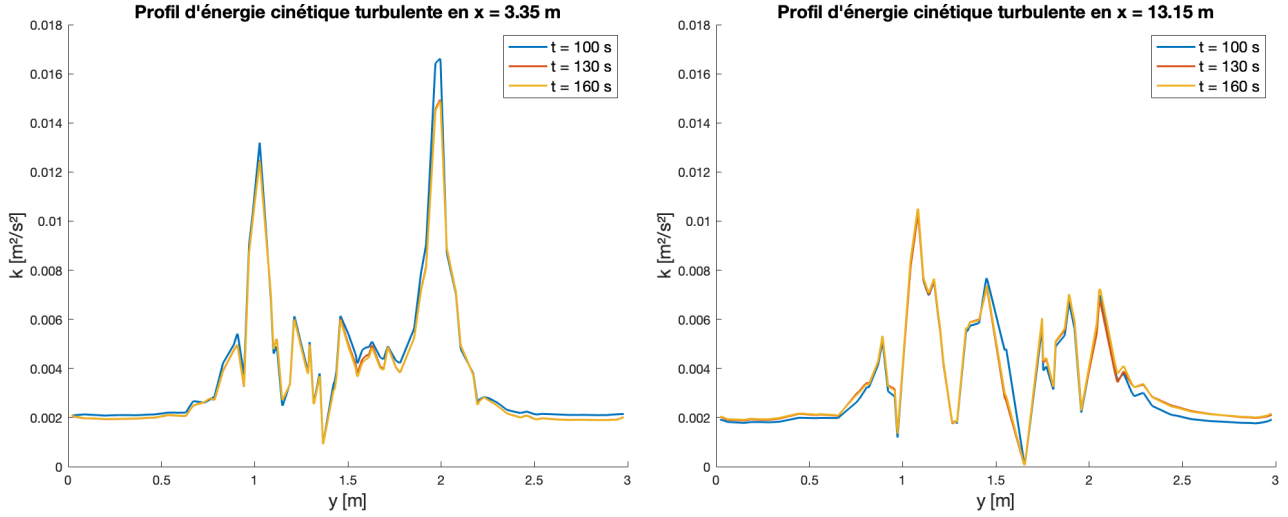


FIGURE 3.29 – Profils de hauteur d'eau calculés avec la turbulence activée après 70 secondes.

Convergence de l'énergie cinétique turbulente k

Une autre variable hydraulique importante qui est analysée et comparée aux valeurs expérimentales est l'énergie cinétique turbulente k . Cette variable présente un profil beaucoup moins régulier dans le sens où elle présente beaucoup de pics et varie fort avec la position le long de la section. Malgré cela, le profil prend autant de temps à converger que pour le profil de vitesse ou la hauteur d'eau.

FIGURE 3.30 – Profils de k calculés avec la turbulence activée après 70 secondes.

Contrairement à l'implémentation faite par M.Gillain [15], l'énergie cinétique turbulente converge correctement. C'est notamment pour cette raison que l'option de borner les valeurs de k ne semble pas être la meilleure des solutions pour régler les problèmes de stabilités.

Conclusion

On remarque que la convergence n'est pas atteinte au même moment partout dans l'écoulement. De plus, il faut bien comprendre que le temps de convergence ne sera pas toujours le même pour toutes les simulations de ce cas test. Ce temps de convergence dépend évidemment de la configuration (UCM ou UCW), du modèle de turbulence ($k-l$ ou $k-\epsilon$), du schéma de résolution des équations de transport (explicite ou prédicteur-correcteur) ou encore même du maillage.

En résumé, pour ce canal de 19 mètres de long, on activera la turbulence à partir de 70 secondes qui est globalement fixée par la hauteur d'eau h et la longueur du canal. La convergence parfaite de l'écoulement partout dans le canal n'est pas indispensable. L'objectif de cette démarche est d'éviter d'avoir des gradients de vitesse trop importants causés par la propagation de l'onde dans le canal. En procédant ainsi, on évite que l'écoulement soit instable lors de l'introduction des contraintes turbulentes fort sensibles aux gradients de vitesse.

Pour ce qui est du temps de convergence, une fois les contraintes turbulentes ajoutées aux équations, il sera déterminé au cas par cas pour s'assurer une convergence au niveau de chacune des sections pour lesquelles les résultats expérimentaux ont été fournis. Dans le cas du modèle $k-\epsilon$ explicite, pour la configuration UCM et un maillage M10, cette valeur a été fixée à 160 secondes.

3.4.2 Indicateurs

On ne peut pas se contenter de comparer graphiquement la correspondance entre les points expérimentaux et le profil d'une variable hydraulique calculée avec le modèle numérique. Afin de pouvoir comparer plus facilement les résultats des différents modèles avec les mesures, on fait appel aux indicateurs qui permettent de donner en quelque sorte une note objective à la qualité de nos résultats.

Pour cela, on introduit l'erreur E d'une variable hydraulique ϕ défini comme suit :

$$E = \phi_{mod} - \phi_{mes} \quad (3.4.4)$$

où ϕ_{mes} et ϕ_{mod} sont respectivement les valeurs mesurées et calculées avec le modèle numérique de la variable hydraulique ϕ .

Pour chaque séries de données d'une variable hydraulique ϕ , on calcule le pourcentage d'erreur moyen MPE de la sorte :

$$MPE = \frac{1}{n} \sum \frac{E}{\phi_{mes}} = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{\phi_{mod} - \phi_{mes}}{\phi_{mes}} \right) \quad (3.4.5)$$

Le second indicateur, l'erreur quadratique moyenne (RMSE) est calculée comme suit :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum E^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (\phi_{mod} - \phi_{mes})^2} \quad (3.4.6)$$

Le premier permet de fournir une valeur adimensionnelle globale de l'erreur et permet d'affirmer par exemple : *"Mon modèle numérique permet de reproduire à x % près le profil de vitesse pour ce cas test.* Le second indicateur donne plutôt une idée de l'ordre de grandeur de l'erreur et a les mêmes unités que la variable hydraulique étudiée. Il permet de faire l'affirmation suivante : *"À l'aide de mon modèle numérique, je suis capable d'estimer la hauteur d'eau dans ce canal à x centimètres près".*

Ces indicateurs ont été inspirés de [4]. Les résultats obtenus dans certains cas pour le MPE mettent en évidence une faille de cet indicateur. Au chapitre suivant traitant d'un autre cas expérimental, son expression sera alors modifiée.

3.4.3 Influence du maillage

Cette sous-section vise à discuter de l'influence du maillage et de son raffinement. On analyse principalement la qualité des résultats et non la stabilité. Celle-ci dépend en fait principalement du nombre de cellules de soutien choisi pour chaque maillage, ce qui a déjà été discuté précédemment. Les maillages testés sont au nombre de 4. Le plus grossier et le plus fin sont illustrés ci-dessous.

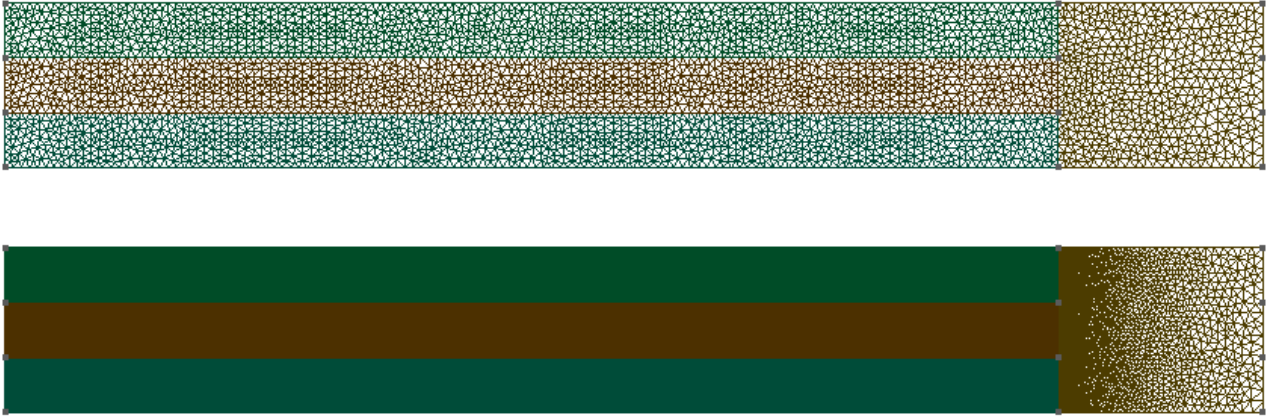


FIGURE 3.31 – Maillages le plus grossier (15 cm) et le plus fin (3 cm).

Ces maillages sont définis en imposant une taille de maille au niveau des différents noeuds (carrés gris) du maillage illustré à la figure 3.31. Cette taille correspond à la longueur moyenne des interfaces. Pour tous les maillages testés, la taille du maillage a été imposée à 20 cm pour les 4 noeuds à la frontière aval. On peut se permettre de garder un maillage relativement grossier dans le bassin de dissipation où des résultats précis ne sont pas exigés ce qui permet de gagner en temps de calcul.

La taille du maillage au niveau des 4 noeuds à la frontière amont et aux 4 noeuds à l'entrée du bassin de dissipation varie selon le maillage. Le maillage le plus grossier impose une taille de 15 cm, le deuxième 10 cm, le troisième 6 cm et le plus fin 3 cm. Pour simplifier, on parlera dans la suite de maillage M15, M10, M6 et M3. Le temps nécessaire pour effectuer 300 secondes de simulations pour le modèle $k - \varepsilon$ explicite varie de l'ordre de 3 heures pour le maillage le plus grossier à 4 jours pour le plus fin. Il s'avère donc nécessaire d'évaluer l'influence positive qu'a un raffinement sur la précision

des résultats pour déterminer à partir de quelle taille de maillage les résultats sont assez satisfaisants tout en ayant un temps de simulation acceptable.

Les résultats présentés ci-dessous correspondent à des simulations effectuées avec le modèle $k - \varepsilon$ explicite pour les 4 différents maillages et la configuration UCM.

Profil de vitesse

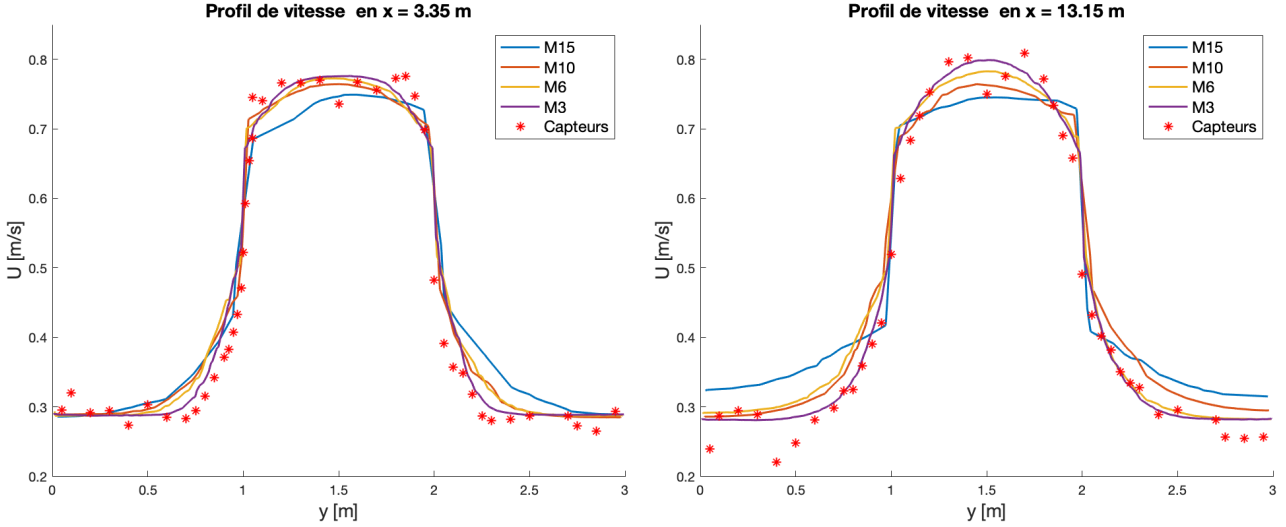
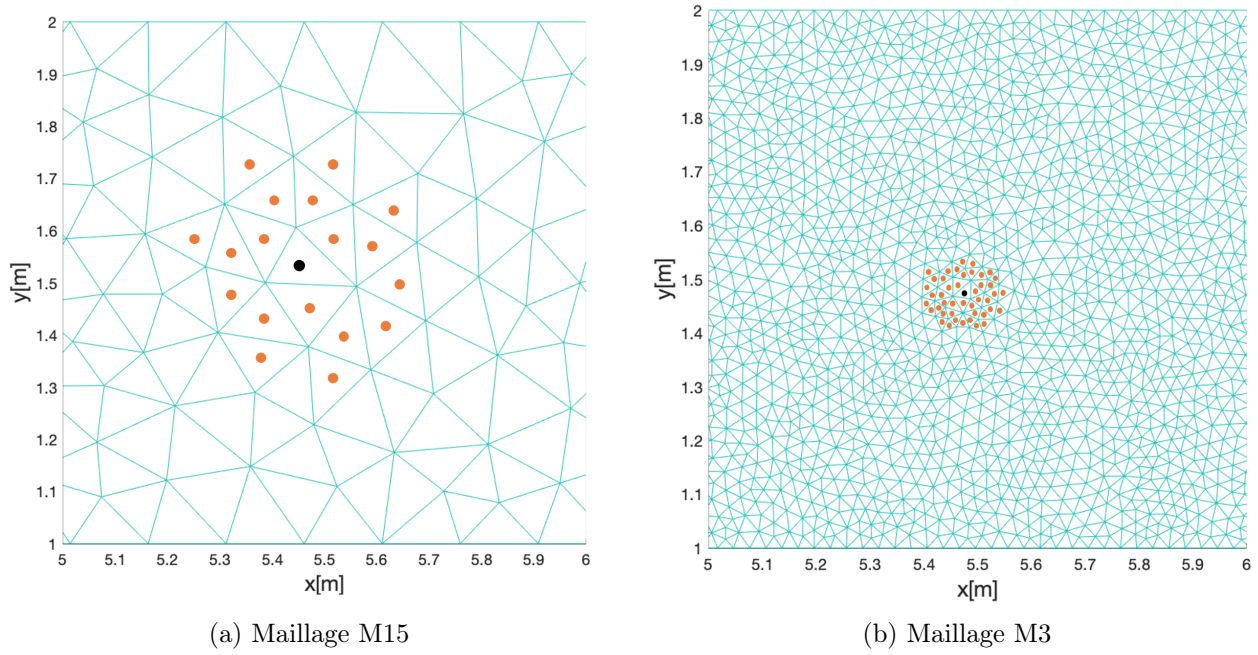


FIGURE 3.32 – Influence du maillage sur le profil de vitesse (UCM).

La première chose que l'on remarque à la figure 3.32 est que le maillage M15 semble trop grossier. Le profil de vitesse est asymétrique et présente une grosse différence avec les valeurs expérimentales. On remarque ensuite que les résultats du maillage M3 sont très bons. Malgré une certaine perte de précision par rapport au maillage M3, les deux autres maillages intermédiaires semblent respecter cette convergence vers un profil symétrique et proche des résultats expérimentaux.

On observe qu'au plus le maillage est grossier, au plus le profil de vitesse est diffusif. Or, en théorie, la viscosité et la diffusion turbulente calculées devraient être identiques. L'explication à cela est liée aux cellules de soutien. Malgré un nombre de cellules de soutien plus important pour les maillages plus fins, les cellules de soutien des maillages plus grossiers sont généralement plus éloignées de la cellule principale que pour les cellules de soutien des maillages plus fins. Pour illustrer ces propos, la figure 3.33 montre les cellules de soutien (points oranges) d'une cellule principale (point noir) située au milieu du canal principal pour le maillage M15 et le maillage M3.

FIGURE 3.33 – Cellules de soutien du modèle $k - \varepsilon$ pour différents maillages.

Pour rappel, les cellules sélectionnées pour les maillages M15 et M3 sont respectivement de 18 et 44 cellules. Malgré cette différence importante, on remarque que les cellules de soutien du maillage M15 sont globalement plus éloignées que celle du maillage M3. Le diamètre d_0 , défini à la section 2.5.1, est de l'ordre de 50 centimètres pour le maillage M10 et de 15 centimètres pour le maillage M3. Ceci explique pourquoi les maillages plus grossiers présentent des profils plus diffusifs. Le calcul des dérivées pour les maillages grossiers se font moins localement puisqu'on utilise les valeurs de cellules plus éloignées.

Pour confirmer les conclusions faites visuellement, le calcul des indicateurs a été réalisé et est résumé aux tableaux 3.6.

		x [m]	
RMSE [cm/s]		3.35	13.15
Maillage	M15	4.98	5.45
	M10	3.95	4.64
	M6	4.62	4.14
	M3	4.16	3.09

		x [m]	
MPE [%]		3.35	13.15
Maillage	M15	7.17	11.21
	M10	5.71	8.75
	M6	6.80	7.33
	M3	5.07	4.19

TABLE 3.6 – Indicateurs RMSE et MPE : influence du maillage.

Ces tableaux permettent de déduire les mêmes conclusions que faites précédemment à l'aide des tracés des profils de vitesse. Au plus le maillage est fin, au plus les indicateurs sont bons. L'avantage de raffiner le maillage est assez flagrant pour la section en $x = 13.15$ [m] pour laquelle la différence des indicateurs est significative entre un maillage M6 et M3.

Les résultats obtenus pour le maillage M10 en $x = 3.35$ [m] peuvent poser question tant ils sont bons et même meilleurs qu'avec les maillages plus fins. Ces résultats doivent tout de même être discutés et pris avec des pincettes. Des erreurs de mesures peuvent parfois fausser les résultats obtenus pour les simulations. Mais ici, la piste d'une erreur de mesure est à rejeter. Le profil mesuré pour le profil en $x = 3.35$ [m] semble être plus abrupt que l'autre. Cette différence vient du fait que cette section est impactée par l'amont. Comme expliqué à la section 3.2.1, le dispositif expérimental génère une couche limite à l'entrée du canal qui impacte l'écoulement jusqu'en $x = 3.5$ [m]. Ceci explique

donc pourquoi le maillage le plus fin ne donne pas les meilleurs indicateurs.

La figure 3.34 illustre les profils de vitesses calculés avec la configuration UCW et pour différents maillages. Les mêmes conclusions peuvent être tirées pour cette configuration pour laquelle le gradient transversal de vitesse est plus important.

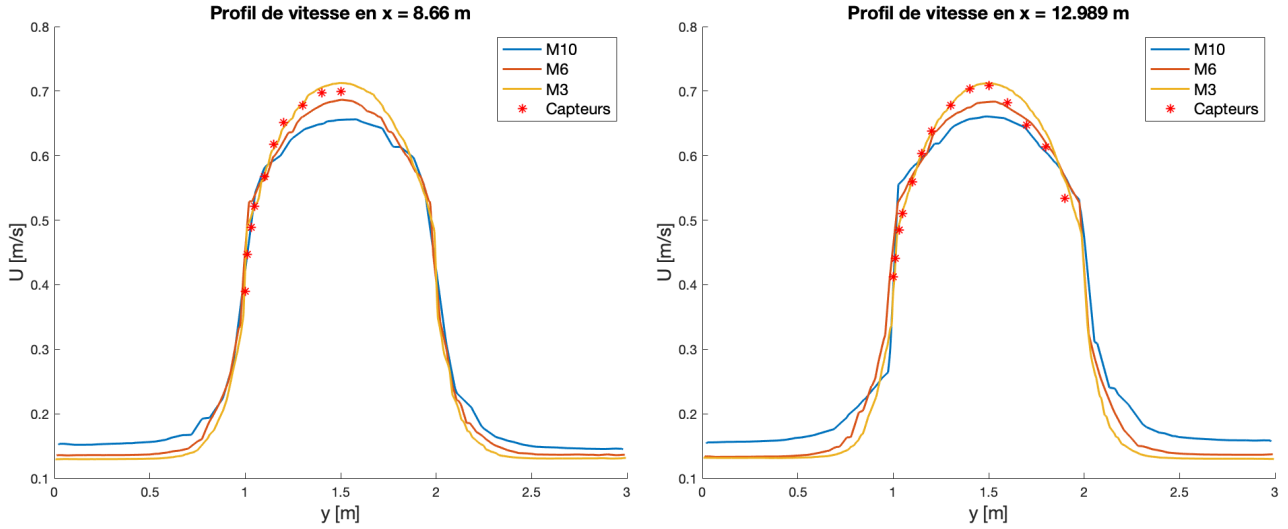


FIGURE 3.34 – Influence du maillage sur le profil de vitesse (UCW).

Hauteur d'eau

La figure ci-dessous illustre le profil de hauteur d'eau le long du canal principal calculé avec les différents maillages.

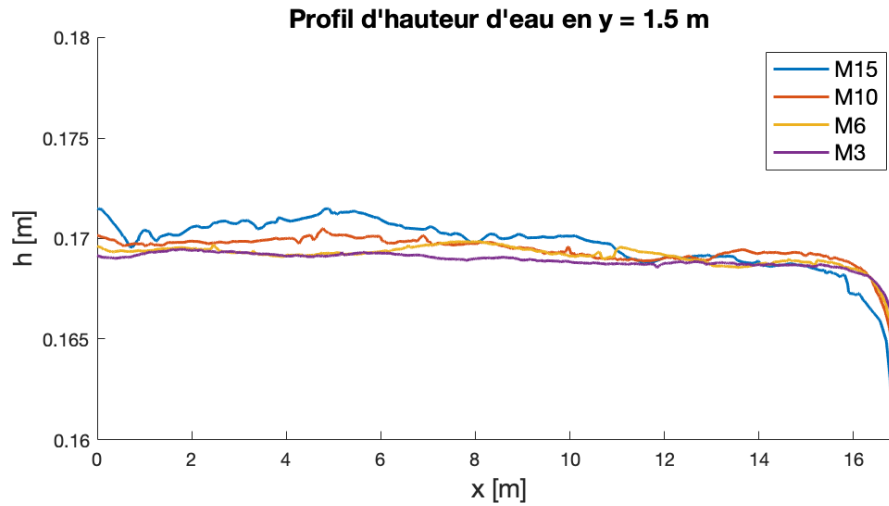


FIGURE 3.35 – Influence du maillage sur la hauteur d'eau (UCM).

On remarque qu'au plus le maillage est fin, au plus la ligne d'eau est lisse et tend vers un profil d'eau uniforme. Les mêmes conclusions peuvent donc être faites vis-à-vis de l'influence du raffinement sur la hauteur d'eau et le choix des maillages.

Énergie cinétique turbulente k

La figure 3.36 illustre le champ d'énergie cinétique turbulente calculé avec les 4 maillages différents. Pour mieux pouvoir comparer ces résultats, la barre de couleur est bornée par une valeur maximale

de $k = 0.025 [m^2/s^2]$. Toute valeur supérieure à cette borne est donc représentée en jaune.

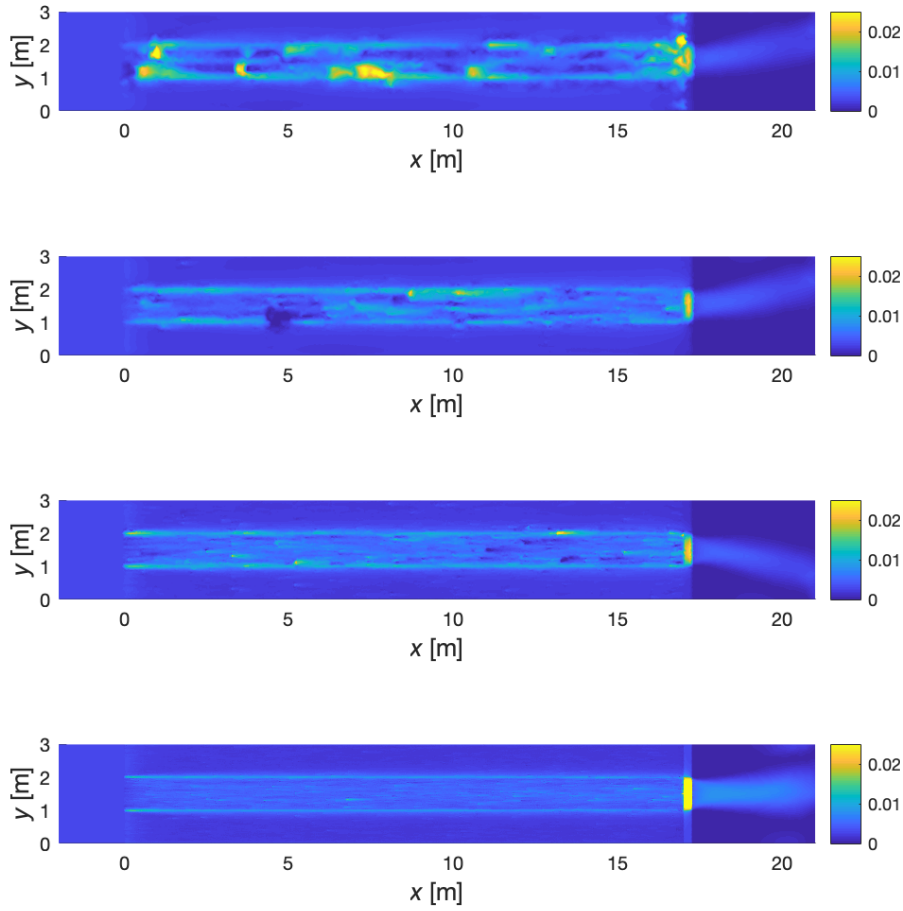


FIGURE 3.36 – Influence du maillage sur le champ de $k [m^2/s^2]$: M15, M10, M6 et M3.

Comme on peut le voir à la figure 3.36, des taches jaunes apparaissent dans le champ de l'énergie cinétique turbulente k . Ces anomalies semblent disparaître avec le raffinement du maillage. Ce champ non-symétrique et non-homogène pour les maillages plus grossiers affecte fortement le profil de vitesse qui se voit perturbé au niveau de ces taches. L'asymétrie du profil de vitesse pour le maillage M15 à la figure 3.32 est causé par la présence d'une tache au droit de cette section transversale. Raffiner le maillage est donc idéal pour minimiser ces anomalies et ainsi obtenir de meilleurs résultats. On remarque d'ailleurs que pour le maillage M3, le champ est relativement symétrique et ce, même dans le bassin de dissipation.

Conclusion

On utilisera donc le maillage M3 lorsqu'on souhaite obtenir des résultats précis et les plus proches possibles de la réalité tandis que lors de tests visant à évaluer l'influence de certains paramètres ou lors de l'implémentation d'un modèle quelque peu différent (la méthode de prédicteur-correcteur de résolution des équations de transport par exemple), on utilisera le maillage M10 qui semble allier temps de simulation relativement court et résultats suffisamment précis.

Le raffinement du maillage a donc un effet positif sur la précision des résultats. Cependant, il faut être conscient qu'on ne peut pas rétrécir la taille des cellules triangulaires indéfiniment. Lorsqu'on réduit de moitié la taille moyenne des interfaces, le temps de simulation fait plus que doubler. Le tableau ci-dessous illustre le lien entre raffinement du maillage et temps de calcul.

Maillage	Temps de calcul
M15	1 h 09 min
M10	4 h 16 min
M6	9 h 45 min
M3	56 h 43 min

TABLE 3.7 – Temps de calcul pour simuler 140 secondes d'écoulement pour différents maillages.

Ces durées dépendent évidemment des performances de l'ordinateur. Les résultats repris au tableau 3.7 servent donc uniquement à être comparés entre eux et ont peu d'intérêt à être discutés en terme de valeur absolue.

3.4.4 Comparaison avec le modèle prédicteur-correcteur

Cette sous-section a pour objectif de discuter l'intérêt de délaier une méthode explicite simple pour favoriser une méthode de prédicteur-correcteur pour résoudre les équations de transport du modèle $k - \varepsilon$. Ces deux méthodes sont présentées à la section 2.7.

Le modèle de prédicteur-correcteur a été testé sur la configuration UCM avec un maillage M10 et le même nombre de cellules de soutien que le modèle explicite (28 pour les cellules à la frontière et 30 pour les cellules à l'intérieur du domaine). Les résultats obtenus sont comparés au modèle explicite appliqué sur différents maillages (M10, M6 et M3).

Profil de vitesse

Comme discuté à la sous-section 3.4.3, les mesures expérimentales en $x = 3.35 [m]$ sont fortement impactées par la couche limite induite par le dispositif expérimental à l'amont. On utilisera donc pour la suite les résultats obtenus pour les sections transversales en $x = 8.65 [m]$ et $x = 13.15 [m]$.

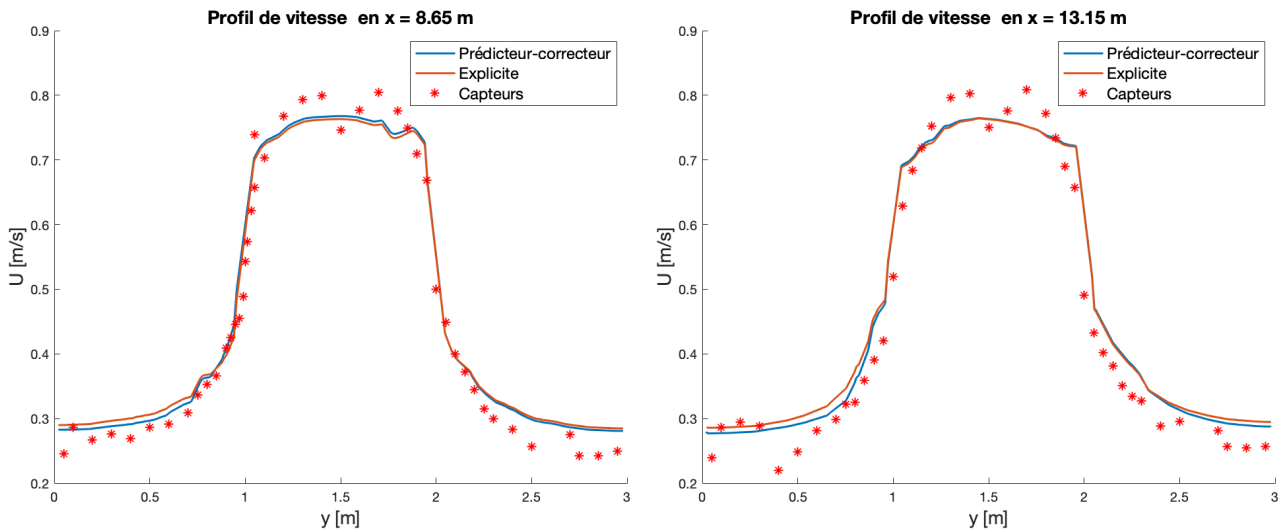


FIGURE 3.37 – Influence de la méthode de résolution des équations de transport sur le profil de vitesse.

Utiliser cette méthode de prédicteur-correcteur semble améliorer le profil de vitesse. La vitesse au niveau des plaines d'inondations est quelque peu diminuée au profit de la vitesse dans le canal principal qui se voit légèrement augmentée. Le modèle permet donc de diminuer la diffusion numérique. La figure 3.38 compare le modèle prédicteur-correcteur au modèle explicite pour des maillages plus fins.

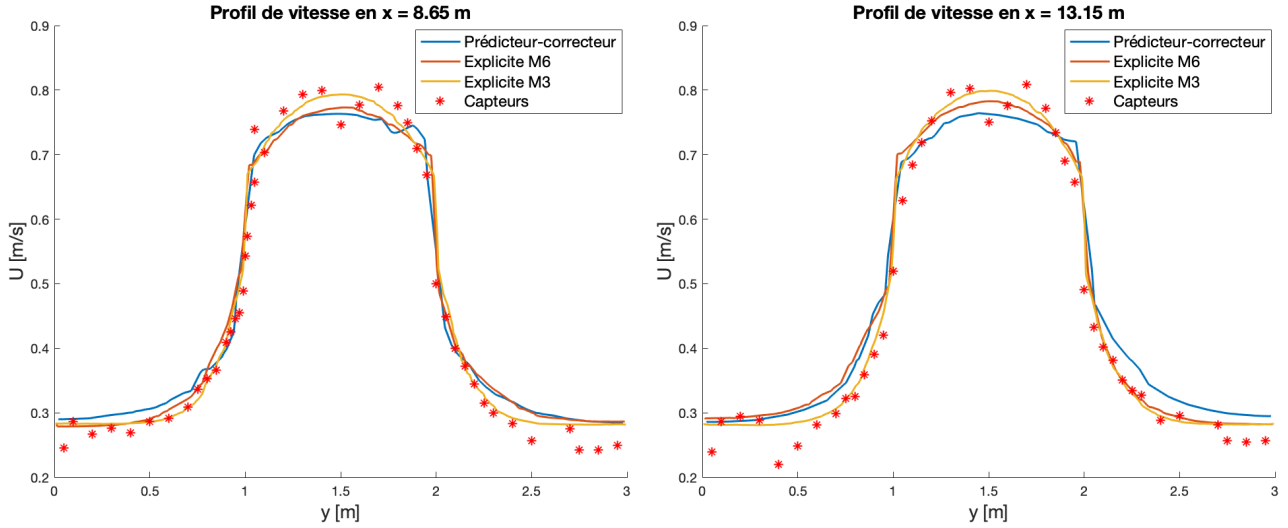


FIGURE 3.38 – Comparaison entre raffinement du maillage et méthode de prédicteur-correcteur.

On va tenter de déterminer s'il est plus intéressant d'opter pour un modèle un peu plus complexe pour résoudre les équations de transport plutôt que de raffiner le maillage. Il est plutôt compliqué de tirer des conclusions visuelles pour comparer le modèle explicite M6 au modèle de prédicteur-correcteur appliqué au maillage M10 car ceux-ci donnent des résultats très proches. Nous utiliserons alors les indicateurs pour les comparer plus précisément. On note d'ailleurs que le maillage M3 donne des résultats visuels bien meilleurs.

		x [m]	
RMSE [cm/s]	Maillage	8.65	13.15
Explicite	M15	5.29	5.45
	M10	3.30	4.64
	M6	3.56	4.14
	M3	3.16	3.09
Prédicteur-correcteur	M10	3.33	4.37

TABLE 3.8 – Indicateur RMSE : influence de la méthode de résolution des équations de transport.

		x [m]	
MPE [%]	Maillage	8.65	13.15
Explicite	M15	10.32	11.21
	M10	5.31	8.75
	M6	5.46	7.33
	M3	4.04	4.19
Prédicteur-correcteur	M10	5.07	7.37

TABLE 3.9 – Indicateur MPE : influence de la méthode de résolution des équations de transport.

Les deux tableaux ci-dessous permettent de tirer les mêmes conclusions. On remarque d'abord que les indicateurs obtenus pour le maillage M10 sont presque aussi bons que pour le maillage M6. Concernant les indicateurs obtenus pour la méthode de prédicteur-correcteur, ils semblent un peu meilleurs que ceux du maillage M10 et M6 du modèle explicite. Le maillage M3 semble, comme déduit visuellement, bien meilleur que les autres modèles.

Il est important de garder en tête que les résultats expérimentaux ne sont pas toujours parfaits ce qui peut dans certains cas fausser les indicateurs qui doivent être interprétés avec précaution.

Hauteurs d'eau

Les deux figures ci-dessous permettent de visualiser l'influence du modèle prédicteur-correcteur sur la hauteur d'eau pour un maillage M10.

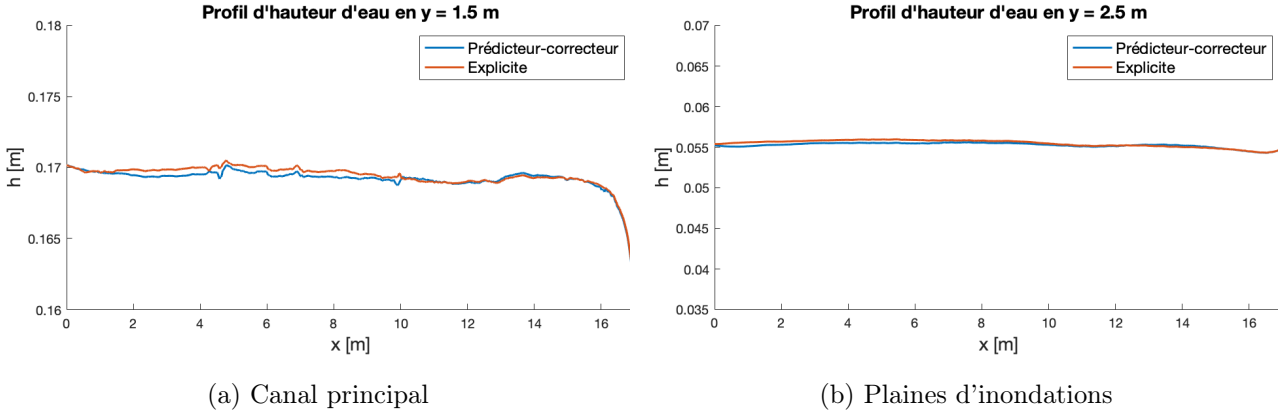


FIGURE 3.39 – Influence de la méthode de résolution des équations de transport sur la hauteur d'eau.

L'allure générale du profil reste pratiquement inchangée. Le profil reste à peu près constant le long du canal aussi bien dans le canal principal qu'au niveau des plaines d'inondations. On remarque aussi que le niveau d'eau est en général plus haut pour le cas explicite et donc moins bon puisque les résultats obtenus avec des maillages plus fins donnaient des hauteurs d'eau plus basses. Les pics du profil dans le canal principal semblent d'ailleurs s'accroître pour le cas du modèle prédicteur-correcteur.

Énergie cinétique turbulente

La valeur de l'énergie cinétique turbulente joue un rôle important dans l'évaluation des contraintes turbulentes puisqu'elle est mise au carré dans l'expression de la viscosité ν_t (équation (1.4.7)). Au plus cette variable est symétrique et bien calculée, au plus les profils de vitesse seront bons. Comme expliqué précédemment, la présence de taches dans le champ de k induit directement une asymétrie dans le profil de vitesse. Les figures ci-dessous illustrent les champs de l'énergie cinétique turbulente pour le modèle explicite et le modèle de prédicteur-correcteur.

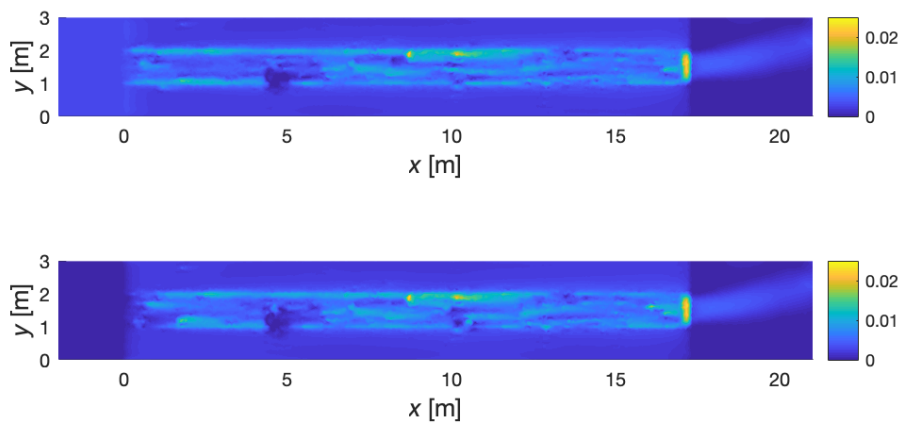
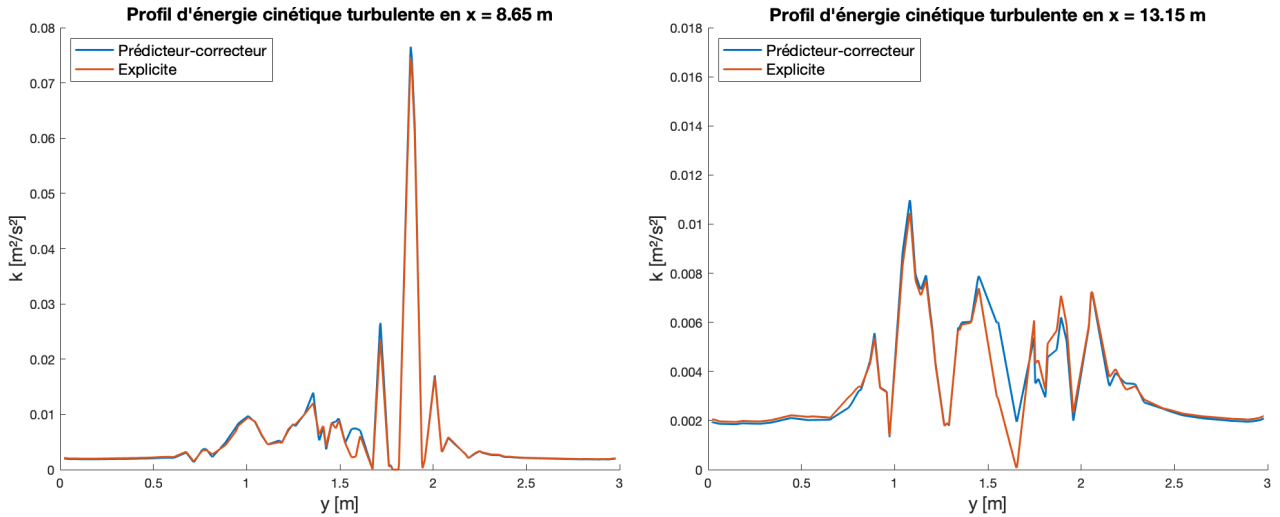


FIGURE 3.40 – Influence de la méthode de résolution sur le champ de k [m²/s²] : explicite et prédicteur-correcteur.

Rappelons que pour des raisons de stabilité, les conditions initiales des variables hydrauliques ont été modifiées pour le modèle de prédicteur-correcteur, ce qui influence les valeurs de k à l'amont puisqu'elles ne sont pas mises à jour dans le bief non-turbulent. Il est difficile de déceler des différences notables. Observer les valeurs de k le long d'une section transversale semble tout de même pertinent.

FIGURE 3.41 – Influence de la méthode de résolution des équations de transport sur le profil de k .

À la section en $x = 8.65 [m]$, on retrouve le pic qui correspond à la tâche de la figure 3.40 s'étalant d'environ $x = 9 [m]$ à $x = 12 [m]$ le long de l'intersection du canal principal et de la plaine d'inondation gauche. Ce pic semble être une anomalie due à un problème de calcul de dérivées. En effet, lorsque l'on raffine le maillage, ces anomalies disparaissent et aucun pic de ce genre n'apparaît dans les profils de k . Le creux du profil de vitesse obtenu au niveau du canal principal en $x \approx 1.9 [m]$ est causé par ce problème de pic (voir figure 3.38).

Le changement de méthode de résolution des équations de transport ne semble pas corriger ce problème. Malgré quelques modifications légères du profil de k , l'allure générale des deux profils restent la même. En observant les champs à la figure 3.40, on peut quand même conclure que le modèle de prédicteur-correcteur ne réduit pas les taches, loin de là, et semble même les amplifier par endroits.

Conclusion à propos du modèle de résolution des équations de transport

L'avantage d'utiliser un tel modèle est discutable. D'abord car il est plus compliqué à implémenter dans un code de calcul. Ensuite, il augmente considérablement le temps de calcul qui, pour un même maillage M10, se voit presque triplé. L'amélioration des résultats est notable, aussi bien visuellement qu'à l'aide des indicateurs mais semble tout de même trop faible lorsque le critère du temps de calcul rentre en jeu. Le tableau 3.10 reprend les temps de calcul pour différents maillages et compare le modèle explicite à celui du prédicteur-correcteur.

Modèle	Maillage	Temps de calcul
Explicite	M15	1h 09 min
	M10	4 h 16 min
	M6	9 h 45 min
	M3	56 h 43 min
Prédicteur-correcteur	M10	11 h 43 min

TABLE 3.10 – Temps de calcul nécessaire pour simuler 140 secondes d'écoulement : comparaison avec le modèle prédicteur-correcteur.

Les indicateurs du modèle de prédicteur-correcteur semblaient légèrement meilleurs que celui du modèle explicite et un maillage M6. Cette légère amélioration peut être discutée vis-à-vis des 3 heures supplémentaires nécessaires au calcul de ce modèle. De plus, le modèle de prédicteur-correcteur appliqué sur un maillage relativement grossier (M10) est toujours sensible aux problèmes de pics du profil de l'énergie cinétique turbulente, comme on a pu l'observer pour la section en $x = 8.65 [m]$ qui induit un creux au niveau du profil de vitesse.

Pour ces raisons, il semble préférable de raffiner le maillage plutôt que d'opter pour un modèle plus complexe de résolution des équations de transport du modèle $k - \varepsilon$.

3.4.5 Comparaison avec les autres modèles de turbulence

Dans cette sous-section, les résultats obtenus à l'aide des différents modèles présentés à la section 1.4 sont comparés entre eux. On discute alors de l'intérêt d'opter pour l'un ou l'autre modèle. Tout comme la section précédente, les résultats discutés sont les suivants : le profil de vitesse longitudinale le long d'une section transversale, la hauteur d'eau évaluée sur une section longitudinale du canal et l'énergie cinétique turbulente k .

Profil de vitesse

Les profils de vitesse illustrés ici sont ceux pour les deux sections au milieu du canal, en $x = 8.65 [m]$ et en $x = 13.15 [m]$. Ainsi, on évitera toute influence négative des conditions limites du modèle numérique ou du modèle expérimental. Les figures 3.42, 3.43 et 3.44 correspondent respectivement aux résultats obtenus pour les maillages M10, M6 et M3 avec les modèles $k-l$ et $k-\varepsilon$. Le modèle $\lambda U^* h$, beaucoup moins sensible au raffinement, a été testé avec un maillage M15. La valeur du coefficient λ est imposée constante partout dans le canal et vaut 0.21.

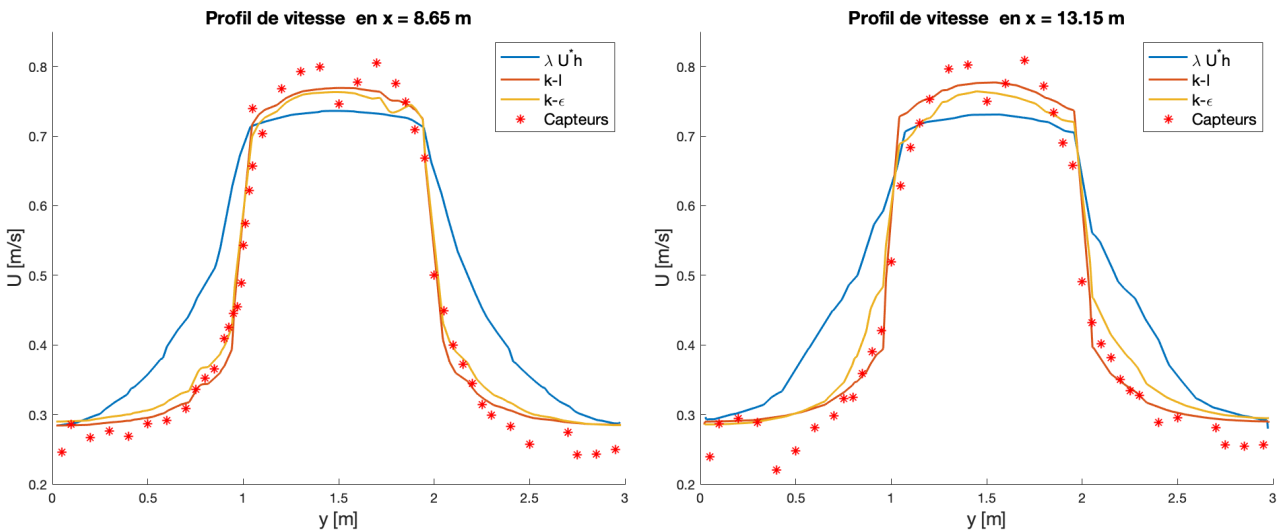


FIGURE 3.42 – Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : profils de vitesse (M10).

On note que le creux du profil de vitesse du modèle $k - \varepsilon$ n'apparaît pas dans le modèle $k - l$ qui semble moins sujet à des pics de grande amplitude dans le profil de k . Ceci peut s'expliquer par le fait que le modèle $k - \varepsilon$ est basé sur deux équations de transport couplées et est donc plus sujet à des instabilités. Le modèle $\lambda U^* h$ semble bien trop diffusif par rapport aux autres et surestime donc fortement la vitesse dans les plaines d'inondations.

On remarque que les résultats obtenus avec le modèle $k - \varepsilon$ sont plus diffusifs avec ce maillage M10 que ceux obtenus avec le modèle $k - l$. Ceci peut à nouveau être expliqué par le fait que le modèle $k - \varepsilon$ résout deux équations de transport couplées.

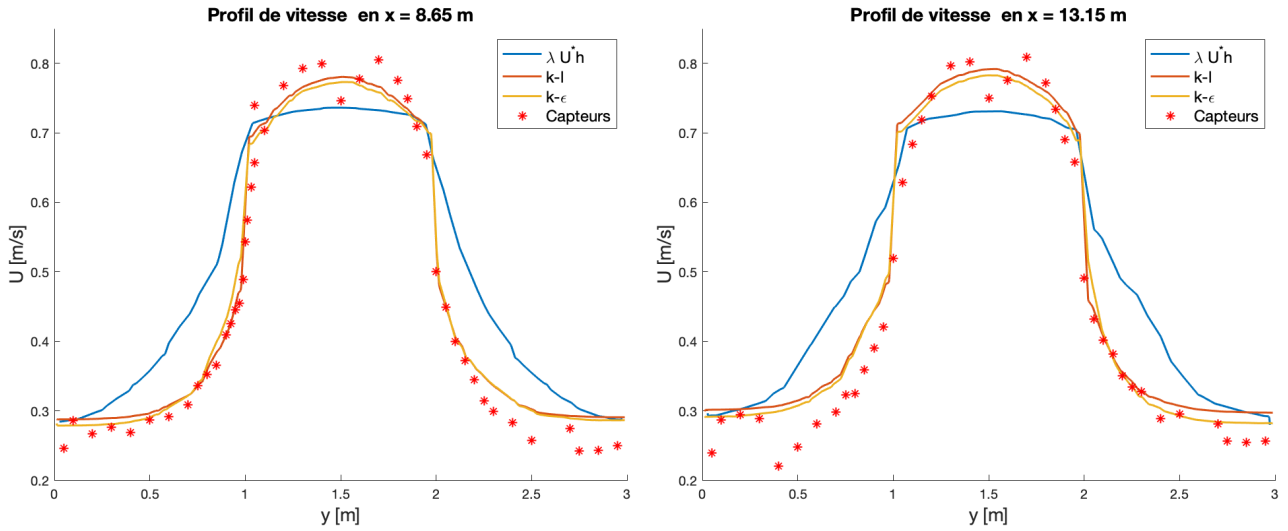


FIGURE 3.43 – Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : profils de vitesse (M6).

On remarque qu'au plus le maillage est fin, au plus les modèles $k-l$ et $k-\varepsilon$ sont proches l'un de l'autre.

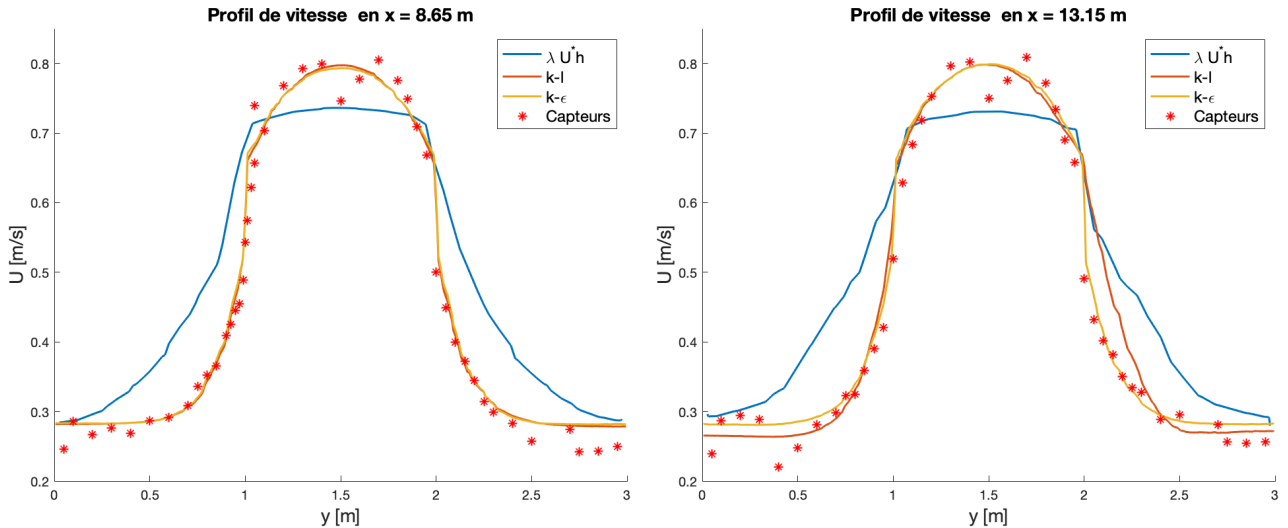


FIGURE 3.44 – Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : profils de vitesse (M3).

Cette tendance se confirme avec ce maillage M3 où les deux profils sont presque indissociables pour la section en $x = 8.65 [m]$. Par contre, la différence pour l'autre section est plus importante et est causée par l'écart créé par le profil de vitesse du modèle $k-l$ avec les valeurs expérimentales. Cet écart est induit par une anomalie dans le champ de k qui apparaît pour des maillages assez fins. Ce champ est présenté plus loin, à la figure [3.48](#).

De nouveau, les indicateurs sont des outils utiles pour confirmer les dires précédents. Ils sont repris aux tableaux [3.11](#) et [3.12](#) qui comparent les différents modèles de contraintes turbulentes.

RMSE [cm/s]	$\lambda U^* h$		$k-l$		$k-\varepsilon$	
$x [m]$	8.65	13.15	8.65	13.15	8.65	13.15
M10	10.65	10.03	3.12	4.00	3.30	4.64
M3			2.94	3.16	3.16	3.05

TABLE 3.11 – Indicateur RMSE : influence du modèle de contrainte turbulente sur la vitesse.

MPE [%]	$\lambda U^* h$		$k-l$		$k-\varepsilon$	
x [m]	8.65	13.15	8.65	13.15	8.65	13.15
M10	20.87	20.56	3.01	5.27	5.31	8.75
M3			3.46	3.79	4.04	3.90

TABLE 3.12 – Indicateur MPE : influence du modèle de contrainte turbulente pour différents maillages.

Ceux-ci confirment que le modèle $\lambda U^* h$ est nettement moins bon que les deux autres. L'erreur sur le champ de vitesse est de l'ordre de 10 [cm/s] et représente environ 20 [%] de la vitesse.

Les indicateurs obtenus pour les deux autres modèles sont relativement proches. Étonnamment, les indicateurs montrent que l'erreur est plus faible pour le modèle $k-l$ que le modèle $k-\varepsilon$ pour un maillage M3. Ces résultats sont sûrement causés par les 3 points expérimentaux sur la gauche du profil qui semblent être de mauvaises mesures. Le profil de $k-l$ étant plus bas de ce côté, il est moins impacté par ces erreurs de mesure. Ces résultats montrent bien qu'il ne faut pas se baser uniquement sur les indicateurs.

Hauteur d'eau

Les profils de hauteur d'eau calculés avec les maillages M10 et M3 dans le canal principal et les plaines d'inondations sont illustrés ci-dessous. Pour rappel, le dispositif expérimental est tel que l'écoulement dans le canal est uniforme. La hauteur d'eau est donc supposée constante tout le long du canal.

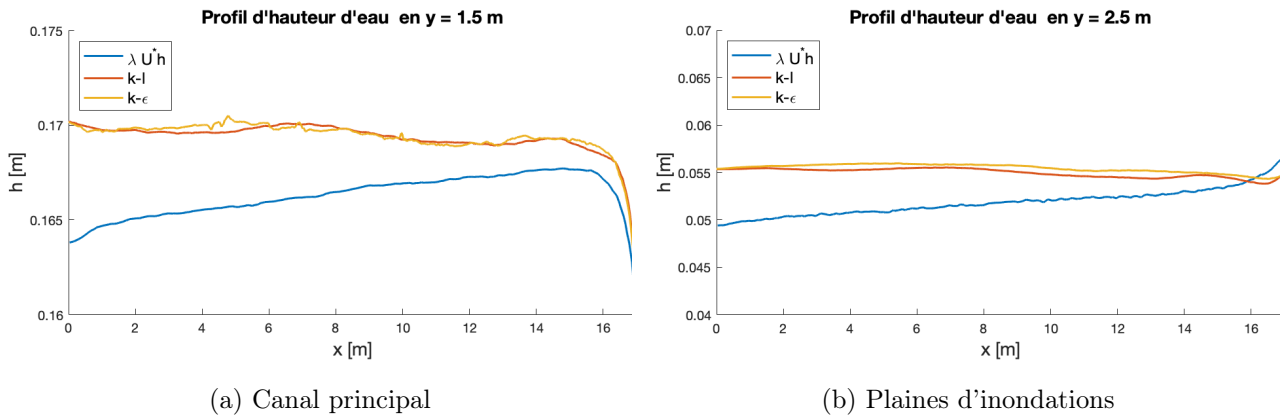


FIGURE 3.45 – Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : hauteur d'eau (M10)

A nouveau, les résultats obtenus pour le modèle $\lambda U^* h$ sont nettement moins bons. Au niveau des deux sous-sections du canal, la hauteur d'eau de ce modèle est nettement moins constante et plus basse que le niveau attendu. Concernant les deux autres modèles, ils fournissent des résultats plutôt proches et similaires. La principale différence survient dans le canal principal où le profil du modèle $k-\varepsilon$ présente certains pics notamment entre $x = 4$ [m] et $x = 6$ [m]. Tout comme les anomalies du profil de vitesse pour ce maillage, ces pics sont liés aux anomalies du champ de k qui varie parfois brusquement et localement dans le canal principal. Dans ce cas-ci, cette anomalie est causée par des valeurs relativement faibles du champ de k représenté par une tache bleue entre $x = 4$ [m] et $x = 6$ [m] (figure 3.40).

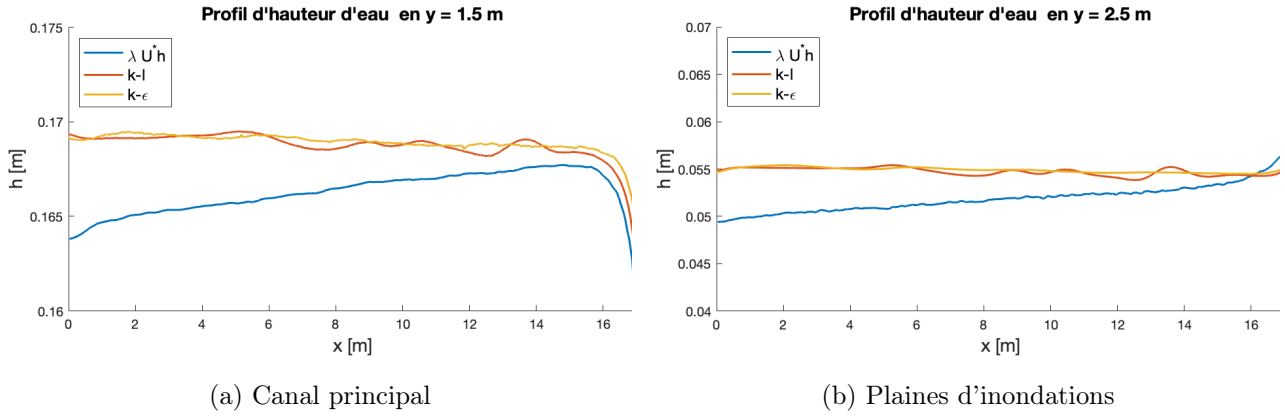
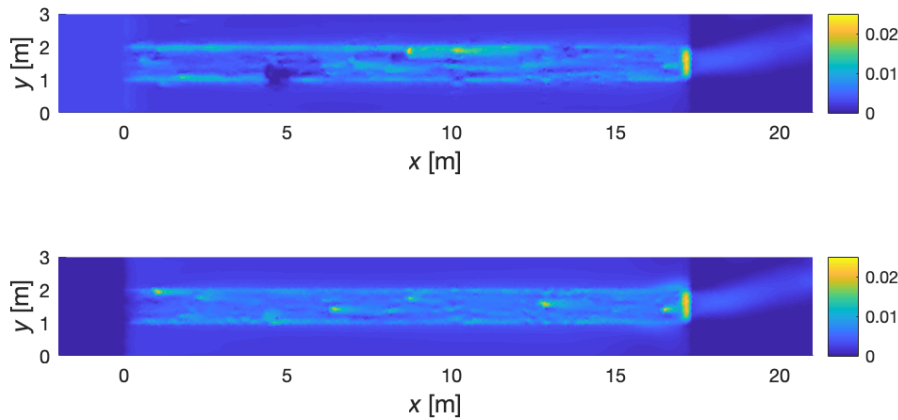


FIGURE 3.46 – Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : hauteur d'eau (M3)

En raffinant le maillage, les anomalies disparaissent. On remarque que le profil du modèle $k - \epsilon$ semble ici plus constant par rapport à celui du modèle $k - l$ qui présente quelques vagues. Ces ondulations du profil indique en fait qu'une anomalie a induit un phénomène oscillatoire qui empêche l'écoulement de se stabiliser.

Énergie cinétique turbulente k

Comme on l'a vu pour le profil de vitesse et de hauteur d'eau, le champ d'énergie cinétique turbulente influence beaucoup la qualité des résultats, surtout pour les maillages plus grossiers. Ci-dessous sont représentés les champs de k calculés avec les modèles $k - \epsilon$ à une et deux équations et un maillage M10.

FIGURE 3.47 – Influence du modèle de contraintes turbulentes sur le champ de k [m²/s²] : modèle $k - \epsilon$ et $k - l$ (M10).

Le champ du modèle $k-l$ est beaucoup plus régulier et présente des taches plus petites. A nouveau, cette différence vient du fait que le modèle $k-l$, plus simple, ne résout que l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente et exprime la valeur du taux de dissipation d'énergie ν_t avec une relation simple et direct. Tandis que le modèle à deux équations nécessite de déterminer le taux de dissipation d'énergie cinétique ϵ qui s'obtient en résolvant une autre équation de transport. Les deux équations de transport sont couplées, ce qui rend le système moins stable et plus sujet à des anomalies comme ces pics. Lorsque l'on raffine le maillage, ces anomalies disparaissent peu à peu pour les champs de k des deux modèles.

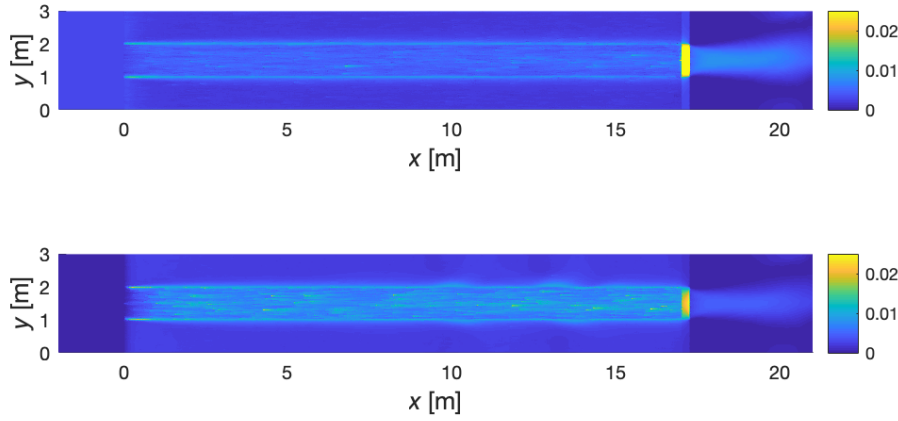


FIGURE 3.48 – Influence du modèle de contraintes turbulentes sur le champ de $k [m^2/s^2]$: modèle $k - \varepsilon$ et $k - l$ (M3).

La figure 3.48 met en évidence deux choses. Tout d'abord, on remarque très vite que le champ de k semble plus élevé pour le modèle $k - l$ que pour l'autre. Ensuite, comme évoqué précédemment, le champ du modèle $k - l$ présente quelques "vagues" au droit des interfaces entre le canal principal et les plaines d'inondations. Celles-ci semblent être des anomalies numériques et influencent d'ailleurs fortement le profil de vitesse qui se voit faussé (figure 3.44). Ces vagues se déplacent le long du canal, ce qui perturbe l'écoulement qui ne converge pas correctement dans ce cas-ci.

Ci-dessous, les profils d'énergie cinétique turbulente sont repris pour les deux sections centrales du canal et pour deux maillages différents (M10 et M3).

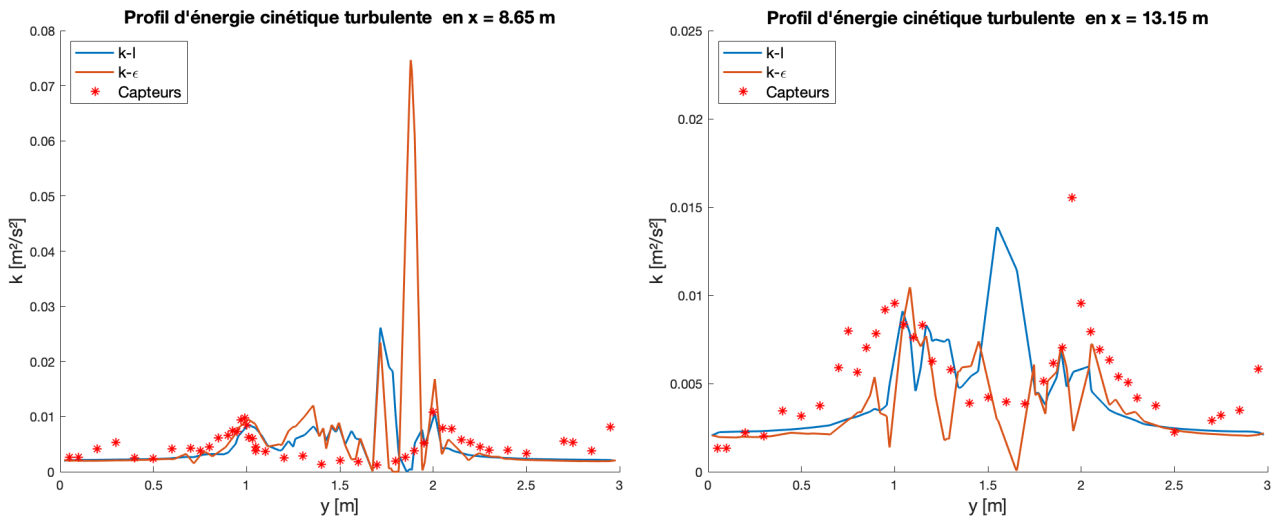


FIGURE 3.49 – Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : énergie cinétique turbulente (M10).

Pour le profil de la section en $x = 8.65 [m]$, on retrouve bien le pic qui survient uniquement pour le modèle $k - \varepsilon$. Les profils sont comparés aux valeurs expérimentales obtenues depuis les mesures de fluctuations de vitesse. L'ordre de grandeur obtenu est le bon mais le profil n'est pas parfait. En fait, les valeurs obtenues pour les plaines d'inondations semblent plutôt correctes. Par contre, les valeurs expérimentales sont beaucoup plus faibles au niveau du canal principal. Le profil expérimental présente deux pics au niveau des interfaces. Les deux modèles numériques reproduisent plutôt bien ces pics mais présentent tous les deux des valeurs trop importantes dans le canal principal. A priori, on pourrait croire que raffiner le maillage pourrait régler le problème et qu'il est dû à un gradient important de k de part et d'autre du canal principal.

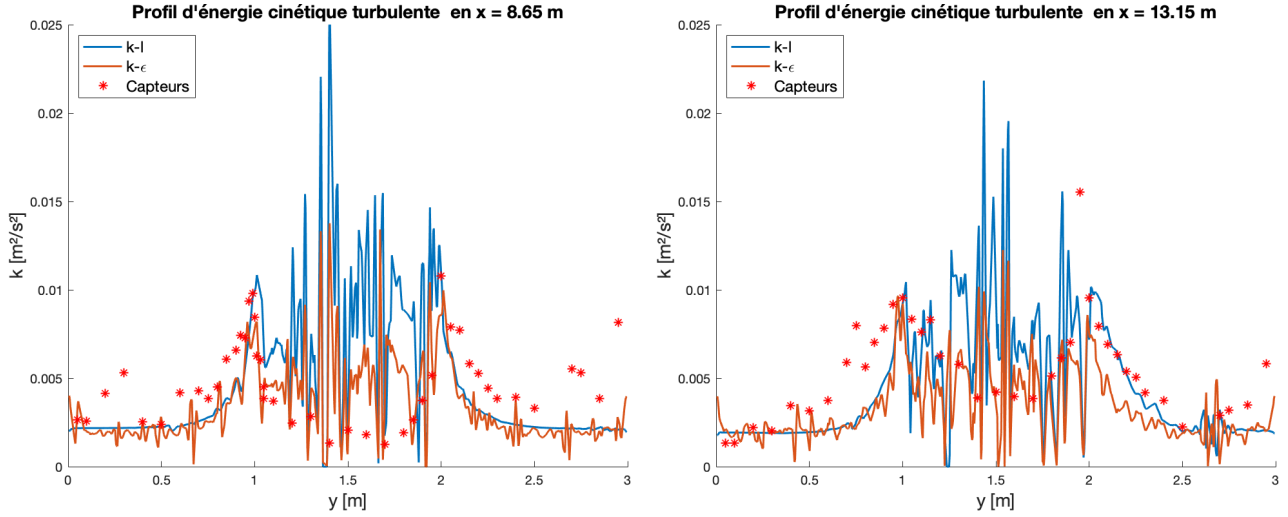


FIGURE 3.50 – Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : énergie cinétique turbulente (M3).

La figure 3.50 montre que pour un maillage fin, le profil de k au niveau du canal principal devient encore plus chaotique et irrégulier. Ici encore, le profil n'est pas trop mal représenté en dehors du canal principal. Il est donc étonnant que de telles valeurs de k puissent fournir de si bons profils de vitesse. À noter qu'on observe de nouveau que le profil de l'énergie cinétique turbulente pour le modèle $k-l$ est légèrement supérieur à l'autre.

Les deux tableaux ci-dessous donnent les indicateurs calculés pour les résultats de k obtenus avec chacun des deux modèles.

RMSE [m^2/s^2]	$k-l$		$k-\varepsilon$	
x [m]	8.65	13.15	8.65	13.15
M10	0.0036	0.0033	0.0110	0.0031
M3	0.0049	0.0030	0.0029	0.0030

TABLE 3.13 – Indicateur RMSE : influence du modèle de contrainte turbulente sur l'énergie cinétique turbulente.

MPE [%]	$k-l$		$k-\varepsilon$	
x [m]	8.65	13.15	8.65	13.15
M10	41.91	8.26	100.54	24.64
M3	68.54	1.14	16.40	27.64

TABLE 3.14 – Indicateur MPE : influence du modèle de contrainte turbulente sur l'énergie cinétique turbulente.

On remarque vite que le pic du modèle $k-\varepsilon$ pour le maillage M10 influence beaucoup la valeur des indicateurs. Pour le reste, vu que le profil du modèle $k-l$ est plus haut que l'autre dans le canal principal, les indicateurs du modèle $k-l$ sont moins bons.

La valeur très faible du MPE est obtenue pour le modèle $k-l$ en $x = 13.15$ [m]. Cette valeur permet de mettre en évidence la nécessité d'utiliser deux indicateurs différents. Cette valeur très faible est un pur hasard. L'indicateur somme les erreurs tout le long du profil et non pas les valeurs absolues des erreurs. Dans ce cas, la différence d'erreur lorsque les valeurs expérimentales sont supérieures au modèle numérique (plaines d'inondations) compense presque parfaitement la différence d'erreur lorsque les valeurs expérimentales sont inférieures au modèle numérique (canal principal).

Conclusion à propos du modèle de contraintes turbulentes

Tout d’abord, il est clair que le modèle $\lambda U^* h$ est moins bon que les deux autres. Le profil de vitesse est trop diffusif et la hauteur d’eau varie relativement fort le long du canal. En suivant un processus itératif d’essai-erreur en modifiant les paramètres λ et n du canal principal et des plaines d’inondations, il est sûrement possible d’obtenir des résultats plus précis. Il faut tout de même garder en tête qu’il est important de savoir ce qu’on fait mais surtout de garder un modèle physique et reproductible sur un autre cas réel. Il y a peu d’intérêt à ajuster les paramètres pour avoir les meilleurs résultats possibles si ces paramètres ne représentent finalement plus grand chose physiquement et qu’il n’est pas possible de trouver ces valeurs sans ces données expérimentales.

Concernant les deux autres modèles, on retombe sur les mêmes conclusions que C.Pham Van [25] : le modèle $k - \varepsilon$ n’apporte pas plus que le modèle $k - l$ à une équation. On remarque tout de même dans cette implémentation à l’aide d’un schéma de volumes finis bidimensionnels et en calculant les dérivées avec la méthode LSFD, que les résultats dépendent fortement des valeurs obtenues pour l’énergie cinétique turbulente k . Pour des maillages grossiers, le modèle $k - \varepsilon$ semble plus sensible et sujet à des variations locales importantes de cette variable hydraulique. Ces anomalies semblent survenir aléatoirement dans le canal principal et affectent les profils de vitesse et de hauteur d’eau qui se voient modifiés localement. Lorsque le maillage est plus fin, le profil de k devient très rugueux et oscille fortement dans le canal principal. Il dévie donc fortement des valeurs expérimentales du canal principal. Cette déviation ne semble pourtant pas affecter les autres variables hydrauliques.

Pour le maillage M3, on note tout de même quelques anomalies locales du champ de k aux interfaces entre le canal principal et les plaines d’inondations pour le modèle $k - l$, qui affectent aussi le profil de vitesse. Pour des raisons inconnues, des oscillations ont pris place aux interface du canal principal avec les plaines d’inondations. Ces dernières semblent se maintenir dans le temps et empêchent l’écoulement de se stabiliser et de converger vers le profil réel. Pour ces raisons-là, il vaut mieux opter pour le modèle $k - \varepsilon$ qui ne présente pas ce problème.

Le tableau ci-dessous reprend les temps de calcul des différents modèles.

Modèle	Temps de calcul
$\lambda U^* h$	37 min
$k - l$	45 min
$k - \varepsilon$	60 min

TABLE 3.15 – Temps de calcul pour simuler 120 secondes d’écoulement pour différents modèles.

Il est important de comprendre que le calcul doit être effectué plusieurs fois pour le modèle $\lambda U^* h$ avant de trouver un couple de valeurs λ et n optimal. Les deux autres modèles ne nécessitent en principe aucun calibrage. Le nombre de cellules de soutien nécessaires au calcul des dérivées semble relativement constant pour une même taille de maillage. Les mêmes valeurs peuvent donc être réutilisées pour d’autres cas tests.

3.4.6 Discussion terme de production d’énergie cinétique turbulente P_{kd}

Le modèle de Manning fournit de bons résultats, même pour la configuration UCW. Cependant, ce modèle représente en réalité les pertes de charge induites par le cisaillement de fond. Cette hypothèse de base n’est plus valide dans le cas de l’ajout d’un réseau de cylindres. C’est la raison pour laquelle le modèle qui ajoute un terme P_{kd} à l’équation de transport de k a été étudié. Il permet en principe de mieux représenter la physique en tenant compte de l’effet de traînée que l’on a lorsqu’on a des obstacles de ce type.

Dans cette sous-section, l’application du terme P_{kd} présenté à la section [1.4.3] est exposée. Ce terme,

ajouté à l'équation de transport de l'énergie cinétique k , permet de prendre en compte les effets turbulents générés par le réseau de cylindres de la configuration UCW. Pour rappel, voici comment s'exprime ce terme additionnel de production d'énergie cinétique turbulente.

$$P_{kd} = \frac{a c_b}{2} (U^2 + V^2)^{1,5} \quad (3.4.7)$$

Le terme a est défini par la géométrie du réseau et dépend des différents espacements et du diamètre des cylindres. Pour rapppe, les termes U et V sont les vitesses longitudinales et transversales moyennées selon la hauteur et sont aussi connus. Le dernier terme, le coefficient de traînée c_b est plus compliqué à déterminer.

Nadaoka et al. [23] a choisi les valeurs de ce coefficient pour que la moyenne du profil de vitesse du canal principal U_{cp} et des plaines d'inondations U_{pi} correspondent à celles mesurées expérimentalement. On opte pour une première valeur de $c_b = 2.347$. Cette valeur est déterminée en effectuant une approximation linéaire à partir des diamètres des cylindres et des valeurs choisies pour les cas tests de Nadaoka et al. Cette valeur ne donne pas de résultats très convaincants, ce qui prouve qu'il n'est pas évident de la déterminer. Il est en fait difficile d'estimer le sillage d'un ensemble d'obstacles de ce type-là.

En jouant avec ce paramètre inconnu c_b , on a pu se rapprocher du profil expérimental. La figure 3.51 illustre les résultats obtenus pour différents coefficients c_b . Ces résultats proviennent de simulations effectuées sur un maillage M10. Les profils ne sont pas parfaitement symétriques mais on suppose que raffiner le maillage devrait régler en principe ce problème.

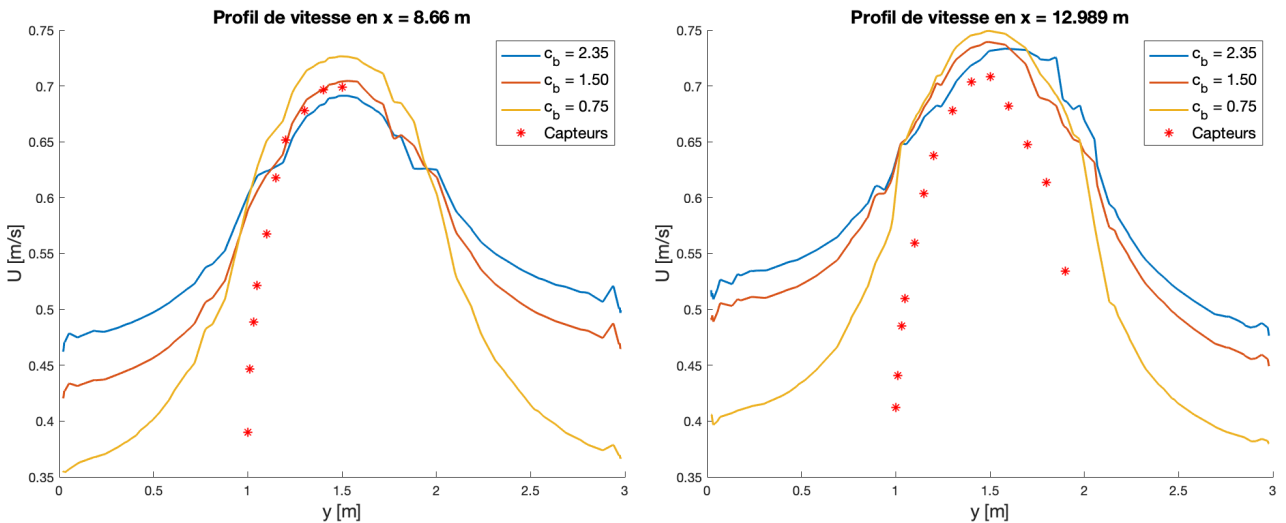


FIGURE 3.51 – Profil de vitesses : comparaison entre différents coefficients de traînée c_b .

Ces résultats ont été obtenus avec un coefficient de Manning des plaines d'inondations $n_{pi} = 0.017 [s/m^{1/3}]$ qui correspond à la rugosité de la configuration UCM (sans l'ajout des cylindres). Il semble impossible d'obtenir une valeur de c_b qui reproduit parfaitement le profil de vitesse. En fait, il faut aussi augmenter les pertes de charge en augmentant le coefficient de Manning car le coefficient de traînée c_b joue surtout sur la diffusion du profil en augmentant l'énergie cinétique turbulente. On observe bien qu'en diminuant le coefficient de traînée, la diffusion diminue. En effet, la vitesse diminue dans les plaines d'inondations et augmente dans le canal principal.

Si l'on fait varier le coefficient de Manning des plaines d'inondations, il est tout de même possible de ralentir l'écoulement au niveau des berges pour que les résultats se rapprochent plus des cas expérimentaux. Le problème est qu'on rentre ici dans un procédé de *tuning* de paramètres qui n'a plus trop de sens physique et n'est pas reproductible en pratique. Il faut bien garder en tête qu'un des objectifs

principaux de la modélisation numérique est de pouvoir réutiliser le modèle en pratique et que l'on n'a pas toujours accès à des résultats expérimentaux permettant de calibrer à ce point les paramètres.

Cette approche nécessite donc de calibrer plusieurs paramètres (c_b et n). De plus, il semble plus compliqué de se rapprocher du profil expérimental avec ce modèle. Cette piste ne semble donc pas idéale. L'approche de Manning, plus simple, semble alors mieux adaptée pour un cas pratique de ce type. Surtout que dans notre cas, il n'a pas fallu tester plusieurs valeurs des paramètres. Le premier coefficient de Manning testé a directement donné des résultats très satisfaisants. Pour rappel, ce coefficient a été déterminé en procédant à une approximation linéaire depuis les valeurs de n obtenues en canal à lit isolé pour d'autres hauteurs d'eau.

3.4.7 Profils de vitesses

Les résultats obtenus pour la vitesse longitudinale moyennée sur la hauteur sont d'abord illustrés par le champ de vitesse de l'ensemble du canal et puis le long de quatre sections transversales pour lesquelles des résultats expérimentaux sont fournis.

Configuration UCM

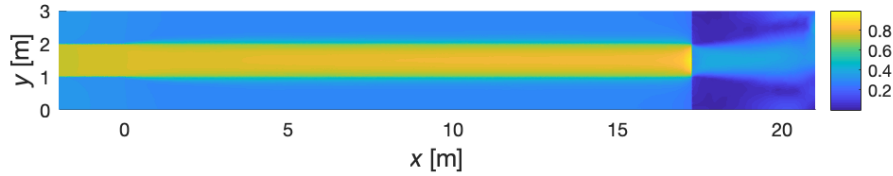
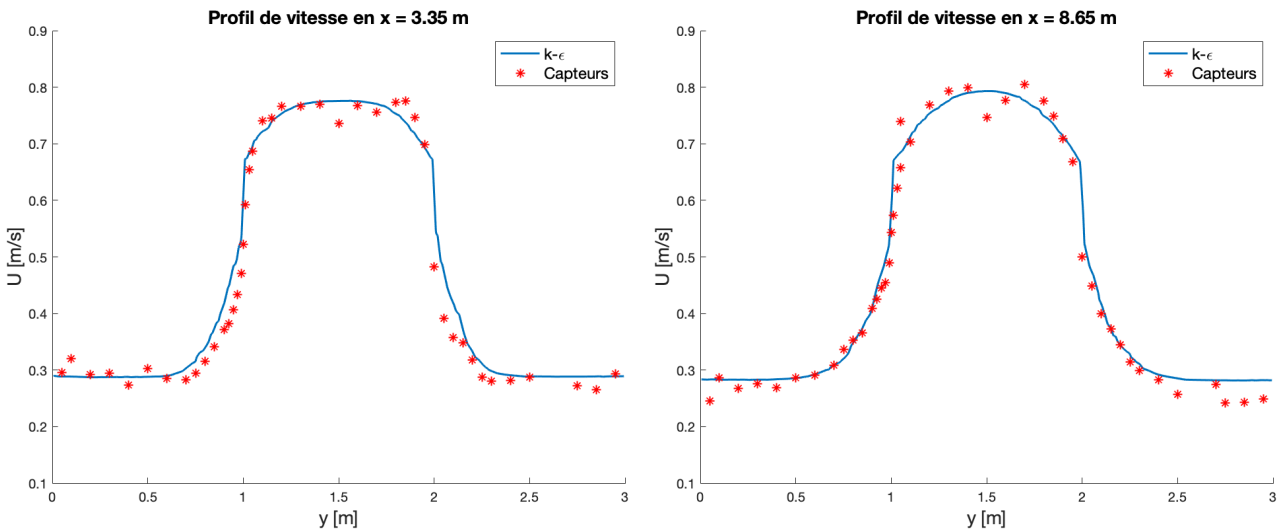


FIGURE 3.52 – Champ de la vitesse $|\vec{V}|$ [m/s] pour la configuration UCM (M3).

On distingue très bien les 3 zones présentées à la figure 3.8 de la section 3.3.1. Le bief non-turbulent est caractérisé par un profil de vitesse abrupt : la vitesse est constante dans le canal principal et constante dans les plaines d'inondations et varie brusquement aux interfaces. La vitesse varie plus doucement dans le reste du canal où l'écoulement est plus diffusif comme on peut le remarquer avec les bandes vertes présentes aux interfaces. Enfin, la vitesse est très faible dans le bassin de dissipation, sauf dans l'axe du canal principal où une quantité d'eau importante arrive de l'amont. Contrairement aux maillages plus grossiers, le profil de vitesse reste parfaitement symétrique dans le bassin.



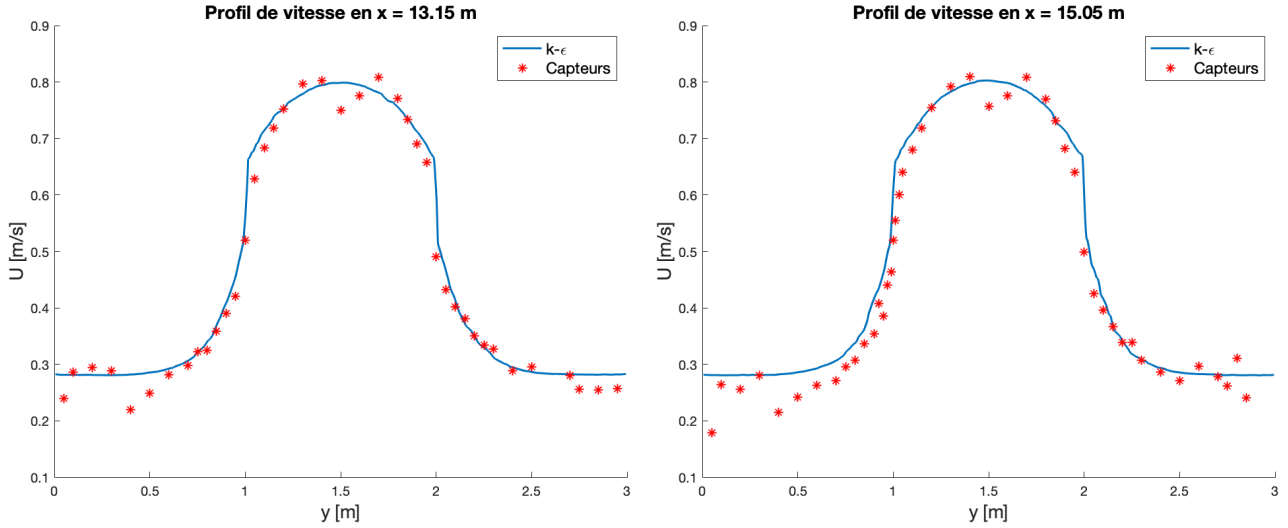


FIGURE 3.54 – Profils de vitesse : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (UCM).

Les résultats sont plutôt bons. Comme évoqué précédemment, la section en $x = 3.35 [m]$ est impactée par les conditions expérimentales amont. On remarque que pour cette section, le profil expérimental est légèrement plus abrupt et est donc moins bien représenté par le modèle.

Le profil expérimental étant asymétrique, on peut légitimement penser que certaines erreurs de mesures ont été commises (surtout sur les plaines d'inondations). La retombée du profil de vitesse en $y = 1.5 [m]$ n'est pas représentée par le modèle. L'hypothèse d'une erreur de mesure est envisageable. Elle est tout de même peu probable puisqu'elle se retrouve aux quatre sections différentes. M.Gillain [15] explique cela par des phénomènes de recirculations dans le plan $y - z$ qui se rencontrent au milieu du canal et génèrent des pertes de charge localement. Ces recirculations verticales, illustrées à la figure 1.2, ne peuvent être représentées par notre modèle qui est moyenné sur la verticale.

Les bons résultats obtenus pour la section en $x = 15.05 [m]$ prouvent que les conditions aux limites ont été bien modélisées et ne perturbent pas l'écoulement en amont.

Configuration UCW

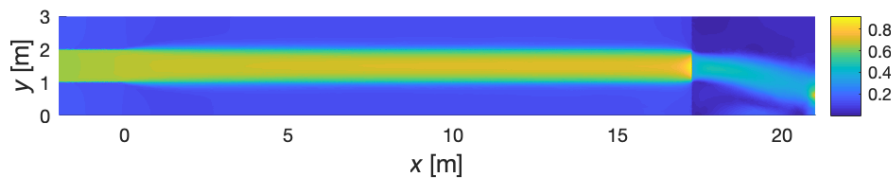


FIGURE 3.55 – Champ de la vitesse $|\vec{V}| [m/s]$ pour la configuration UCW (M3).

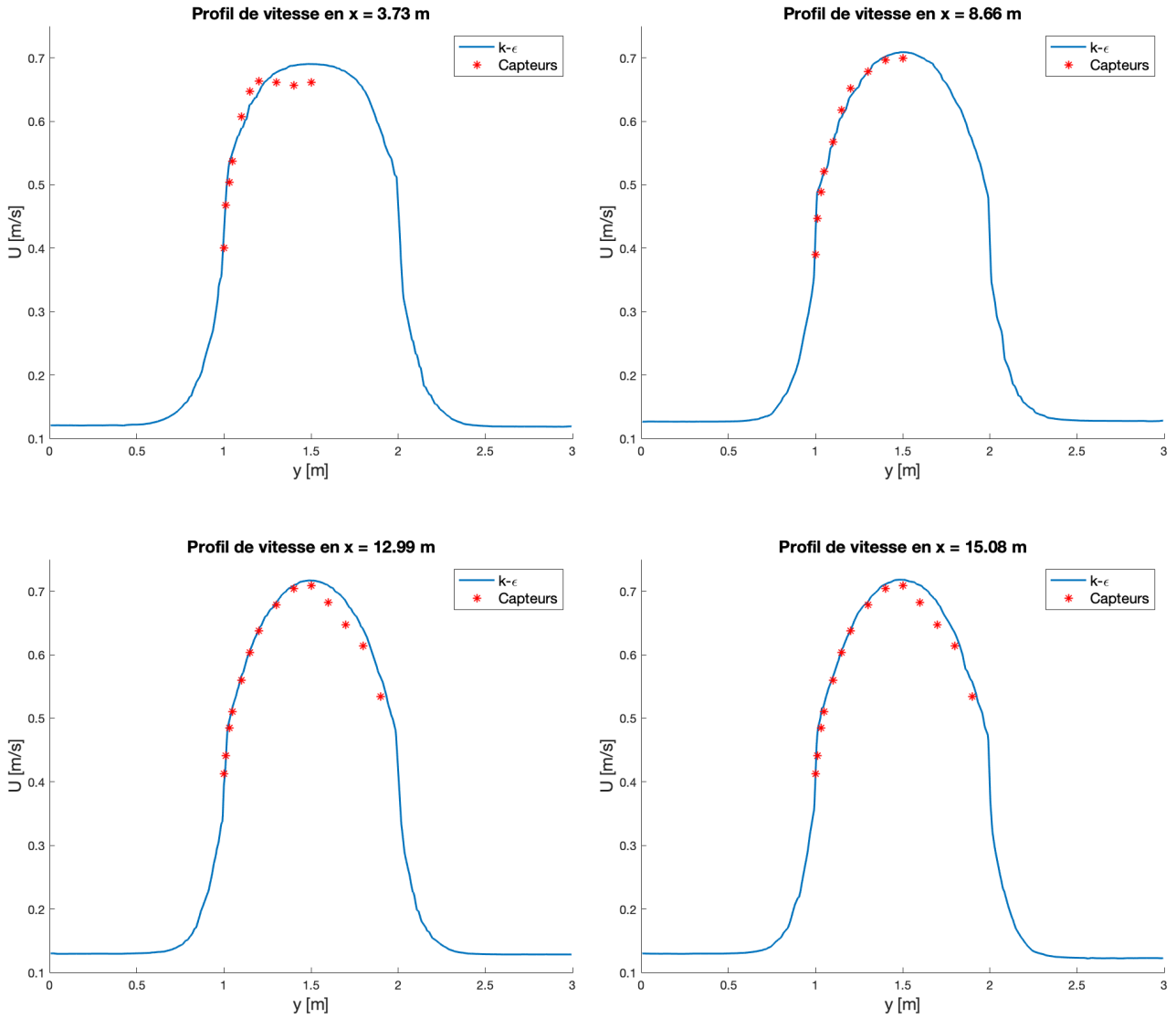


FIGURE 3.57 – Profils de vitesse : comparaison entre le modèle $k - \epsilon$ et les mesures expérimentales (UCW).

On remarque d'abord que la vitesse n'est plus parfaitement symétrique dans le bassin de dissipation. Ensuite, dû à l'augmentation des pertes de charge dans les plaines d'inondations, la vitesse y est considérablement plus faible que dans la configuration UCM. Le gradient de rugosité étant plus important entre le canal principal et les plaines d'inondations, le profil est plus allongé que pour la configuration UCM. À nouveau, les profils de vitesse obtenus sont plutôt bons. Malgré que les pertes de charge ne soient plus générées uniquement par le cisaillement de fond, le modèle de Manning semble être encore efficace avec cette configuration. La valeur du coefficient de Manning obtenu à l'aide d'une régression linéaire des tests en lit isolé semble avoir bien été choisie.

Il faut tout de même garder en tête que les résultats ne sont sûrement pas correctes dans les plaines d'inondations. La présence des cylindres empêchant de prendre des mesures de vitesse fait varier en réalité localement le profil de vitesse qui n'est pas constant le long des plaines.

Tout comme pour la configuration UCM, les résultats sont moins bons pour le profil proche de la frontière amont. Ceci peut encore être expliqué par le dispositif expérimental qui perturbe l'écoulement à l'entrée du canal. Le profil obtenu en $x = 3.373$ [m] suit d'ailleurs un peu la même tendance et est aussi différent des autres profils puisqu'il est aussi influencé par l'amont (bief *non-turbulent*).

3.4.8 Hauteur d'eau

Les résultats étudiés sont ceux d'un écoulement établi. C'est la raison pour laquelle on a fait une analyse de la convergence à la section 3.4.1 qui a permis de savoir à quel moment l'écoulement n'est plus transitoire et a totalement convergé. Les conditions expérimentales sont telles que l'écoulement est uniforme. La hauteur d'eau est donc censée être constante tout le long du canal.

À nouveau, les résultats obtenus pour la variable hydraulique sont d'abord présentés globalement pour tout le canal et puis le long de sections longitudinales et transversales.

Configuration UCM

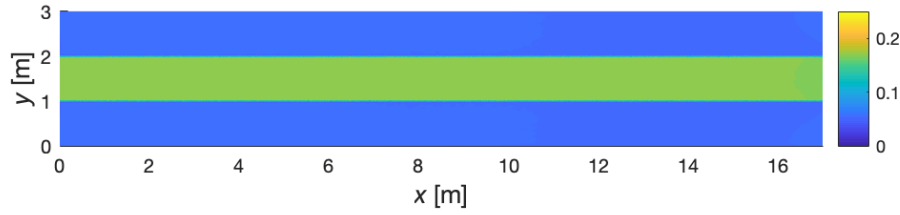


FIGURE 3.58 – Champ de hauteur d'eau h [m] pour la configuration UCM (M3).

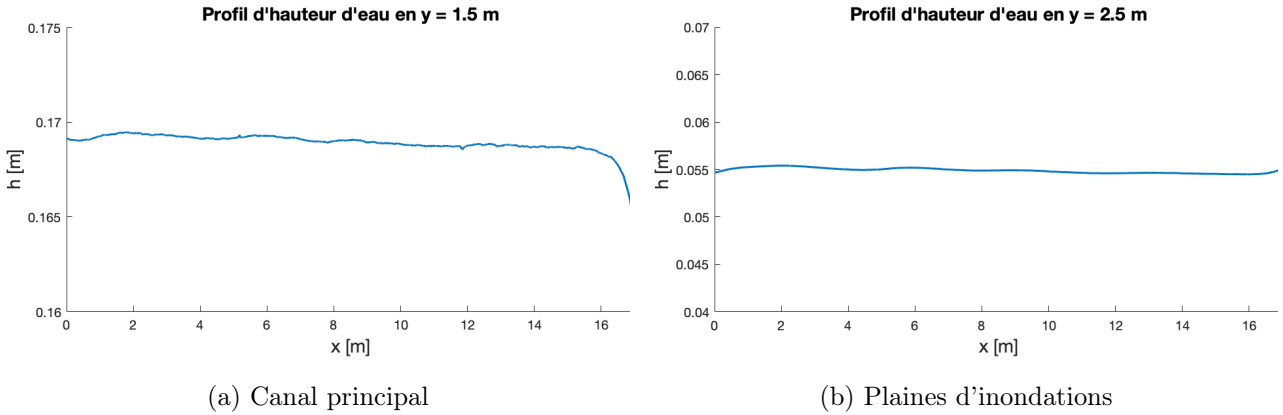


FIGURE 3.59 – Hauteur d'eau le long d'une section longitudinale (UCM).

Les hauteurs obtenues dans le canal principal et les plaines d'inondations sont quasiment constantes tout le long du canal. On remarque tout de même des petites variations brusques du niveau d'eau par endroits dans le canal principal. Comme évoqué plus tôt, ces anomalies sont sûrement causées par le profil très rugueux et chaotique de l'énergie cinétique turbulente dans le canal principal.

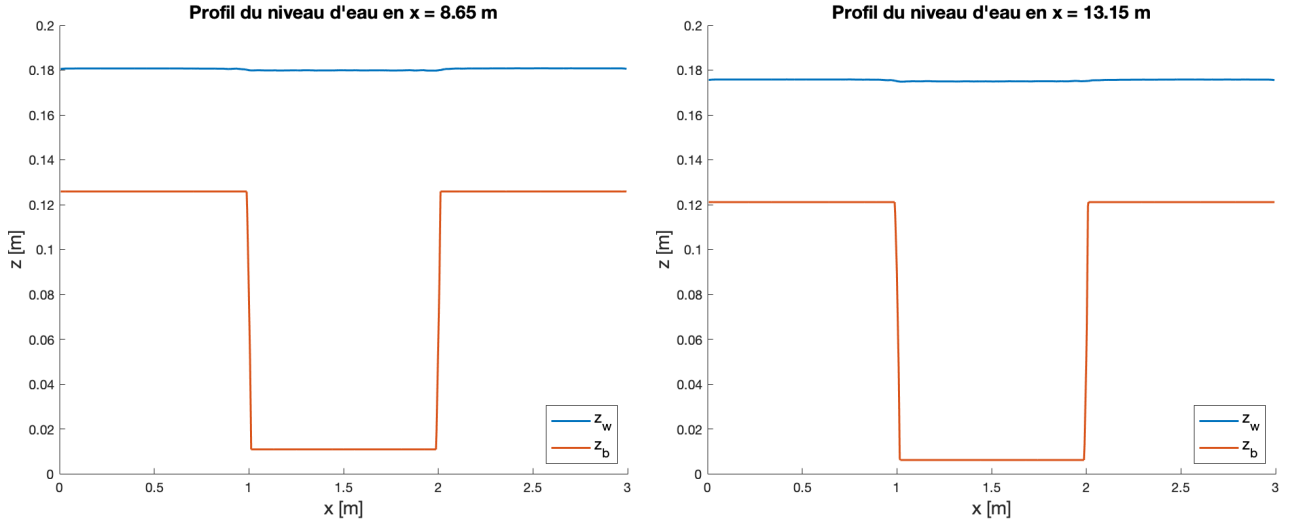


FIGURE 3.60 – Niveau d'eau le long d'une section transversale (UCM).

La figure 3.60 illustre le profil du niveau d'eau z_w et du niveau de fond z_b le long de deux sections transversales. Ces deux profils permettent de remarquer que le niveau d'eau est légèrement plus bas dans le canal principal (de l'ordre de 1 mm). Ceci prouve bien que le niveau n'est pas parfaitement constant le long d'une section transversale et explique en partie pourquoi imposer une hauteur constante à l'aval est problématique.

Configuration UCW

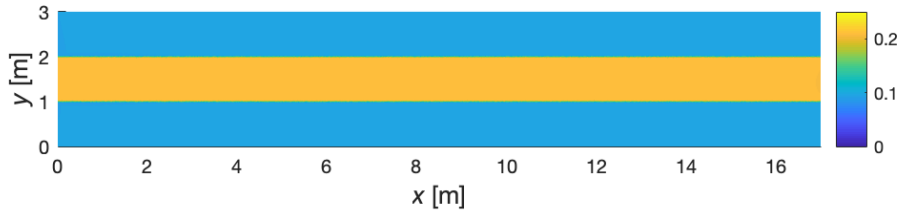
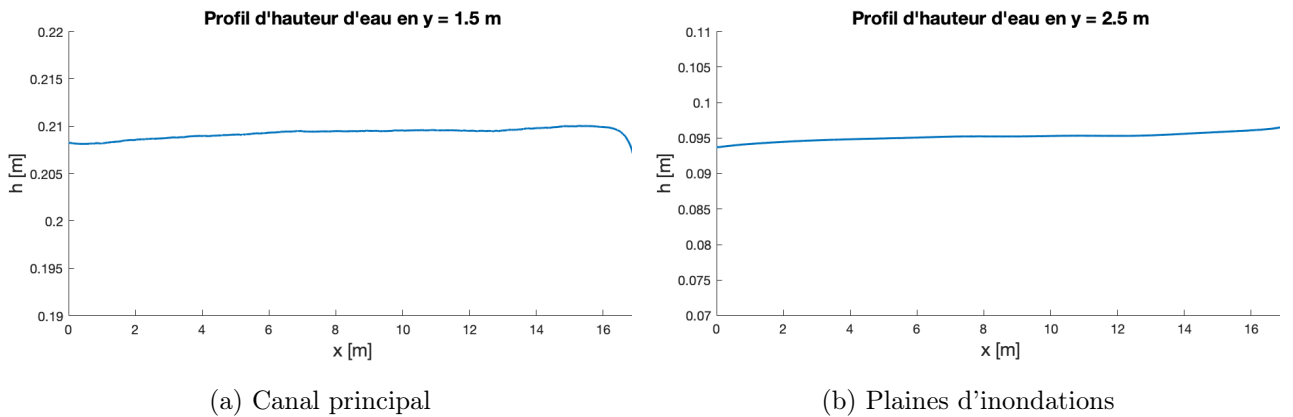
FIGURE 3.61 – Champ de hauteur d'eau $h\text{ [m]}$ pour la configuration UCW (M3).

FIGURE 3.62 – Hauteur d'eau le long d'une section longitudinale (UCW).

La hauteur d'eau, plus importante que pour l'autre configuration, est causée par des pertes de charge plus importantes générées par l'ajout du réseau de cylindres. On observe à la figure 3.62 que la hauteur d'eau n'est pas tout à fait constante mais qu'elle augmente doucement le long du canal.

Ceci témoigne d'une mauvaise hauteur imposée dans le bassin de dissipation. Cette hauteur H_{imp} , reprise au tableau 3.2 doit donc être revue légèrement à la baisse.

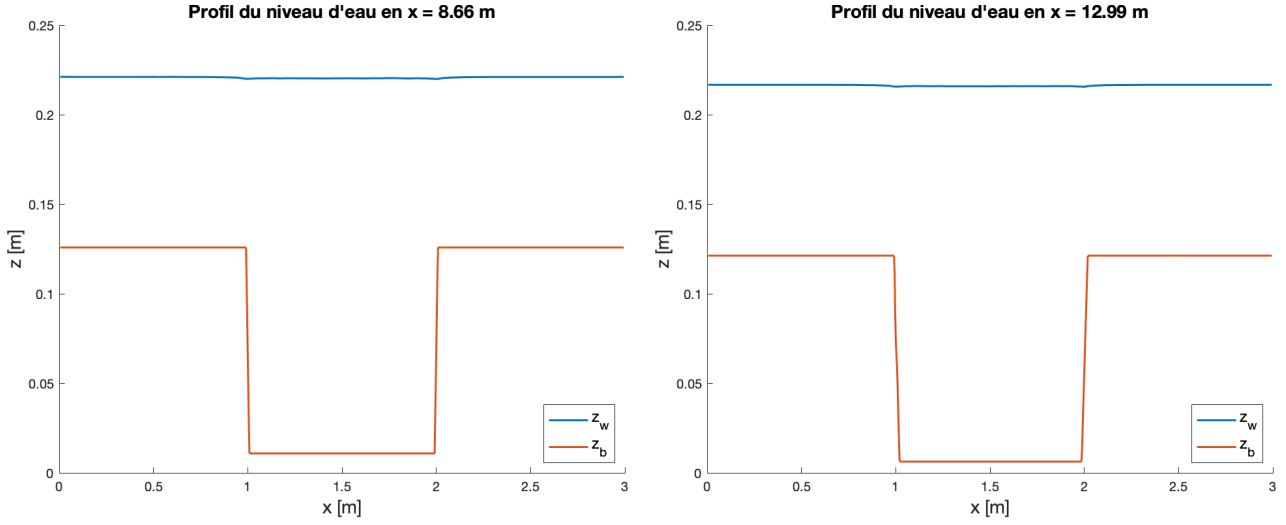


FIGURE 3.63 – Niveau d'eau le long d'une section transversale (UCW).

On retrouve, pour cette deuxième configuration, la légère chute de l'ordre de 1 [mm] du niveau d'eau dans le canal principal.

3.4.9 Énergie cinétique turbulente

Cette variable hydraulique turbulente, plus compliquée à déterminer numériquement, influence fortement les autres variables hydrauliques. La plupart du temps, lorsque le nombre de cellules de soutien est trop faible, c'est cette variable hydraulique qui est instable. C'est aussi l'énergie cinétique turbulente qui cause parfois des asymétries à cause de l'apparition de pics locaux.

Les valeurs expérimentales de k moyennées sur la hauteur sont obtenues depuis les mesures de fluctuations de vitesse de la façon suivante :

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'}) \quad (3.4.8)$$

Beaucoup de valeurs extrêmes de $\rho \overline{w'w'}$ ont été obtenues expérimentalement. Celles-ci apparaissent surtout proches de la surface et ont été rejetées pour des valeurs supérieures à 100 [$\frac{kg}{m \cdot s^2}$]. Ces valeurs extrêmes sont soit le résultat d'une mauvaise procédure expérimentale, soit dues aux limites techniques de la méthode employée. Les valeurs obtenues doivent donc être analysées avec prudence.

Configuration UCM

La figure 3.64 permet de mettre en évidence que la turbulence est nettement plus importante dans le canal principal qu'ailleurs. On visualise bien la transition en $x = 17$ [m] à partir de laquelle on ne calcule plus l'énergie cinétique turbulente avec le modèle $k - \varepsilon$ mais directement à partir de la vitesse.

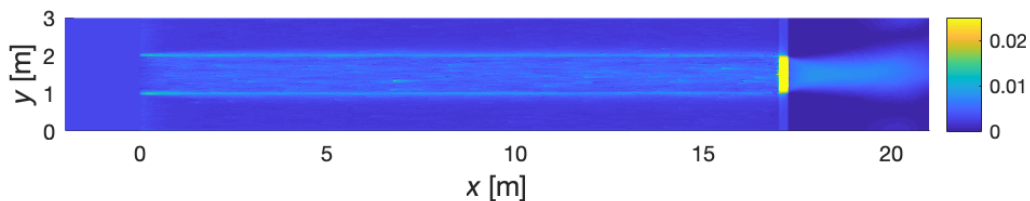
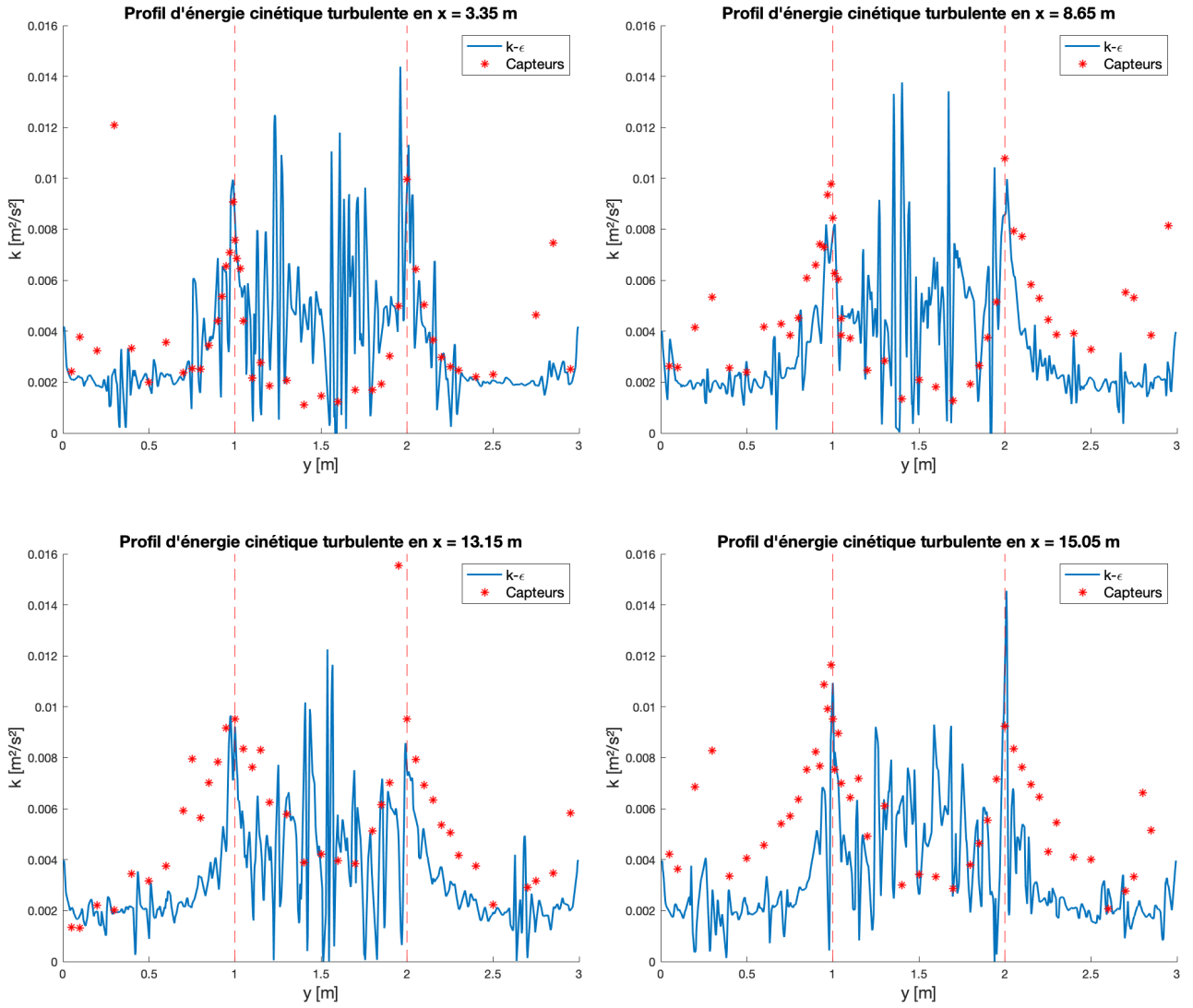


FIGURE 3.64 – Champ d'énergie cinétique turbulente k [m^2/s^2] pour la configuration UCM (M3).

FIGURE 3.66 – Profil de k : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (UCM).

Sans prendre en compte les valeurs extrêmes de $\rho \overline{w'w'}$, il reste encore quelques mesures expérimentales qui semblent improbables. L'ordre de grandeur et l'allure des profils sont semblables. L'énergie cinétique turbulente est tout de même surestimée dans le canal principal et semble être un peu sous estimée dans les plaines d'inondations. Les variations locales importantes des profils obtenus avec le modèle $k - \varepsilon$ n'apparaissent pas du tout en réalité. Les deux pics aux interfaces des deux sous-sections sont par contre bien représentés.

L'aire en dessous de la courbe représente grossièrement le caractère diffusif de l'écoulement. Au plus l'aire est importante, au plus on a des structures turbulentes qui se mettent en place et au plus la diffusion au sein de l'écoulement est importante. Il semble que la diffusion totale soit semblable, ce qui est logique au vu des bons résultats obtenus pour le profil de vitesse.

On observe aussi que les valeurs aux bords sont partout pareilles et de l'ordre de $0.004[m^2/s^2]$. Lors de l'implémentation du modèle $k - \varepsilon$ dans le code de calcul, certains tests ont été réalisés pour tenter de stabiliser le système. Imposer les valeurs de k le long des parois avec l'expression (3.3.4) en faisait partie. Des tests ont été réalisés pour vérifier si cette imposition aux bords n'avaient pas d'influence sur les résultats. Heureusement, ce n'était pas le cas. À vrai dire, cette imposition n'était pas voulue et finalement pas nécessaire mais a tout de même été appliquée pour l'ensemble des cas. La valeur choisie pour α a tout de même été modifiée à 0.05 pour se rapprocher des valeurs de l'énergie cinétique turbulente des plaines d'inondations. Malgré qu'elle dépende de la configuration et du cas

test étudié, cette valeur est restée la même pour le reste du travail.

Configuration UCW

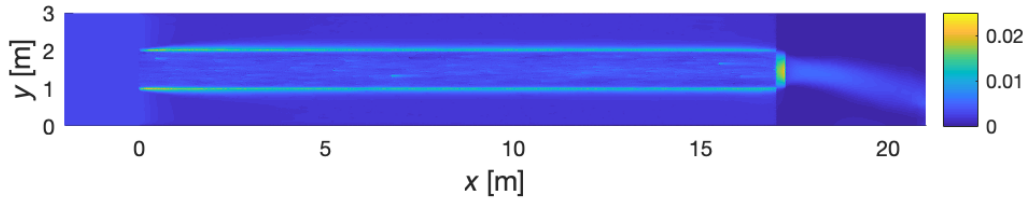
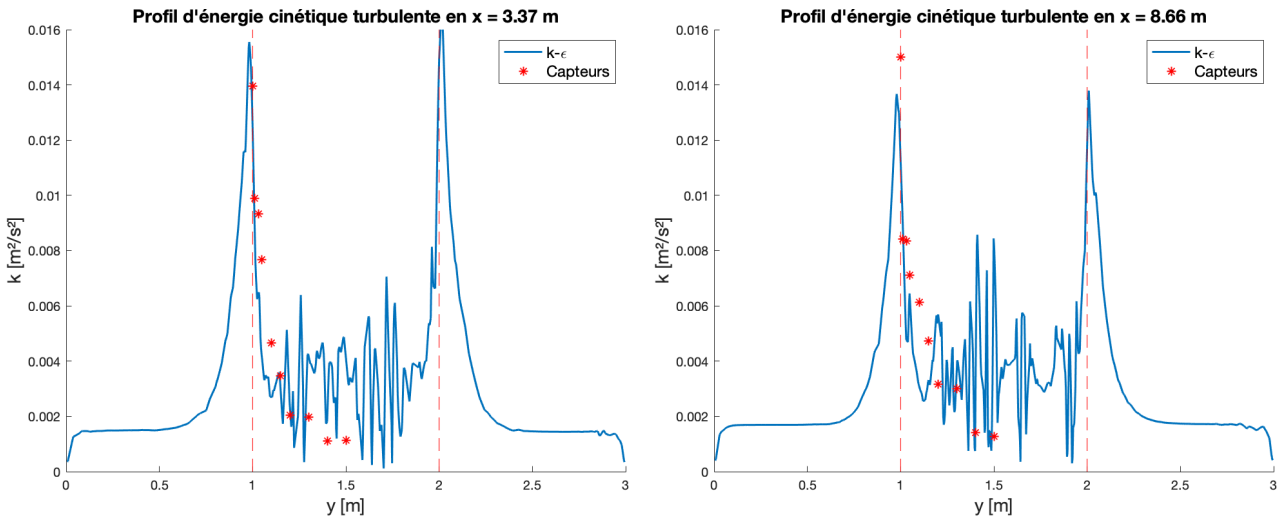


FIGURE 3.67 – Champ d'énergie cinétique turbulente k [m^2/s^2] pour la configuration UCW (M3).

Le champ de l'énergie cinétique turbulente calculé pour cette configuration, illustré à la figure 3.67 permet d'observer que l'énergie cinétique est bien plus importante aux interfaces que dans le canal principal. Ce n'est pas étonnant que le pic aux interfaces soit plus important que dans la configuration UCM. En effet, le gradient de vitesse entre les deux sous-sections du canal étant bien plus importante, le cisaillement l'est aussi. Il y aura donc bien plus de structures turbulentes générées à l'interface et donc plus d'énergie cinétique turbulente.

On observe aussi que l'énergie cinétique turbulente à l'entrée du bassin de dissipation est moins importante que dans l'autre configuration. Ceci s'explique simplement par le fait que la vitesse dans le canal principal est plus importante dans la configuration UCM. Ces résultats sont donc logiques puisqu'à l'entrée du bassin de dissipation, l'énergie cinétique turbulente est calculée à partir du carré de la vitesse U .



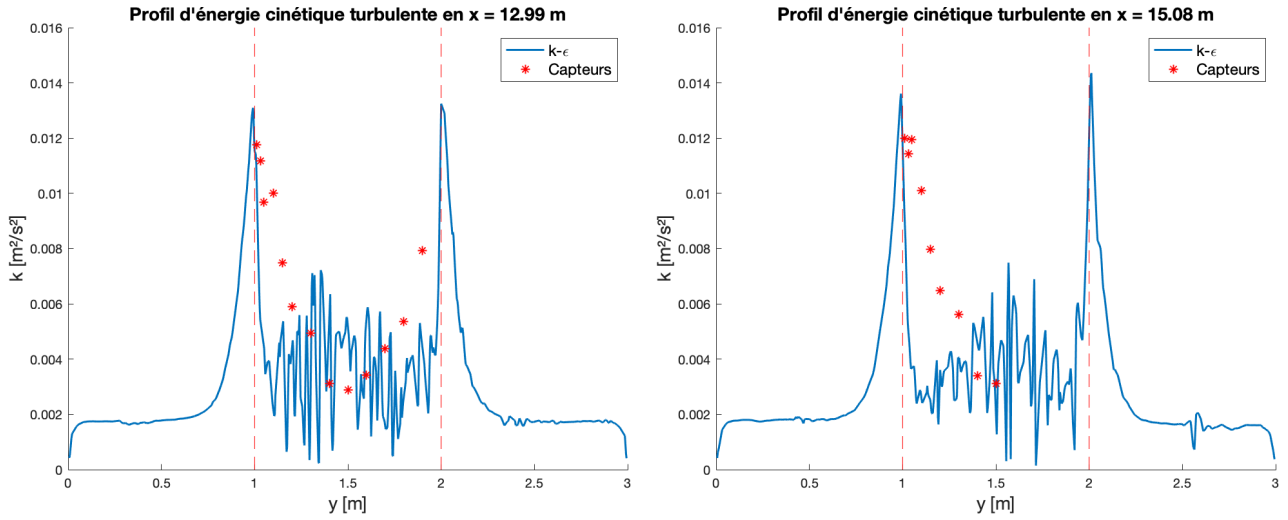


FIGURE 3.69 – Profil de k : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (UCW).

La correspondance entre les mesures et les résultats du modèle sont meilleurs pour la configuration UCW. Le pic d'énergie turbulente à l'interface est plutôt bien reproduit. Le comportement dans les plaines d'inondations est similaire au cas précédent mais les oscillations sont nettement moins importantes et plus proches des valeurs expérimentales. Le profil est tout de même plus abrupt que les valeurs expérimentales, qui semblent plus lisses.

En comparant les résultats obtenus aux quatre sections transversales, on remarque qu'au plus on s'éloigne des frontières du canal, au plus le profil est symétrique. Proches des limites, les valeurs sont légèrement plus importantes, surtout à l'amont. On remarque aussi que pour la section en $x = 15 [m]$, il y a un pic notable dans les plaines d'inondations qui semble être une anomalie due au calcul de dérivées.

Enfin, on peut remarquer une chute du profil près des parois. Cette chute s'explique par l'imposition des valeurs de k aux parois comme expliqué précédemment. Celle-ci aurait pu être évitée en adaptant la valeur de α à cette configuration. Cette imposition n'ayant pas d'influence sur les résultats, l'ancienne valeur a été gardée pour cette configuration.

3.4.10 Contraintes turbulentes τ_{xy}

L'expression de la contrainte turbulente est rappelée ci-dessous :

$$\frac{\tau_{xy}}{\rho} = -\overline{u'v'} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \quad (3.4.9)$$

Le concept de viscosité turbulente de Reynolds exprime ces contraintes comme proportionnelles au gradient de vitesse d'un facteur ν_t , la viscosité cinématique turbulente. Cette dernière est déterminable à l'aide du modèle $k - \varepsilon$. Malheureusement, cette analyse a été faite après avoir lancé toutes les simulations. Les dérivées spatiales des vitesses n'ont pas été stockées dans le fichier de sortie et ont donc dû être recalculées.

Pour ce faire, la fonction Matlab *Griddata* a été utilisée pour approximer le champ de vitesse d'un maillage triangulaire sur un maillage structuré constitué de mailles carrées. Les dérivées spatiales ont alors pu être calculées assez facilement. Afin de s'assurer que ce calcul n'influencerait pas fortement les résultats, les deux méthodes de calcul de dérivées suivantes ont été testées. La dérivée d'une fonction ϕ le long de l'axe x pour la i^e cellule du maillage est calculée avec une méthode de différences finies

centrées d'ordre 2 et d'ordre 3 [19] comme suit :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_i &= \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2dx} \\ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_i &= \frac{-\phi_{i+2} + 8\phi_{i+1} - 8\phi_{i-1} + \phi_{i-2}}{12dx} \end{aligned} \quad (3.4.10)$$

où dx est la longueur des cellules du maillage.

Pour être sûr que le calcul des dérivées n'altère pas la qualité des résultats, les calculs ont été réalisés avec $dx = dy = 0.01 [m]$. Pour rappel, la taille moyenne des interfaces du maillage M3 est de $0.03 m$. Les valeurs de contraintes turbulentes sont donc déterminées à partir des dérivées ainsi obtenues et du champ de viscosité turbulente ν_t , qui est illustré pour les deux configurations.

À noter que l'expression (3.4.9) a été utilisée en remplaçant les valeurs locales moyennées dans le temps $\bar{u}$ et $\bar{v}$ par les valeurs correspondantes moyennées sur la profondeur U et V . Les valeurs des fluctuations de vitesse ont été mesurées sur toute la profondeur du canal et ensuite moyennées en prenant bien en compte la zone d'influence des capteurs.

Configuration UCM

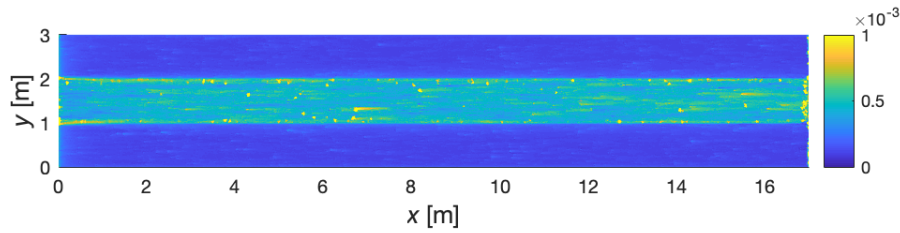


FIGURE 3.70 – Champ de viscosité turbulente $\nu_t [m^2/s]$ pour la configuration UCM (M3).

Mis à part quelques pics dans le canal principal, les valeurs de la viscosité turbulente semblent relativement constantes le long des plaines d'inondations et constantes le long du canal principal. Elles sont de l'ordre de $0.5 \times 10^{-3} [m^2/s]$ dans le canal principal et de $0.2 \times 10^{-3} [m^2/s]$ dans les plaines d'inondations. Pour donner une idée de ce que ça représente physiquement, ces valeurs peuvent être comparées à la viscosité moléculaire de l'eau qui est de $10^{-6} [m^2/s]$. L'ordre de grandeur de la viscosité cinématique turbulente de cet écoulement se rapproche plus de celle du miel qui est de l'ordre de $10^{-3} [m^2/s]$. L'hypothèse qui consiste à négliger les termes de viscosité dans les équations de quantité de mouvement pour développer les équations de Saint-Venant s'avère donc valide puisque la viscosité turbulente est bien plus importante que la viscosité moléculaire.

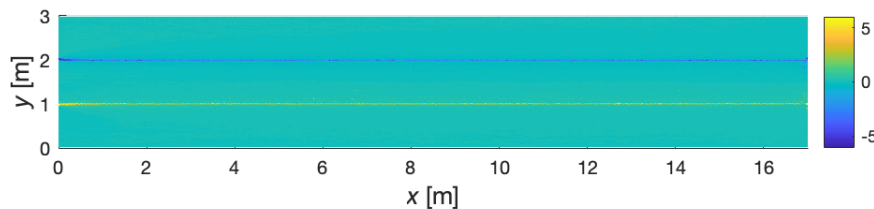


FIGURE 3.71 – Champ de contrainte turbulente $\tau_{xy} [Pa]$ pour la configuration UCM (M3).

Le champ de contrainte turbulente que l'on obtient est relativement simple. Il est composé d'un pic positif et d'un pic négatif qui se situent tous les deux aux interfaces entre le canal principal et les plaines d'inondations. Pour comprendre le sens physique de ces signes, il suffit de se référer à la figure

1.1 où les indices 1, 2 et 3 font références aux axes x , y et z . Ces contraintes, orientées à l'opposé du sens de l'écoulement, semblent fortement localisées aux interfaces et sont quasiment nulles partout ailleurs.

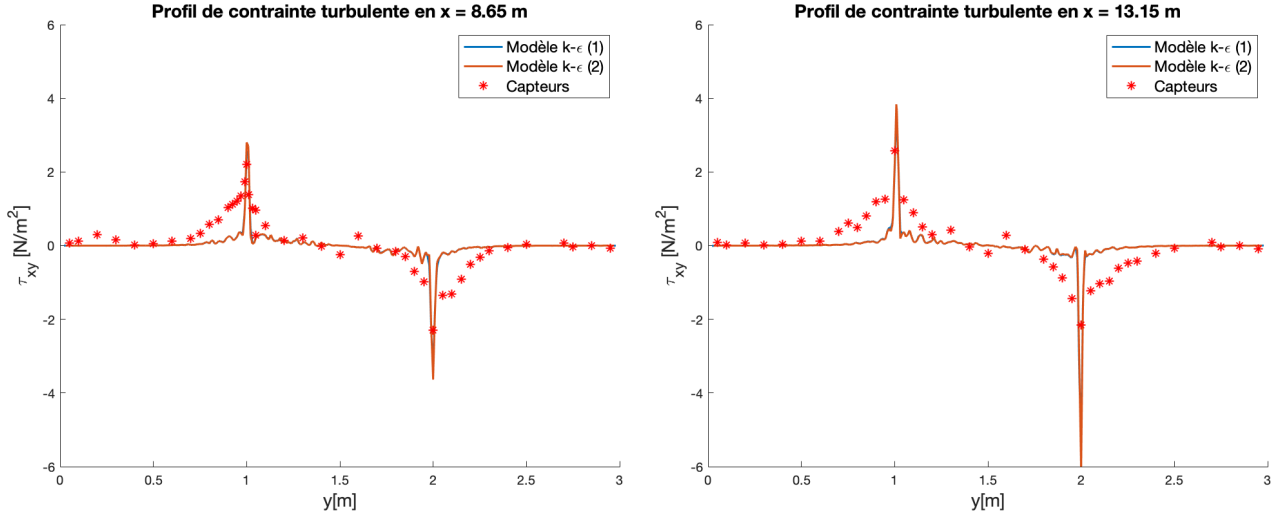


FIGURE 3.72 – Profil de contrainte turbulente : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (UCM).

Comparons les valeurs obtenues avec le modèle numérique et les mesures expérimentales calculées à partir des fluctuations de vitesse à l'aide de l'équation (3.4.9). En réalité, le profil de contraintes turbulentes est moins localisé à l'interface que le profil du modèle numérique. L'ordre de grandeur de la contrainte à l'interface est tout de même le bon. Ces résultats peuvent s'expliquer par le fait que le modèle est bidimensionnel. Ainsi, le modèle moyenné sur la verticale n'est pas capable de représenter les composantes verticales de vitesses qui surviennent en réalité. Les structures turbulentes verticales ne peuvent donc être correctement reproduites et le modèle localise alors beaucoup plus les contraintes dont le profil est moins diffusif.

Les chiffres (1) et (2) des légendes font références aux 2 méthodes différentes de calculs des dérivées. On remarque que les différences entre les deux courbes sont négligeables, ce qui est rassurant quant à l'exactitude du calcul.

Configuration UCW

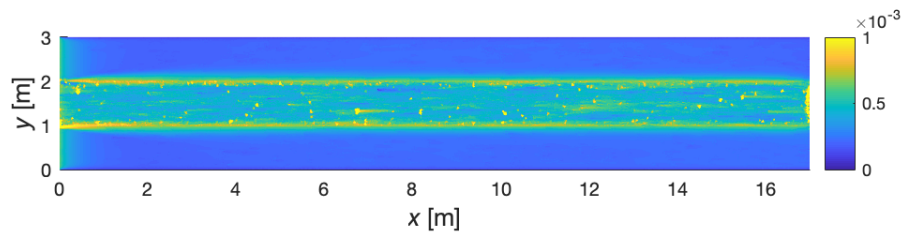
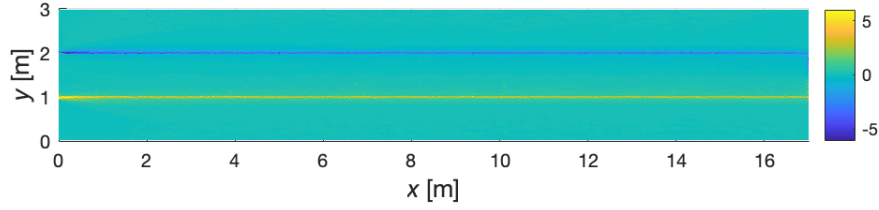
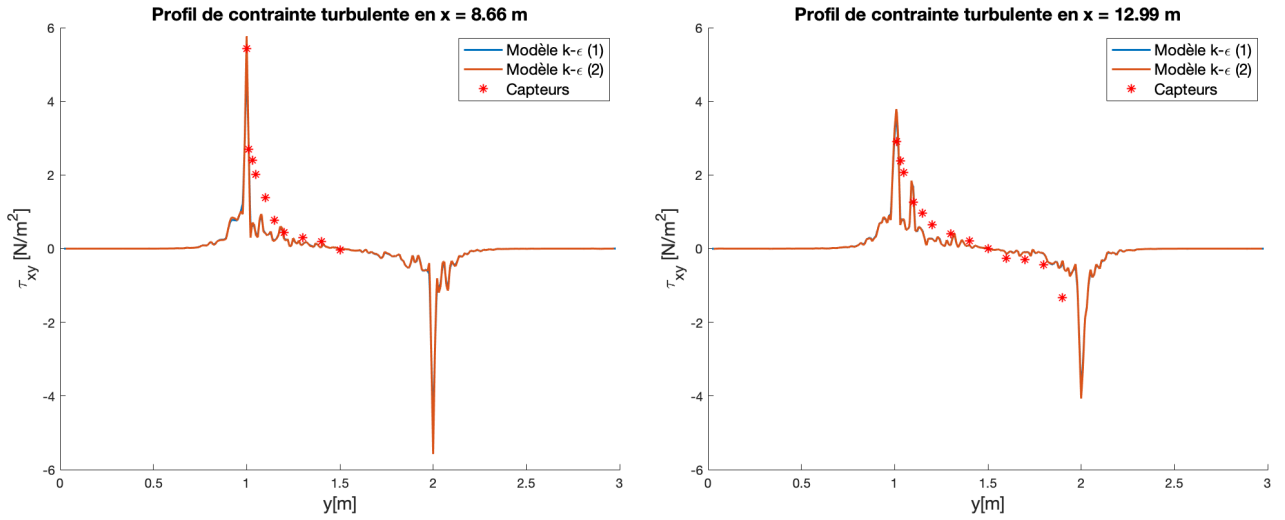


FIGURE 3.73 – Champ de viscosité turbulente ν_t [m^2/s] pour la configuration UCW (M3).

La viscosité turbulente semble avoir globalement augmenté partout dans le canal tout en gardant le même ordre de grandeur. Une augmentation de la viscosité turbulente aux interfaces est notable.

FIGURE 3.74 – Champ de contrainte turbulente τ_{xy} [Pa] pour la configuration UCW (M3).FIGURE 3.75 – Profil de contrainte turbulente : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (UCM).

Tout comme pour le profil de k , la correspondance avec le profil expérimental est meilleure que pour la configuration UCM. On note tout de même que le profil est encore trop localisé par rapport aux mesures, surtout pour la section en $x = 8.66$ [m]. Les valeurs des pics aux interfaces sont par contre bien estimées.

3.5 Conclusion

Le modèle de contraintes turbulentes $k - \varepsilon$ appliqué sur un canal prismatique de géométrie simple de ce type fournit dans l'ensemble de bons résultats. Les indicateurs permettent d'affirmer que le profil de vitesse est reproduit à 3 [cm/s] près, ce qui représente une erreur moyenne d'environ 4 %. Les erreurs du profil calculé avec ce modèle sont relativement faibles compte tenu du fait que certaines erreurs de mesures faussent les résultats des indicateurs.

Au vu des résultats de hauteur d'eau obtenus, l'écoulement présente bien un profil longitudinal constant qui peut s'apparenter à un écoulement uniforme. Cette remarque est plus discutable pour la configuration UCW pour laquelle le profil croît légèrement. La condition limite de bassin de dissipation présente en fait une hauteur d'eau légèrement trop élevée. En réduisant cette dernière, le profil devrait être plus constant. Le tracé du profil de hauteur d'eau le long d'une section transversale permet quant à lui de mettre en évidence qu'en réalité il n'est pas parfaitement constant et présente une légère chute au niveau du canal principal.

L'énergie cinétique turbulente est une variable hydraulique qui joue un rôle important dans le bon fonctionnement du modèle. On observe que son profil transversal est très chaotique et désordonné. Au plus le maillage est fin, au plus les pics sont nombreux. L'ordre de grandeur obtenu correspond bien aux mesures expérimentales. Par contre, l'erreur est de l'ordre de 70% pour le modèle $k - l$ et 20%

pour le modèle $k - \varepsilon$ ce qui est nettement plus important que pour le profil de vitesse. La principale source d'erreur est issue des résultats obtenus dans le canal principal qui oscillent énormément le long du profil transversal. On remarque en effet que les résultats obtenus dans les plaines d'inondations et à l'intersection des deux sous-sections du canal sont en général bien meilleurs. Les erreurs de mesures, plus compliquées à prendre que pour le profil de vitesse, semble aussi jouer un rôle dans les résultats des indicateurs puisque de nombreuses mesures incohérentes apparaissent. Les résultats obtenus pour la configuration UCW sont d'ailleurs nettement meilleurs malgré qu'ils présentent aussi des profils plutôt chaotiques dans le canal principal.

Les contraintes turbulentes ont aussi été étudiées pour ce canal à géométrie simple. Les contraintes de cisaillement τ_{xy} expriment le phénomène de transfert de quantité de mouvement d'une section à l'autre. Des contraintes, liées aux fluctuations de vitesse et donc aux structures turbulentes qui se mettent en place, apparaissent à l'interface entre le canal principal et les plaines d'inondations. Physiquement, une contrainte représente un flux de quantité de mouvement. Pour vaincre ces forces, l'écoulement doit donc consommer de la quantité de mouvement qui est réduite localement. Le modèle de Reynolds exprime ces contraintes comme proportionnelles d'un facteur ν_t au gradient de vitesse. Pour rappel, ce facteur est la viscosité cinématique turbulente et joue le même rôle dans un écoulement que la viscosité cinématique moléculaire. Autrement dit, les effets générés par la turbulence de l'eau dans un écoulement sont similaires à ceux produits par l'écoulement d'un liquide plus visqueux comme le miel par exemple. Cette viscosité (turbulente ou moléculaire) diffuse le profil de vitesse le long d'une section transversale. Si cette viscosité est très faible voire nulle, le profil présente trois blocs rectangulaire très abrupts. Au contraire, si cette viscosité est très importante, le profil aura tendance à s'uniformiser et dans un cas limite à être constant le long d'une section. La figure ci-dessous, déjà présentée en introduction du rapport, permet d'illustrer la diffusion induite par ces contraintes turbulentes qui jouent un rôle primordial dans le comportement de l'écoulement à lit composé de ce type.

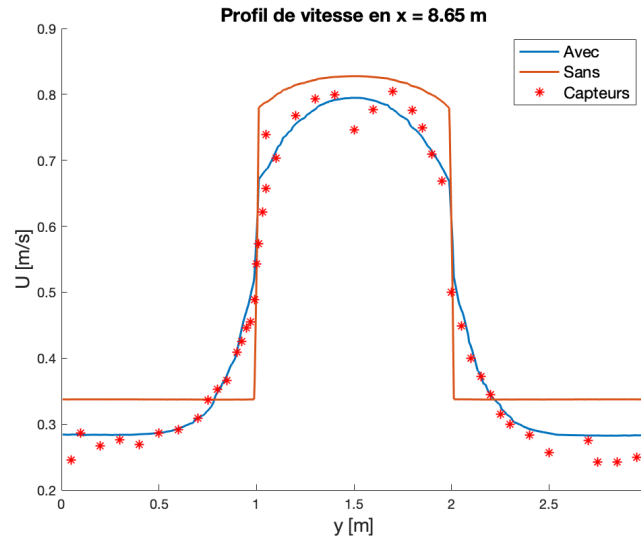


FIGURE 3.76 – Profil de vitesse calculé avec et sans contraintes turbulentes : canal prismatique simple.

La qualité des résultats comparant les contraintes de cisaillement turbulentes et les mesures expérimentales est discutable. On retrouve bien les pics aux interfaces et les ordres de grandeurs correspondent. Mais les pics sont trop localisés aux interfaces par rapport aux mesures qui sont plus étalées. Ce phénomène est moins marqué pour la configuration UCW. Il faut bien garder en tête que le modèle $k - \varepsilon$ est un modèle développé initialement en 3 dimensions et qui a été adapté pour des modèles 2D. Les structures turbulentes qui se mettent en place sur la profondeur ne peuvent donc être correctement représentées, ce qui peut jouer dans la qualité des résultats.

Concernant les conditions limites du système, elles semblent globalement bien adaptées. Le bassin de dissipation modélisé à l'aval ne semble tout de même pas être la solution parfaite. Tout d'abord car, comme discuté précédemment, il n'est pas indispensable et représente donc un coût inutile en terme de temps de calcul. Ensuite, il est fort probable qu'à cause d'un phénomène de résonance avec le bassin, cette condition limite soit à l'origine du problème de convergence rencontré avec le modèle $k-l$ et un maillage M3. Finalement, imposer une hauteur directement à l'aval ne semble pas être une moins bonne solution. L'idéal serait d'implémenter une condition aval d'absorption qui est discutée plus en détails à la fin de ce rapport.

Le calcul des dérivées est un enjeu majeur au bon fonctionnement du modèle. Celui-ci peut générer des problèmes d'instabilité s'il n'est pas correctement réalisé. La solution adoptée dans le travail précédent pour faire face à ces problèmes de stabilité est de borner les valeurs de l'énergie cinétique turbulente k par une valeur constante. Cette solution semble plutôt être une *rustine* de modélisation qui ne fonctionne d'ailleurs que pour le modèle $k-\varepsilon$ à une équation. Il est important de faire varier le nombre de cellules de soutien au cas par cas et d'opter pour un nombre idéal. Ce nombre doit être assez grand pour avoir un système stable mais pas trop grand pour calculer les dérivées le plus localement possible et ainsi diminuer la diffusion numérique.

Le raffinement du maillage joue un rôle primordial dans la qualité des résultats. Les résultats sont nettement meilleurs pour des maillages plus fins et ce pour deux raisons. La première est liée à l'énergie cinétique turbulente k . Pour des maillages grossiers, certains pics de valeurs apparaissent dans le canal et perturbent ainsi fortement les autres variables hydrauliques qui présentent des anomalies à leur profils aux droits de ces pics. La deuxième raison est plus directement liée au calcul des dérivées. On a montré que pour des maillages plus grossiers, les cellules de soutien sont globalement plus éloignées de la cellule principale que pour des maillages plus fins et ce malgré le fait que les maillages plus fins nécessitent plus de cellules de soutien. C'est la raison pour laquelle les profils sont plus diffusifs pour les maillages plus grossiers. Il faut tout de même garder en tête qu'on ne peut réduire la taille des cellules sans limite et que l'on reste limité par le temps de calcul qui augmente exponentiellement avec le raffinement du maillage.

La méthode de résolution de prédicteur-correcteur des équations de transport du modèle $k-\varepsilon$ permet d'améliorer les résultats sans devoir raffiner le maillage. Ce modèle permet d'obtenir de meilleurs résultats mais à nouveau, au détriment du temps de calcul. Ce modèle est tout de même fortement limité par les problèmes qui surviennent avec des maillages grossiers. Les anomalies engendrées par les pics du profil de k ne sont que très peu gommées et le problème de diffusion numérique, fortement liée à la taille du maillage est toujours présent. Pour ces raisons-là, il est préférable de raffiner le maillage plutôt que d'opter pour cette méthode de résolution des équations de transport qui n'apporte pas tellement plus qu'un modèle explicite.

La rugosité additionnelle ajoutée sur les plaines d'inondations a été modélisée de deux façons différentes. La première consiste à déterminer les coefficients de Manning à partir de tests en lit isolé. Ce coefficient englobe l'ensemble des pertes de charge générées dans l'écoulement et permet d'obtenir de très bons résultats. Pour la configuration UCW, les hypothèses du modèle de Manning ne sont plus correctement respectées. Ce modèle consiste en fait à représenter uniquement les pertes de charge induites par le cisaillement de fond. Dans le cas où on ajoute un réseau de cylindres verticaux, le problème se complique et combine plusieurs phénomènes différents. Un second modèle a été testé consistant à ajouter un terme de production d'énergie cinétique turbulente additionnelle (P_{kd}) à l'équation de transport de k pour tenter de mieux représenter ce qui se passe physiquement. Par un procédé itératif, il est possible de se rapprocher des valeurs expérimentales. Cette méthode semble plus compliquée et plus longue mais est surtout plus difficile à reproduire en pratique sans avoir accès à des données expérimentales permettant de calibrer les paramètres (coefficient de traînée c_b et coefficient de Manning n).

La comparaison des résultats obtenus avec d'autres modèles permettent de déduire plusieurs choses. D'abord, le modèle $\lambda U^* h$ implémenté et discuté par E. Deliens [8] est moins efficace et plus compliqué à mettre en place pour obtenir une précision comparable aux deux autres modèles. Il est nécessaire de calibrer fortement le coefficient de Manning n et le coefficient λ . Le problème est le même que pour le modèle P_{kd} : en effectuant ce *tuning* de paramètres, il est possible d'obtenir des résultats précis qui se rapprochent fortement des valeurs expérimentales d'un cas précis. Mais, sans ces données expérimentales, il est très dur voire impossible de déduire au préalable les valeurs permettant d'obtenir de tels résultats. De plus, en procédant ainsi, le modèle peut parfois perdre tout sens physique. L'objectif premier de la modélisation numérique est d'abord de bien comprendre comment l'écoulement se comporte et ensuite de pouvoir le prédire dans un cas pratique.

Les modèles $k - \varepsilon$ à une et deux équations nécessitent beaucoup moins de calibrations et fournissent directement de bons résultats. De plus, les mêmes conclusions que Pham V. [25] peuvent être tirées : le modèle $k - \varepsilon$ n'apporte rien de plus que le modèle $k - l$. On note tout de même que le modèle $k - \varepsilon$ ne subit aucun problème de convergence, sûrement causé par le bassin de dissipation, contrairement au modèle $k - l$ qui présente un phénomène étrange d'oscillations pour un maillage M3. En implémentant une meilleure condition aval, ce problème ne devrait plus survenir.

Chapitre 4

Canal à lit composé oblique



FIGURE 4.1 – Méandres de la Bar, Ardennes [21].

4.1 Introduction

En réalité, une rivière naturelle ne présente pas de profil rectiligne comme pour le cas test précédent. Les cours d'eau à faibles pentes de fond ont tendance à former ce qu'on appelle des méandres comme illustré à la figure [4.1]. La complexité du problème monte d'un cran puisque la rivière n'est plus modélisée comme un canal prismatique. L'écoulement des plaines d'inondations croise maintenant l'écoulement du canal principal ce qui augmente fortement les échanges entre les deux sous-sections de l'écoulement.

En plus des échanges de quantité de mouvement induits par les tourbillons générés aux interfaces du canal principal et des plaines d'inondations, un transfert de masse causé par le changement de section apparaît. Dans ce genre de configuration, le transport convectif est beaucoup plus pondérant et conditionne davantage le profil de vitesse. De plus, des phénomènes de turbulence supplémentaires sont entraînés par ces échanges importants.

La structure de l'écoulement dans une telle configuration est trop complexe pour distinguer l'impact respectif des forces centrifuges et des transferts de quantité de mouvement géométriques. C'est la raison pour laquelle plusieurs géométries non-prismatiques relativement simples ont été étudiées ces dernières années pour tenter d'isoler les effets des transferts géométriques.

Ce chapitre est dédié à l'étude d'un de ces cas tests tiré du travail de D.Bousmar et al. [5]. Ce dernier a pour objectif de compléter les études déjà réalisées en étudiant quelle est l'influence de l'augmentation de la rugosité des plaines d'inondations par rapport à celle du canal principal. En effet, les autres études réalisées sur ce genre de géométries imposaient une rugosité constante dans tout le canal, ce qui est moins représentatif des conditions réelles des crues.

La structure de ce chapitre est similaire à celle du chapitre précédent. Il débute par une présentation des conditions expérimentales du canal asymétrique Sk6 (*Skewed channel Sk6*). Ensuite, le modèle numérique est présenté plus brièvement que pour le cas précédent puisque la plupart des choix de modélisation sont les mêmes. Les résultats finaux sont présentés à la section 4.4 où les différents modèles de turbulence et modèles de résolution des équations de transport sont comparés. L'influence du maillage y est aussi discutée.

Malheureusement, on ne dispose pas de valeurs expérimentales des fluctuations de vitesse et on est donc incapable de comparer les résultats obtenus pour les variables hydrauliques turbulentes telles que l'énergie cinétique turbulente k ou encore la contrainte turbulente τ_{xy} .

4.2 Conditions expérimentales

Les expériences ont été réalisées dans un canal de 10 mètres de long et 1.2 mètre de large. La pente de fond longitudinale est de $S_0 = 1.07 [mm/m]$.

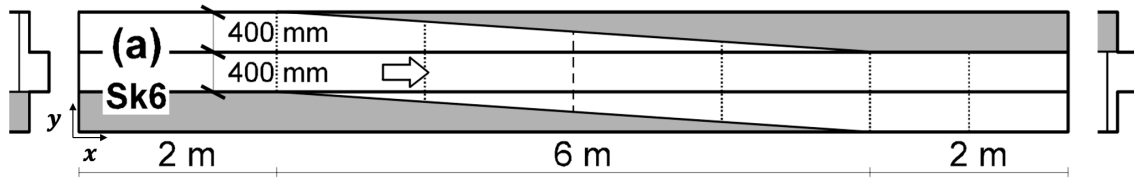


FIGURE 4.2 – Vue du dessus du canal Sk6 [5].

La section transversale du canal est asymétrique et varie le long du canal. Le canal principal a une largeur constante de 400 mm tandis que celles des plaines d'inondations sont variables. La plaine d'inondations de droite s'élargit de 0 à 400 mm sur une longueur de 6 m tandis que celle de gauche se réduit de 400 à 0 mm sur la même distance. Les plaines d'inondations sont surélevées d'une hauteur de 4.95 cm.

Le dispositif expérimental est similaire à celui du chapitre précédent. Des débits, différents pour le canal principal et les plaines d'inondations, sont imposés en amont. À l'aval, un système ajustable de déversoir permet d'obtenir un écoulement uniforme tout le long du canal. Le fond du canal principal est en PVC tandis que celui des plaines d'inondations est en contre-plaqué recouvert de métal étendu afin d'en augmenter la rugosité.

Quatre configurations différentes ont été testées. Celles-ci dépendent de la profondeur d'eau relative H_r qui est définie comme le rapport entre la hauteur d'eau dans les plaines d'inondations h et celle dans le canal principal H . Une seule configuration est étudiée dans ce travail, celle pour laquelle $H_r = 0.5$ qui correspond à $H = 0.099 [m]$.

Le niveau d'eau est mesuré par une sonde de niveau à ultrasons montée sur un chariot. Cette sonde a une précision de 0.1 mm. Les mesures sont comparées avec les résultats numériques au milieu et tout le long du canal principal. Les vitesses locales sont mesurées à l'aide d'un tube de Pitot de 4 mm connecté à un manomètre différentiel de 100 mbar. Les mesures de vitesses obtenues avec ce dispositif sont alors comparées aux valeurs obtenues par le modèle en quatre sections différentes : $x = 3.5 [m]$,

$x = 5 [m]$, $x = 6.5 [m]$ et $x = 8 [m]$. Ces sections, illustrées à la figure 4.2, se situent toutes au sein de la transition du canal. Cette figure permet aussi d'illustrer où se situe l'origine du repère utilisé.

4.3 Calibration et choix de modélisations

4.3.1 Géométrie du modèle

À nouveau, il a fallu faire des choix importants de modélisations pour pouvoir reproduire au mieux les conditions expérimentales. M.Gilain [15] a choisi de ne pas remodeliser le bassin de dissipation pour l'implémentation du modèle $k-l$. D'après lui, du fait de l'asymétrie du canal, les problèmes de recirculation induits par la condition frontière aval ne surviennent pas. Le choix s'est tout de même tourné vers une modélisation similaire au cas test précédent. La géométrie du modèle numérique est illustrée à la figure ci-dessous.

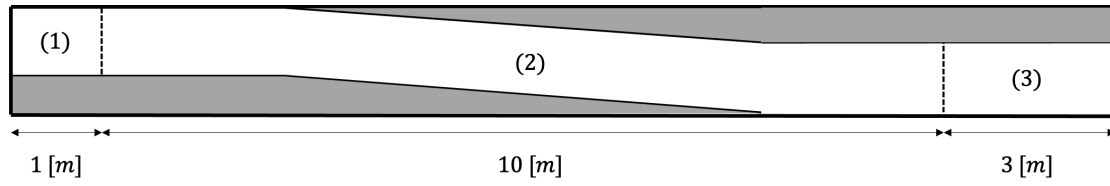


FIGURE 4.3 – Modèle numérique du cas test Sk6 : 3 parties du canal modélisées différemment.

On retrouve un bief amont *non-turbulent* (1), le bief *turbulent* (2) qui a exactement la même géométrie que le canal expérimental et enfin le *bassin de dissipation* (3). Au vu de la longueur considérablement plus faible que celle du premier canal, les dimensions du bassin sont revues à la baisse : la longueur du bassin est fixée à 3 m et sa profondeur à 0.2 m.

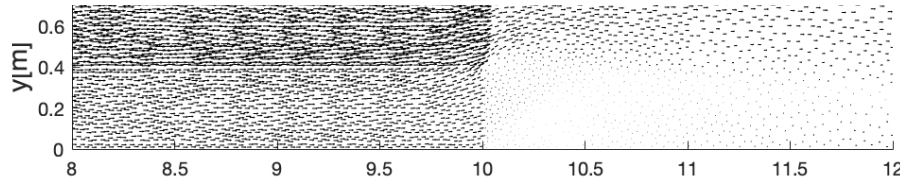


FIGURE 4.4 – Champ de vitesses pour un bassin de 3 [m] de long.

On remarque que la longueur est suffisante puisque cette configuration n'affecte pas l'écoulement en amont.

Les figures 4.5 et 4.6 montrent que le bief *non-turbulent* permet d'avoir un champ de vitesse et d'énergie cinétique turbulente qui se comporte bien en $x = 0 [m]$. Pour rappel, dans cette partie du canal, les variables hydrauliques sont mises à jour sans prendre en compte la contribution des contraintes turbulentes (matrice $\mathbf{T}$ exprimée par 1.4.16).

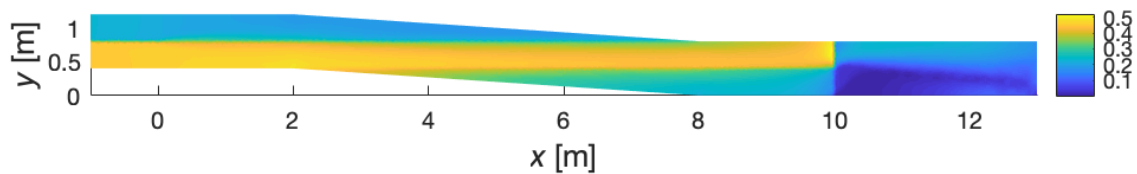
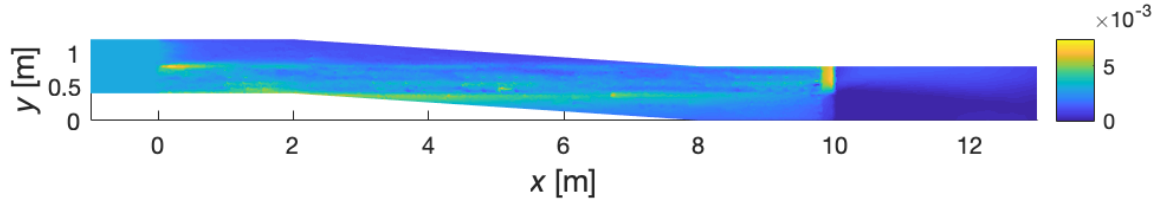


FIGURE 4.5 – Champ de la vitesse $|\vec{V}| [m/s]$.

FIGURE 4.6 – Champ de l'énergie cinétique turbulente $k [m^2/s^2]$.

À l'image du premier cas test, l'énergie cinétique turbulente est calculée différemment à l'entrée du bassin de dissipation. En assignant la valeur de k avec l'expression (3.3.4), on évite toute instabilité à cet endroit critique pour lequel le gradient de vitesse est important. Comme on peut le voir à la figure 4.6, cette expression est utilisée à partir de $x = 9.8 [m]$.

4.3.2 Conditions initiales et conditions limites

Conditions limites

Les différentes conditions limites imposées aux frontières du domaines sont résumées à la figure ci-dessous.

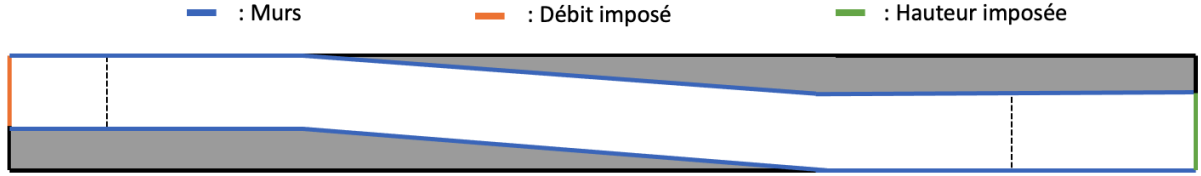


FIGURE 4.7 – Conditions limites du modèle numérique (Sk6).

À nouveau, les mêmes conditions que le cas précédent ont été appliquées à notre modèle. À l'entrée du canal, on impose un débit différent pour le canal principal et la plaine d'inondations et à la sortie du bassin de dissipation, on impose une hauteur d'eau constante. Le reste des interfaces aux frontières du maillage sont modélisées comme des murs. Les valeurs des conditions limites sont résumées au tableau suivant.

Débit imposé		Hauteur imposée
$q_{cp} [m^2/s]$	$q_{pi} [m^2/s]$	$H [m]$
0.0099	0.0423	0.099

TABLE 4.1 – Conditions limites du canal Sk6.

Conditions initiales

Ces conditions sont les mêmes que le cas précédent. Les deux composantes de vitesse sont initialement nulles et pour converger plus rapidement, la hauteur uniforme est imposée partout dans l'écoulement. On a donc initialement $H = 0.099 [m]$ et $h = 0.495 [m]$.

La valeur initiale de l'énergie cinétique turbulente est de $k = 0.003 [m^2/s^2]$. Les valeurs initiales de ε , le taux de dissipation d'énergie cinétique turbulente et de la viscosité turbulente ν_t peuvent alors être déduites aisément à partir des valeurs initiales de k et h comme expliqué au chapitre précédent.

4.3.3 Coefficient de Manning

Les valeurs réelles des coefficients de rugosité ont été estimées à l'aide de tests en lit isolé à section rectangulaire de 400 mm de large. La valeur du coefficient de Manning du canal principal est :

$$n_{cp} = 0.0102 [s/m^{1/3}] \quad (4.3.1)$$

La valeur du coefficient de Manning des plaines d'inondations est estimée après correction de l'influence des murs verticaux lisses.

$$n_{pi} = 0.0201 [s/m^{1/3}] \quad (4.3.2)$$

Le coefficient de Manning des plaines d'inondations ne prend dès lors pas en compte l'influence des parois verticales. Par contre, le coefficient de Manning du canal principal prend directement en compte l'influence des parois verticales.

4.3.4 Nombre de cellules de soutien

Par souci de simplification, le nombre de cellules de soutien choisi pour le modèle $k-l$ et $k-\varepsilon$ est identique pour un même maillage. Le tableau 4.2 reprend le nombre de cellules de soutien choisi pour chaque maillage en différenciant les cellules à l'intérieur et aux frontières du maillage.

M6		M4		M2		M1	
Extérieur	Intérieur	Extérieur	Intérieur	Extérieur	Intérieur	Extérieur	Intérieur
28	32	30	34	40	42	42	44

TABLE 4.2 – Nombres de cellules de soutien choisis pour le canal Sk6.

Il est important de noter que ces valeurs ne sont pas forcément les valeurs optimales. Il est probable qu'un nombre de cellules inférieur soit suffisant pour avoir un système stable. Il est sûrement possible d'optimiser ce nombre en déterminant le nombre minimum pour lequel le système est encore stable. Pour faire cela, un procédé d'essai-erreur est nécessaire avant de s'assurer que ce nombre soit bien optimal. En procédant ainsi, les dérivées sont calculées un peu plus localement. Mais comme démontré à la section 2.6.2, une légère variation de ce nombre a très peu d'impact sur les résultats.

4.4 Résultats finaux

4.4.1 Convergence des variables hydrauliques

L'objectif est double et reste le même. Il faut tout d'abord déterminer le temps à partir duquel on *active* la turbulence. Ce temps dépend de la longueur du canal et la vitesse de propagation de l'onde le long du canal. À l'aide de l'expression de la vitesse de propagation de l'onde (équation 3.4.1) et de la longueur du canal, on obtient une estimation du temps nécessaire pour que l'onde parcoure un aller-retour. Ce temps varie évidemment entre le canal principal et les plaines d'inondations puisque la hauteur d'eau qui y règne n'est pas la même.

$$\begin{cases} t_{cp} = 11.16 [s] \\ t_{pi} = 15.78 [s] \end{cases} \quad (4.4.1)$$

Notons que ça n'a pas trop de sens d'estimer la vitesse de propagation dans les plaines d'inondations puisqu'elles sont discontinues dans ce cas-ci. Cette démarche permet tout de même d'avoir un ordre de grandeur qui permet de se faire une idée du temps de la propagation des ondes.

Par souci de simplicité d'abord, et parce que le canal n'est plus simplement rectiligne ensuite, le temps auquel on *active* la turbulence reste le même que dans le cas précédent, c'est à dire $t = 70 [s]$. Il faut tout de même rester conscient qu'il n'est pas optimal puisque l'écoulement devrait avoir convergé

bien avant. Cette démarche permet par contre d'obtenir le profil de vitesse calculé sans les contraintes turbulentes et qui a en principe totalement convergé. On remarque en fait que ce profil ne converge pas sans l'ajout des contraintes turbulentes. Ceci sera discuté plus en détails à la sous-section [4.4.5](#).

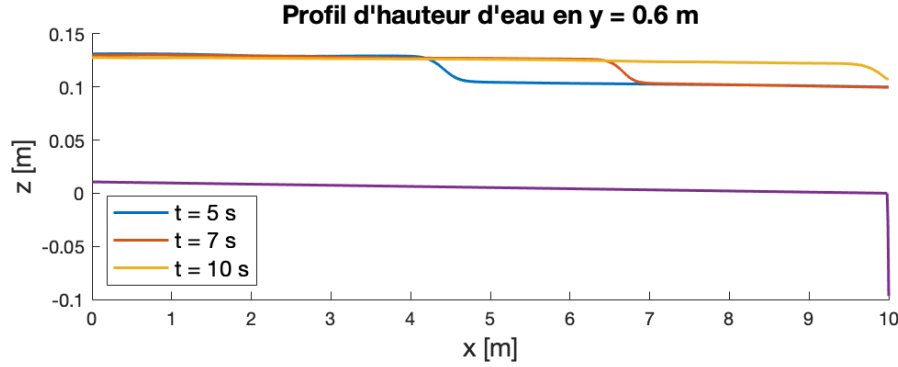


FIGURE 4.8 – Évolution du profil du niveau d'eau le long d'une coupe longitudinale dans le canal principal.

La figure ci-dessus illustre la propagation de l'onde le long du canal principal lors des 10 premières secondes de simulation. L'estimation faite par les expressions [\(4.4.1\)](#) semble plutôt précise.

Ensuite, il faut déterminer le temps à partir duquel l'écoulement calculé avec les contraintes turbulentes a correctement convergé. On illustre la démarche suivie avec le cas du modèle $k - \varepsilon$ appliqué sur un maillage M4. Cette analyse est réalisée avec les profils de vitesse, de hauteur d'eau et d'énergie cinétique turbulente.

Convergence du profil de vitesse

Commençons par analyser le profil de vitesse obtenu avant l'ajout des contraintes turbulentes afin de vérifier si un temps de 70 secondes est approprié. La figure ci-dessous illustre les profils de vitesse pour deux sections extrêmes du canal.

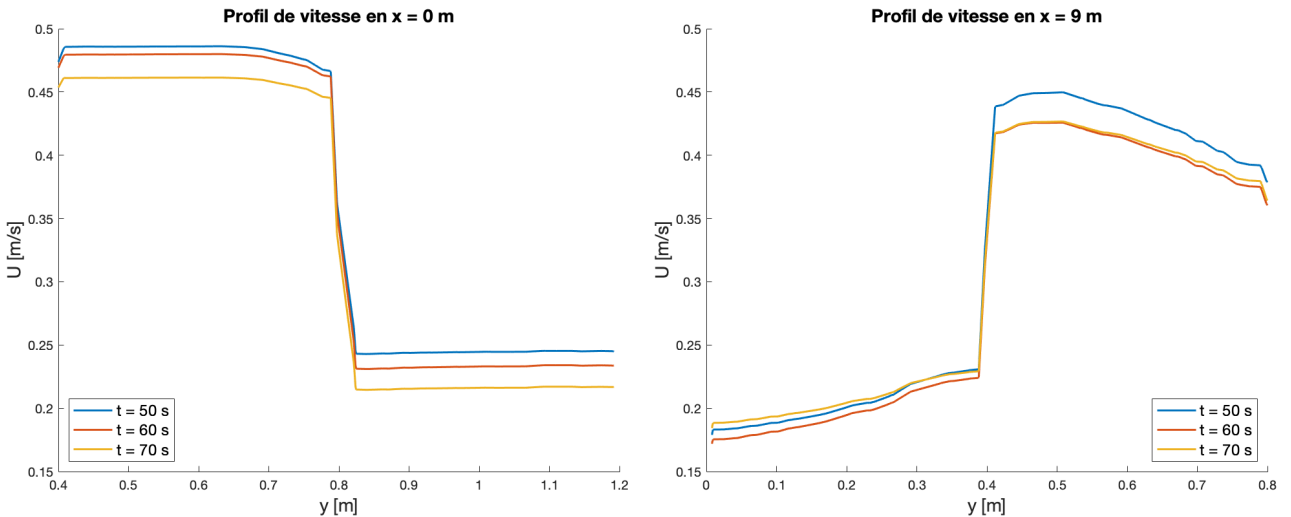


FIGURE 4.9 – Profils de vitesse calculés sans les contraintes turbulentes.

On observe que le profil n'a pas encore convergé, même après 70 secondes. Les variations sont tout de même acceptables pour ne pas induire d'instabilité lors de l'introduction des contraintes turbulentes. Pour rappel, l'objectif de cette démarche est de définir un temps à partir duquel les gradients de vitesse ne sont plus trop importants, de sorte à avoir un système le plus stable possible lors de l'introduction des contraintes turbulentes.

La figure 4.10 illustre les profils de vitesse en deux sections pour lesquelles des mesures expérimentales sont fournies. Il est donc important de s'assurer que cette variable hydraulique a correctement convergé en ces sections-là.

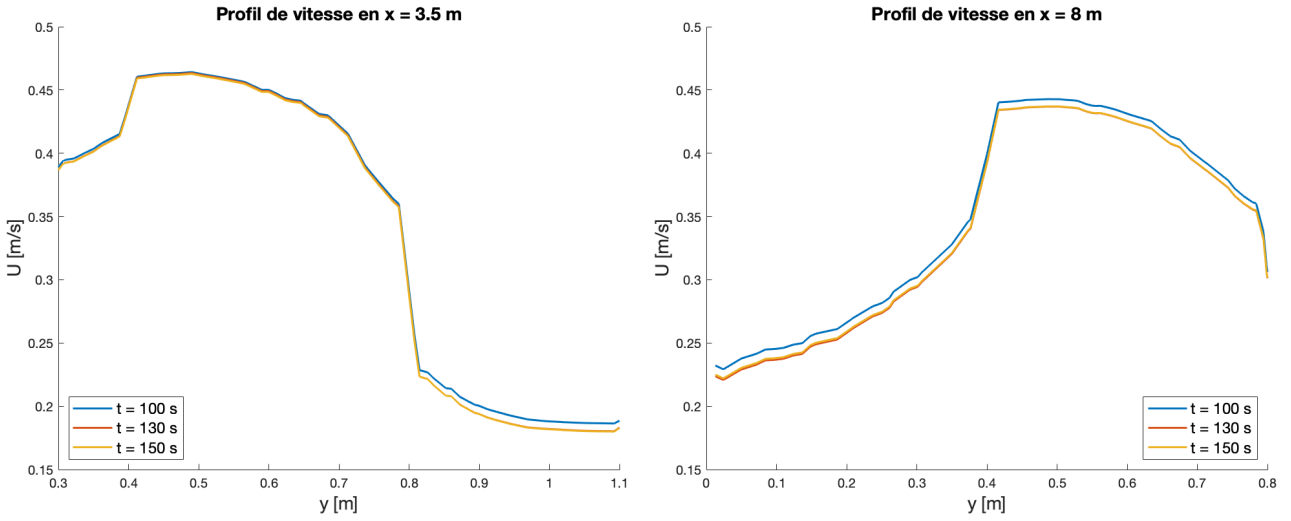


FIGURE 4.10 – Profils de vitesse calculés avec la turbulence activée après 70 secondes.

Il semble que 150 secondes soient suffisantes pour considérer que le profil a correctement convergé. Par contre, la différence entre le profil en 100 et 130 secondes est trop importante et prouve que le profil n'a pas encore totalement convergé.

Convergence de la hauteur d'eau

Pour vérifier que la hauteur d'eau ait bien convergé après 150 secondes de simulations, les résultats sont illustrés à la figure 4.11 pour une section longitudinale au milieu du canal principal.

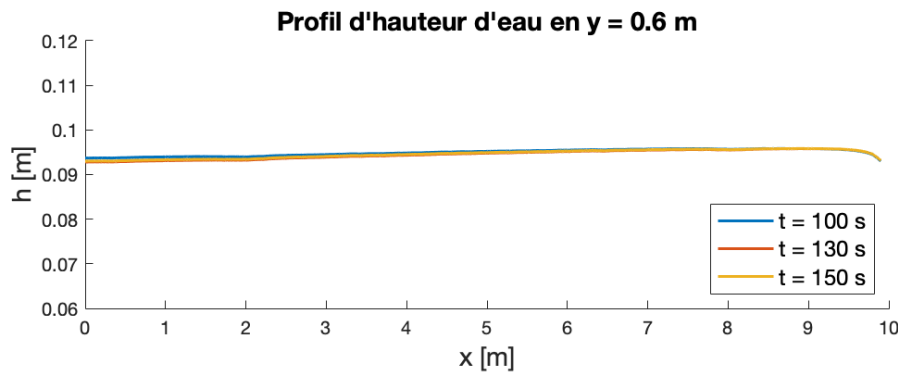
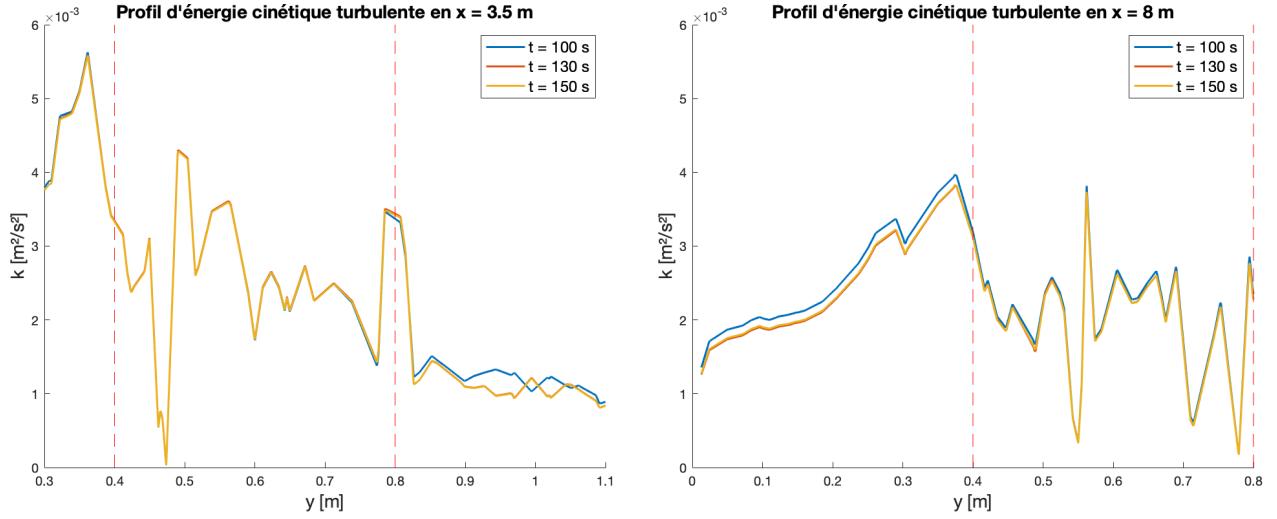


FIGURE 4.11 – Profil de hauteur d'eau calculé avec la turbulence activée après 70 secondes.

Les mêmes conclusions peuvent être tirées que pour le profil de vitesse. La convergence du profil longitudinal d'hauteur d'eau converge d'ailleurs de façon similaire au canal prismatique simple. L'introduction du débit se faisant à l'amont, c'est à cet endroit du canal que le profil prend le plus de temps à converger. On remarque en effet qu'après 100 secondes, les profils des deux cas tests ont déjà correctement convergé à l'aval (voir figure 3.29).

Convergence de l'énergie cinétique turbulente k

Malgré les variations brusques des profils, l'énergie cinétique turbulente converge aussi vite que les autres variables hydrauliques.

FIGURE 4.12 – Profils de k calculés avec la turbulence activée après 70 secondes.

Conclusion

Comme on peut le voir à la figure 4.8, la démarche théorique suivie pour estimer le temps de propagation de l'onde longitudinale dans le canal principal correspond bien. Par contre, la convergence du profil calculé sans les contraintes turbulentes est différente que dans le cas d'un canal rectiligne. Le canal Sk6 étant oblique, il induit des vagues transversales qui semblent prendre beaucoup plus de temps à converger. Pour ces raisons-là, la contribution des contraintes turbulentes est ajoutée à partir de 70 secondes. On verra à la section 4.4.5 que le profil calculé sans les contraintes turbulentes ne converge en fait pas.

Pour arriver à la convergence des différentes variables hydrauliques, un temps de 150 secondes est suffisant. Ce temps a été déterminé à partir des profils de vitesse, hauteur d'eau et de l'énergie cinétique turbulente k .

4.4.2 Indicateurs

Les mêmes indicateurs que présentés à la section 3.4.2 sont utilisés dans ce chapitre. L'indicateur MPE ayant posé problème, il est donc nécessaire de le corriger quelque peu. Les indicateurs utilisés dans ce chapitre sont les suivants :

$$\begin{aligned}
 MPE &= \frac{1}{n} \sum \left| \frac{E}{\phi_{mes}} \right| = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{\phi_{mod} - \phi_{mes}}{\phi_{mes}} \right| \\
 RMSE &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum E^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (\phi_{mod} - \phi_{mes})^2}
 \end{aligned}
 \tag{4.4.2}$$

Pour éviter d'obtenir des résultats erronés comme c'était le cas pour le calcul du MPE de l'énergie cinétique turbulente à la section 3.4.5, on prend désormais la valeur absolue du pourcentage de l'erreur.

4.4.3 Influence du maillage

L'influence du raffinement du maillage est discutée dans cette sous-section. Le plus grossier et le plus fin sont illustrés ci-dessous.

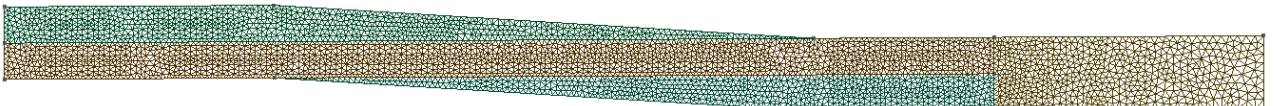




FIGURE 4.13 – Maillages le plus grossier (6 cm) et le plus fin (1 cm).

Ces maillages sont définis de la même manière que pour le chapitre précédent. La taille du maillage au bout du bassin est fixée à 10 cm pour tous les maillages et varie pour tous les autres noeuds. Le maillage le plus grossier impose une taille de 6 cm, le deuxième 4 cm, le troisième 2 cm et le plus fin 1 cm. Ces tailles sont considérablement plus faibles que le cas précédent car le canal est plus court et moins large.

Les résultats présentés ci-dessous correspondent à des simulations effectuées avec le modèle $k - \varepsilon$ explicite et ces 4 différents maillages.

Profil de vitesse

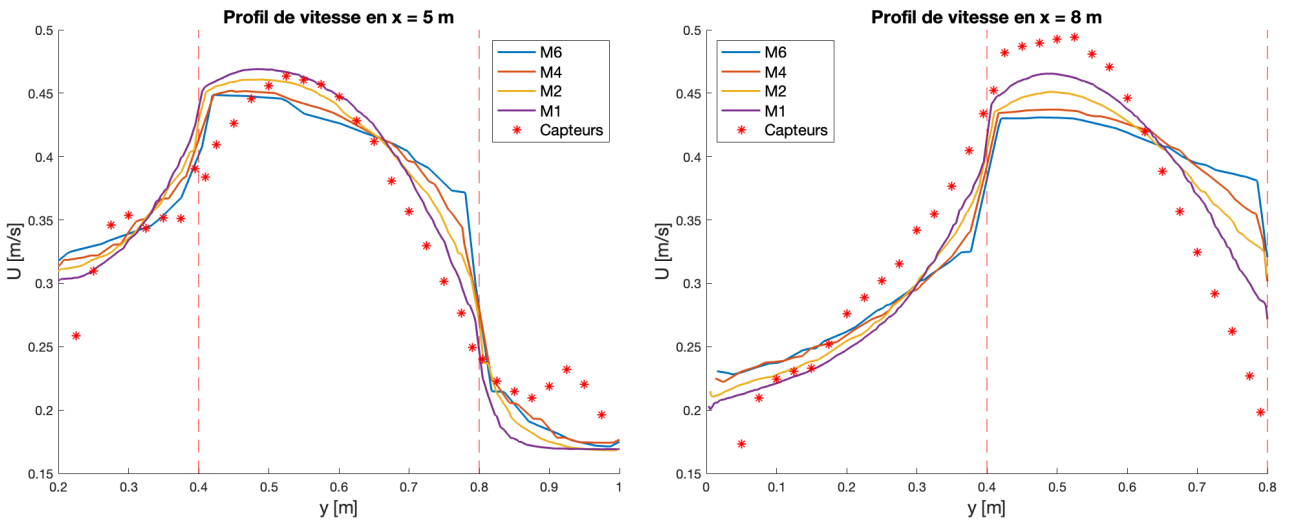


FIGURE 4.14 – Influence du maillage sur le profil de vitesse (Sk6).

On remarque qu'au plus le maillage est grossier, au plus il est diffusif. C'est la même observation que celle faite au chapitre précédent. Ceci s'explique par la distance entre la cellule principale et les cellules de soutien qui diminue lorsque l'on raffine le maillage. Il est donc évident que raffiner le maillage est bénéfique et permet d'obtenir de meilleurs résultats. Les deux tableaux ci-dessous illustrent les valeurs des indicateurs obtenues pour les deux sections illustrées à la figure 4.14.

		x [m]	
RMSE [cm/s]		5	8
Maillage	M6	3.76	6.44
	M4	3.30	5.73
	M2	3.24	4.71
	M1	3.26	3.60

		x [m]	
MPE [%]		5	8
Maillage	M6	9.86	16.76
	M4	9.06	15.33
	M2	9.04	12.45
	M1	9.34	9.94

TABLE 4.3 – Indicateurs RMSE et MPE : influence du maillage.

Les résultats suivent la bonne tendance qui montre qu'un maillage plus fin fournit de meilleurs résultats. Évidemment, les valeurs des indicateurs peuvent parfois être biaisés comme pour la section en $x = 5$ [m]. Sur la partie droite de cette section, on observe que le profil tend vers une vitesse bien

plus basse que les mesures. Un maillage plus grossier, et donc plus diffusif, fournit une erreur plus faible à cet endroit là. Ceci explique pourquoi les indicateurs en $x = 5 [m]$ ne suivent pas parfaitement cette tendance.

Hauteur d'eau

La figure 4.15 illustre le profil de hauteur d'eau le long du canal principal. Tout d'abord, on remarque que le profil n'est pas parfaitement constant et a tendance à augmenter lorsqu'on se rapproche du bassin de dissipation. C'est d'ailleurs la même tendance qui semble être suivie par les mesures expérimentales.

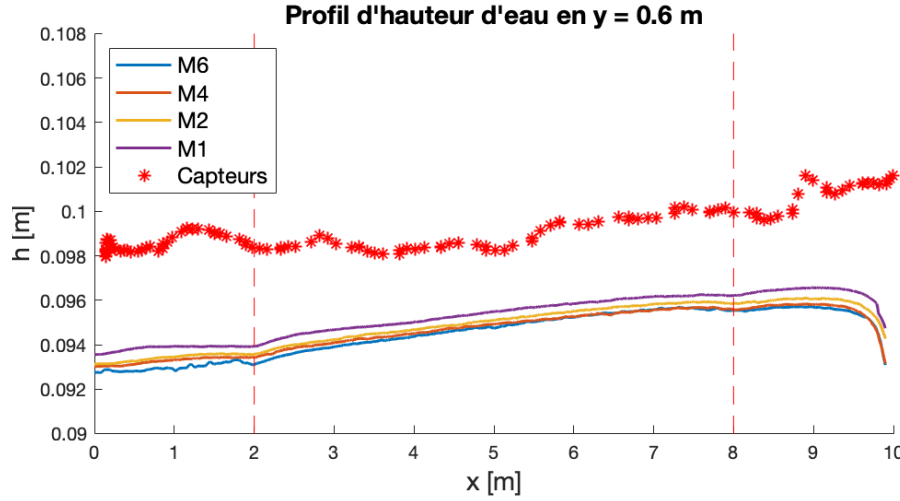


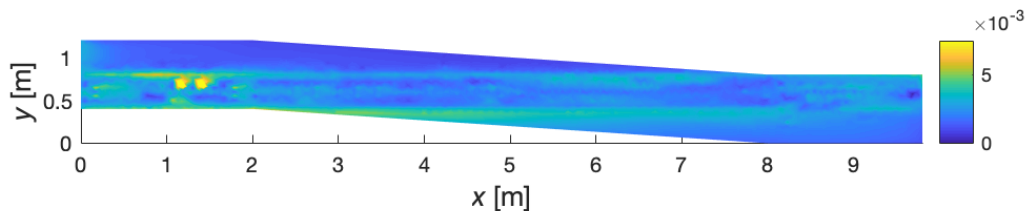
FIGURE 4.15 – Influence du maillage sur la hauteur d'eau (Sk6).

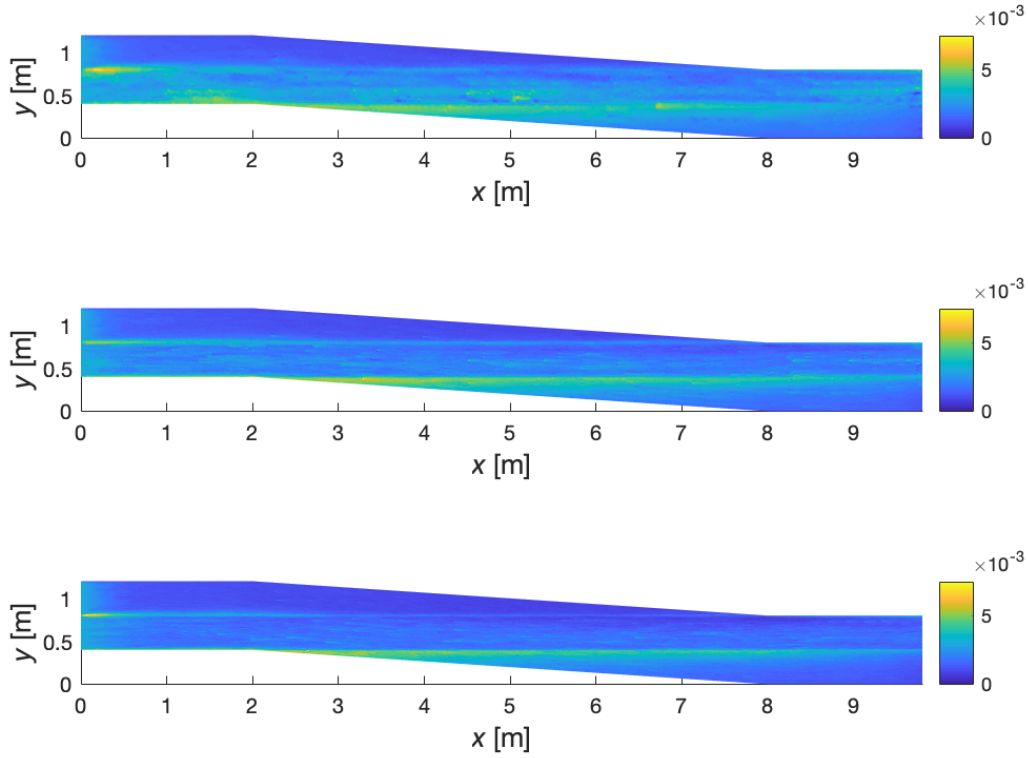
Ensuite, on observe une différence relativement grande entre les profils calculés avec le modèle numérique et les mesures expérimentales. Comme c'était le cas pour la configuration UCW du canal prismatique simple, cette différence est sûrement causée par une hauteur d'eau trop basse imposée au bout du bassin. Pour rappel, l'écoulement est mis en place en pratique par un procédé itératif qui consiste à faire varier la hauteur des déversoirs à l'aval pour obtenir un écoulement le plus uniforme possible. Pour cette configuration avec $H_r = 0.5$, la hauteur uniforme est $h_u = 0.099 [m]$. Ces résultats montrent qu'il faut aussi faire varier la hauteur à l'aval du modèle numérique pour obtenir des résultats plus proches de la hauteur uniforme.

Les indicateurs ne sont pas nécessaires dans ce cas-ci où il est évident qu'au plus le maillage est fin, au plus le profil est haut et donc proche des résultats expérimentaux.

Énergie cinétique turbulente k

La figure 4.16 illustre les champs d'énergie cinétique turbulente calculés pour les 4 maillages différents. La barre de couleur a été restreinte à une valeur maximale de $k = 7.5 \times 10^{-3} [m^2/s^2]$. Toute valeur supérieure est représentée en jaune. Les champs illustrés ci-dessous ne représentent pas l'entrée dans le bassin où l'énergie cinétique turbulente n'est plus calculée avec les équations de transport. Pour rappel, cette limite se situe en $x = 9.8 [m]$ pour ce canal Sk6.



FIGURE 4.16 – Influence du maillage sur le champ de $k [m^2/s^2]$: M6, M4, M2 et M1.

Certaines anomalies représentées par les taches jaunes apparaissent pour les maillages plus grossiers. Le raffinement du maillage est bénéfique pour cela et permet de gommer ces anomalies. Ainsi, pour le maillage le plus fin, le champ est bien plus homogène.

Conclusion

Les mêmes conclusions qu’au chapitre précédent peuvent être tirées de cette analyse du raffinement du maillage. Ce dernier est bénéfique et permet d’améliorer les résultats pour toutes les variables hydrauliques. C’est malheureusement au détriment du temps de calcul qui augmente exponentiellement avec le raffinement. Le tableau ci-dessous reprend les temps de calcul nécessaires pour simuler 150 secondes d’écoulement.

Maillage	Temps de calcul
M6	1 h 43 min
M4	3 h 48 min
M2	18 h 10 min
M1	77 h 38 min

TABLE 4.4 – Temps de calcul pour simuler 150 secondes d’écoulement pour différents maillages.

4.4.4 Comparaison avec le modèle prédicteur-correcteur

Cette sous-section a pour objectif de discuter de l’intérêt d’opter pour une méthode de prédicteur-correcteur plutôt qu’une méthode explicite pour le cas d’un canal oblique comme le canal Sk6. Pour faire cela, les résultats obtenus avec un modèle explicite et un modèle de prédicteur-correcteur sont comparés sur un maillage M4. Les 3 variables hydrauliques étudiées sont les suivantes : vitesse longitudinale, hauteur d’eau et énergie cinétique turbulente.

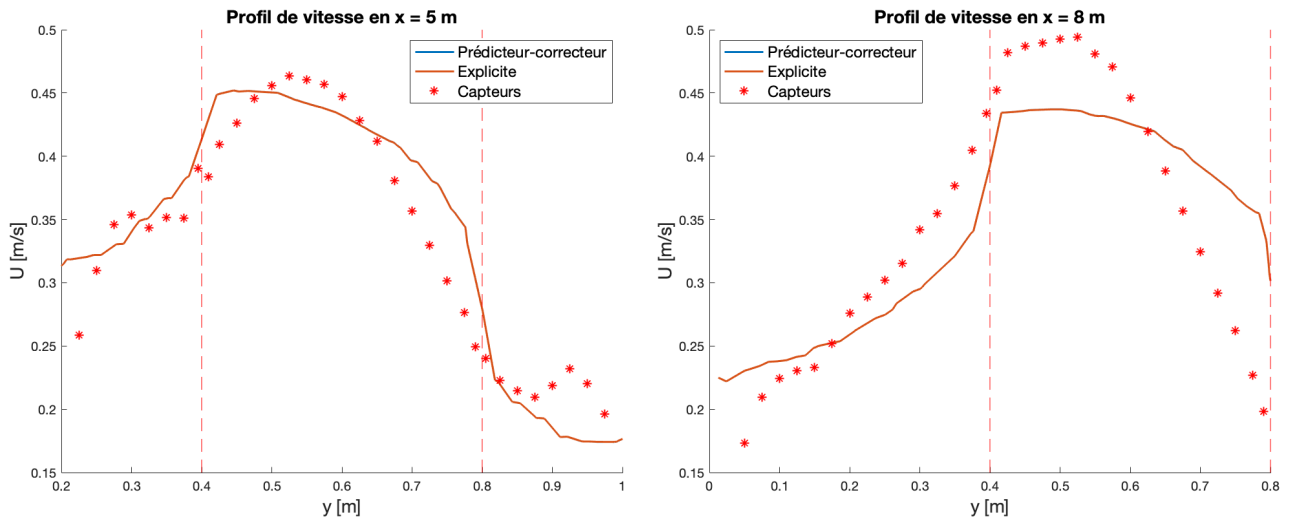


FIGURE 4.17 – Influence de la méthode de résolution des équations de transport sur le profil de vitesse.

La différence entre les deux profils de vitesse le long d'une section transversale est invisible sans zoomer sur le profil.

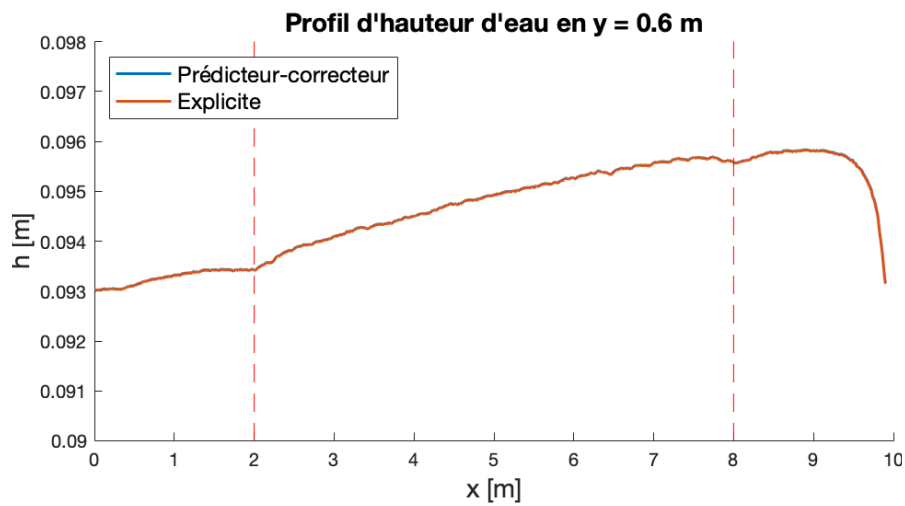
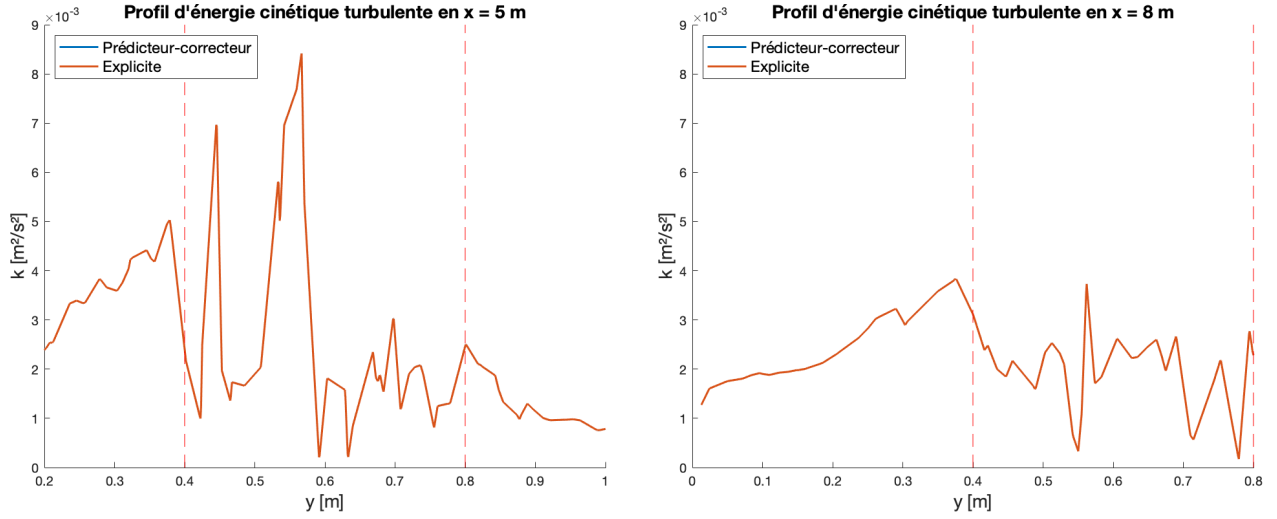


FIGURE 4.18 – Influence de la méthode de résolution des équations de transport sur la hauteur d'eau.

Les deux profils de hauteur d'eau sont indissociables le long du canal principal.

FIGURE 4.19 – Influence de la méthode de résolution des équations de transport sur le profil de k .

Même pour cette variable hydraulique dont le profil est bien plus rugueux, les différences entre les courbes sont invisibles à l'œil nu.

L'intérêt d'opter pour un modèle de prédicteur-correcteur est nul. Celui-ci nécessite largement plus de temps de calcul et n'apporte absolument rien de plus aux résultats. Ceci peut s'expliquer en partie par le fait que les effets géométriques semblent jouer un rôle prédominant dans le comportement de l'écoulement. Le rôle de la turbulence est donc moins important que pour le canal prismatique précédent. Il est important de noter que les résultats obtenus avec les deux méthodes ne sont pas parfaitement les mêmes et que si l'on zoom sur la courbe, de très légères différences sont notables.

4.4.5 Comparaison avec les autres modèles de turbulence

Le modèle $\lambda U^* h$ n'est pas comparé aux deux autres modèles pour ce cas-ci. Malheureusement ce modèle n'est pas stable pour cette configuration. L'origine de cette instabilité réside peut-être dans le maillage au droit des intersections *canal principal* - *plaines d'inondations* qui pourrait être mal conditionné. Ce problème de stabilité est survenu à la toute fin du travail et n'a donc pas été résolu. Cela ne pose pas trop de problèmes puisque ce modèle n'est pas central au travail et a déjà pu être comparé avec les autres modèles dans le chapitre précédent.

Les résultats obtenus pour les modèles $k - \varepsilon$ à une et deux équations étant très proches, il n'a pas été jugé nécessaire d'avoir recours aux indicateurs. Les résultats illustrés dans cette sous-section sont obtenus avec un maillage M1 et le modèle explicite de résolution des équations de transport.

Profil de vitesse

La figure 4.21 illustre les profils de vitesses calculés aux sections pour lesquelles des mesures expérimentales ont été effectuées. Pour rappel, ces sections transversales sont illustrées en pointillés à la figure 4.2.

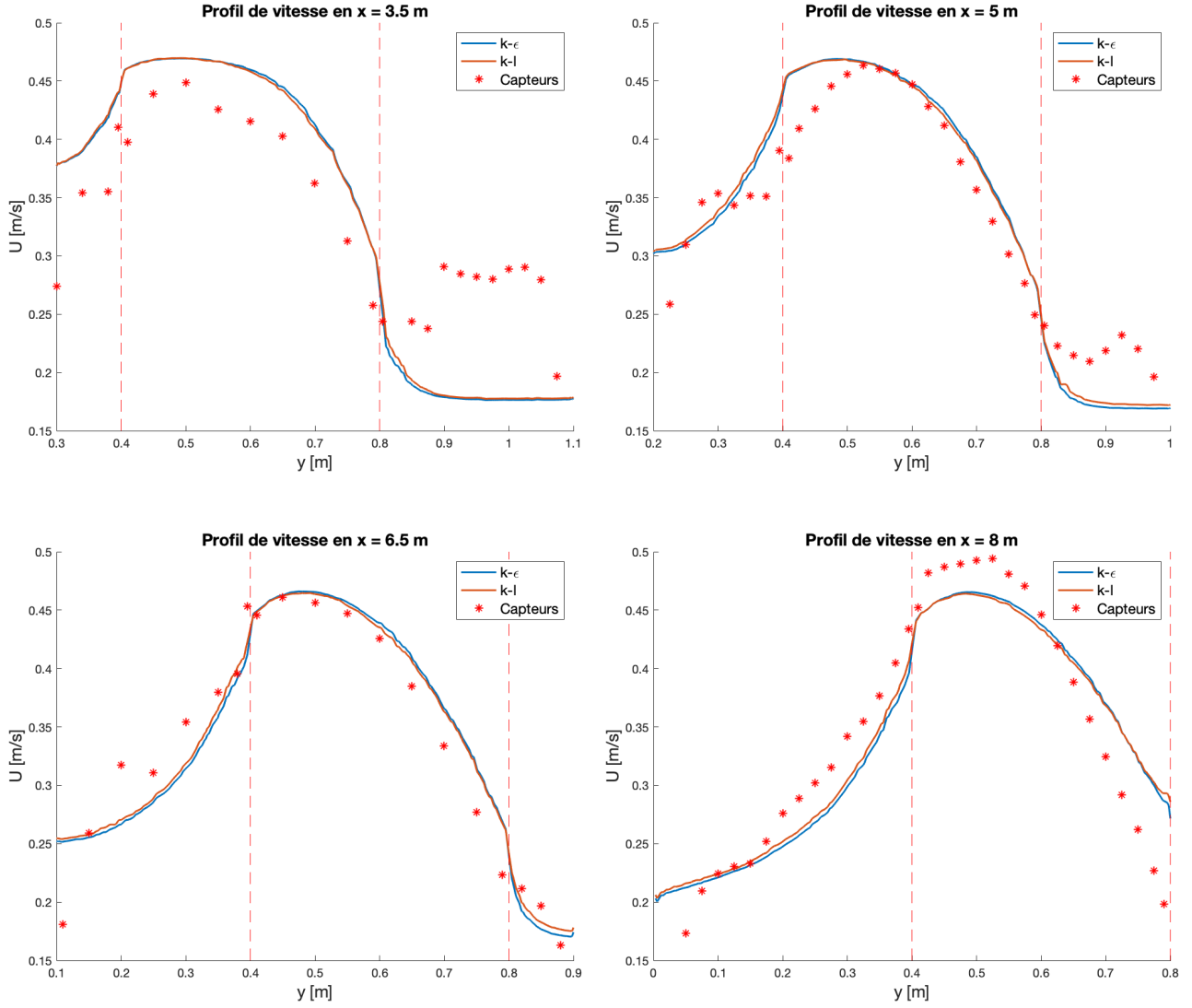


FIGURE 4.21 – Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : profils de vitesse.

On observe que les profils obtenus avec les deux modèles sont très proches. On remarque aussi que les résultats du modèle $k-l$ semblent plus diffusifs. La hauteur est légèrement inférieure dans le canal principal et légèrement supérieure dans les plaines d'inondations. Les tirets verticaux rouges illustrent les endroits de transition entre le canal principal et les plaines d'inondations.

Hauteur d'eau

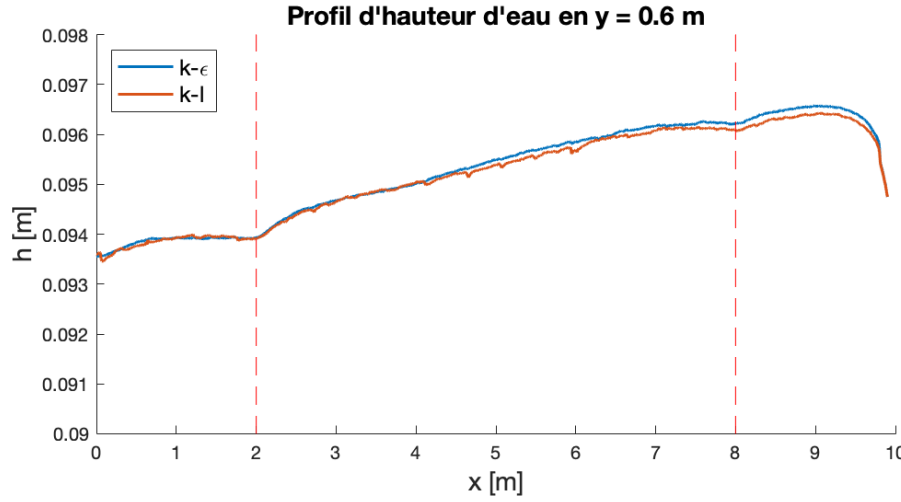


FIGURE 4.22 – Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : hauteur d'eau.

Les profils de hauteur d'eau sont aussi très proches. Par contre, on observe certains pics sur le profil du modèle $k-l$ tandis que le profil du modèle $k-\varepsilon$ est beaucoup plus lisse.

Énergie cinétique turbulente

Les champs de l'énergie cinétique turbulente calculés pour les deux modèles sont illustrés ci-dessous. Ils permettent de mettre en évidence que la valeur de k est plus importante dans le canal principal pour le modèle $k-l$. On remarque aussi qu'au niveau de la transition entre le canal principal et la plaine d'inondations aval, les valeurs de k sont plus importantes pour le modèle $k-l$ qui semble présenter des valeurs de k globalement plus élevées que l'autre modèle.

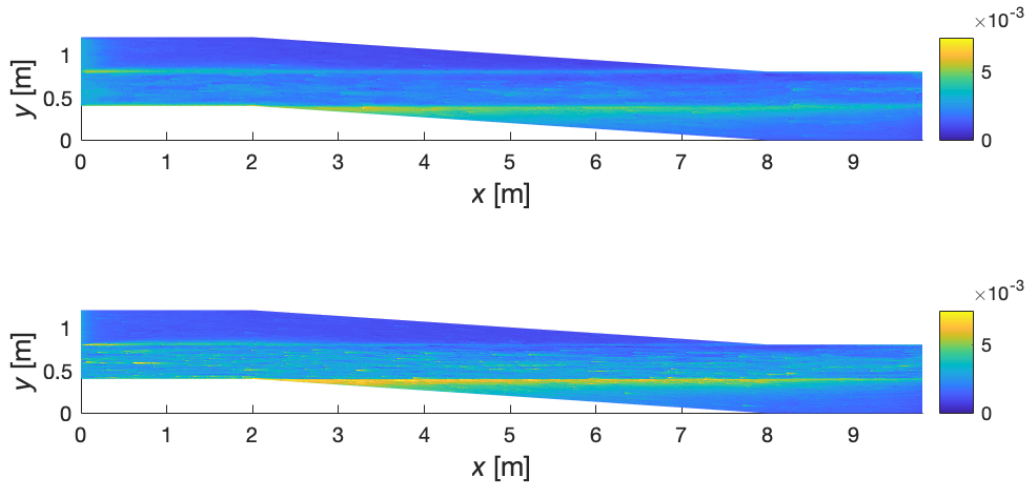


FIGURE 4.23 – Influence du modèle de contraintes turbulentes sur le champ de $k [m^2/s^2]$: modèle $k-\varepsilon$ et $k-l$.

Les figures ci-dessous illustrent les profils de k pour les deux sections transversales extrêmes de la transition du canal oblique Sk6.

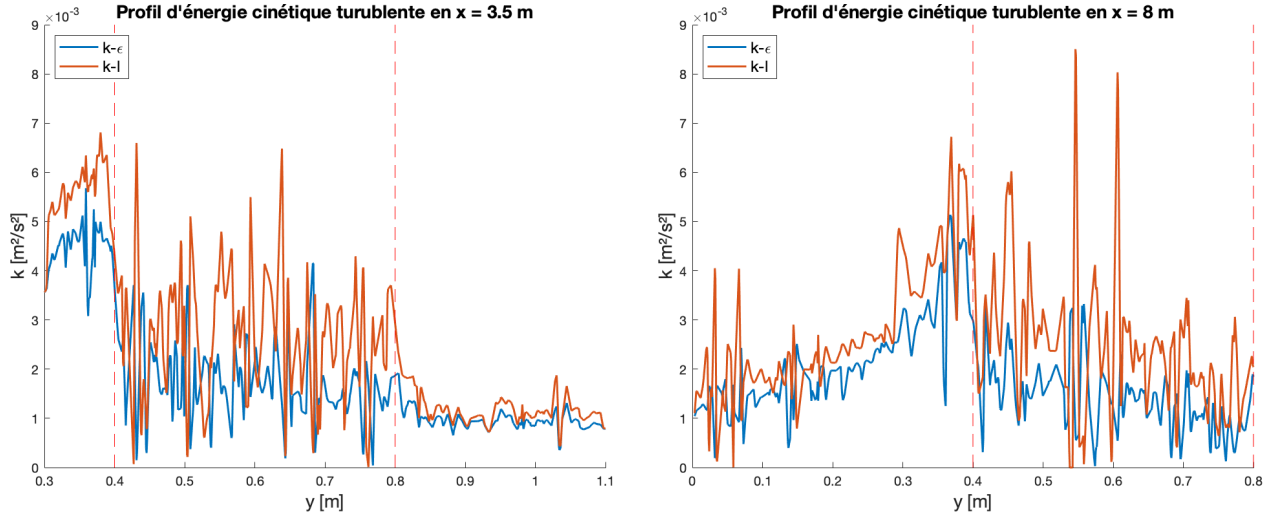
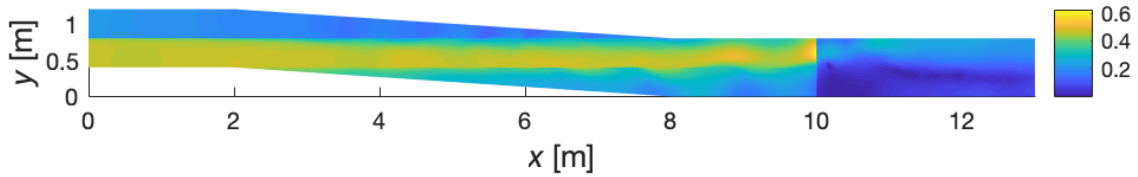


FIGURE 4.24 – Comparaison des modèles de contraintes turbulentes : énergie cinétique turbulente.

Ceux-ci mettent en évidence que le profil du modèle $k - l$ est plus haut que celui du modèle $k - \varepsilon$. Comme discuté au chapitre précédent, l'aire en dessous de la courbe représente grossièrement le caractère diffusif de l'écoulement. Au plus l'énergie cinétique turbulente est élevée le long d'une section transversale, au plus on a de structures turbulentes qui diffusent le profil de vitesse. C'est bien ce que l'on remarque à la figure 4.21 qui illustre des profils de vitesse plus diffusifs pour le modèle $k - l$.

Résultats sans les contraintes turbulentes

Il est intéressant de comparer le modèle $k - \varepsilon$ avec le modèle numérique qui ne prend pas en compte les contraintes turbulentes. Cela permet de visualiser directement l'influence des contraintes turbulentes. La section 4.4.1 a permis de mettre en évidence que la convergence du modèle sans prendre les contraintes turbulentes en compte semblait prendre beaucoup de temps. La figure 4.25 illustre le champ de vitesse après 120 secondes calculé sans activer la turbulence.

FIGURE 4.25 – Champ de la vitesse $|\vec{V}|$ [m/s] calculés après 120 secondes sans contraintes turbulentes.

Les vagues induites par l'obliquité du canal n'ont pas disparue, même après 2 minutes de simulation. En fait, il est très peu probable qu'elles se calment. Ces vagues se répercutent d'ailleurs jusque dans les plaines d'inondations à l'amont.

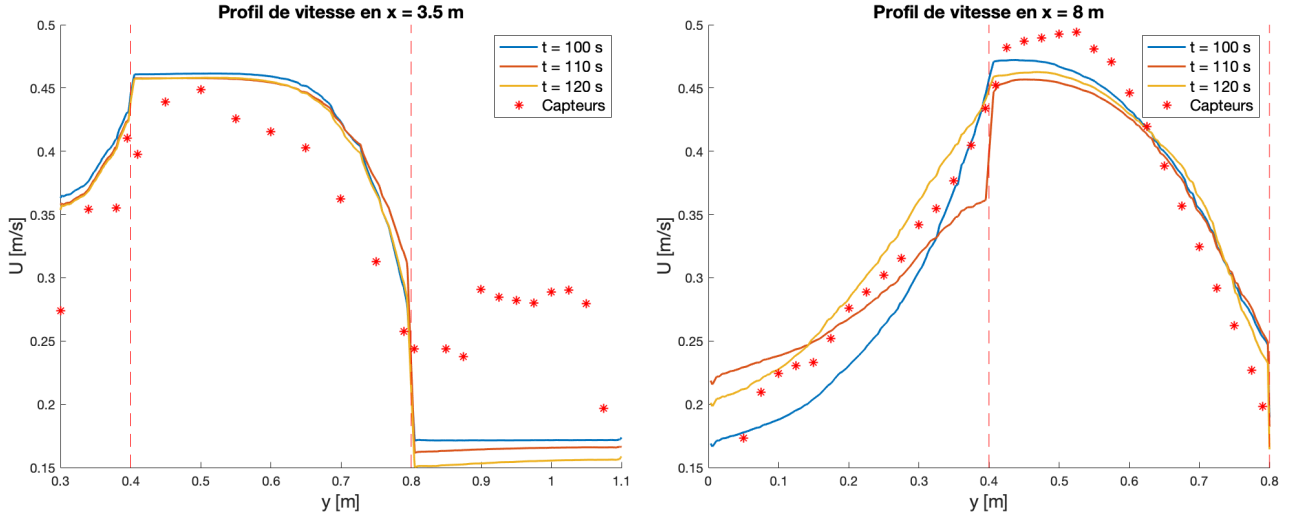
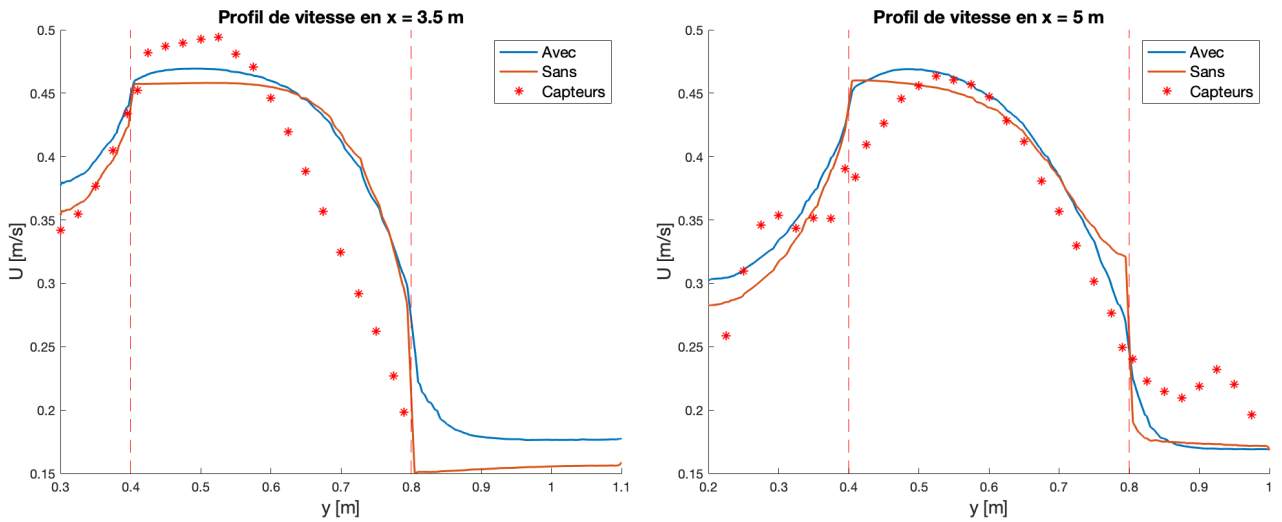


FIGURE 4.26 – Profils de vitesse calculés après 120 secondes sans contraintes turbulentes.

Les profils de vitesse varient encore fortement après 100 secondes surtout dans la plaine d'inondations aval. Les seules pertes de charges prises en compte dans ce modèle sont celles regroupées dans le coefficient de Manning qui représente les pertes de charges dues à la turbulence générée par le cisaillement de fond. Ces pertes de charges semblent trop faibles pour pouvoir calmer l'écoulement. On peut donc conclure que dans un cas où des vagues transversales peuvent apparaître, les pertes de charges induites par la turbulence sont indispensables pour calmer ces perturbations et permettre à l'écoulement de converger correctement.

La figure 4.28 illustre les profils de vitesses obtenus avec et sans l'influence des contraintes turbulentes. Au vu de ce qui vient d'être conclu, il a fallu choisir un temps auquel on décide de prendre les profils de vitesse calculés sans activer la turbulence. Ce temps a été fixé à 120 secondes. Il faut rester conscient que ce profil varie encore dans le temps et donc analyser la figure ci-dessous avec précaution, surtout à l'aval où le profil varie encore beaucoup.



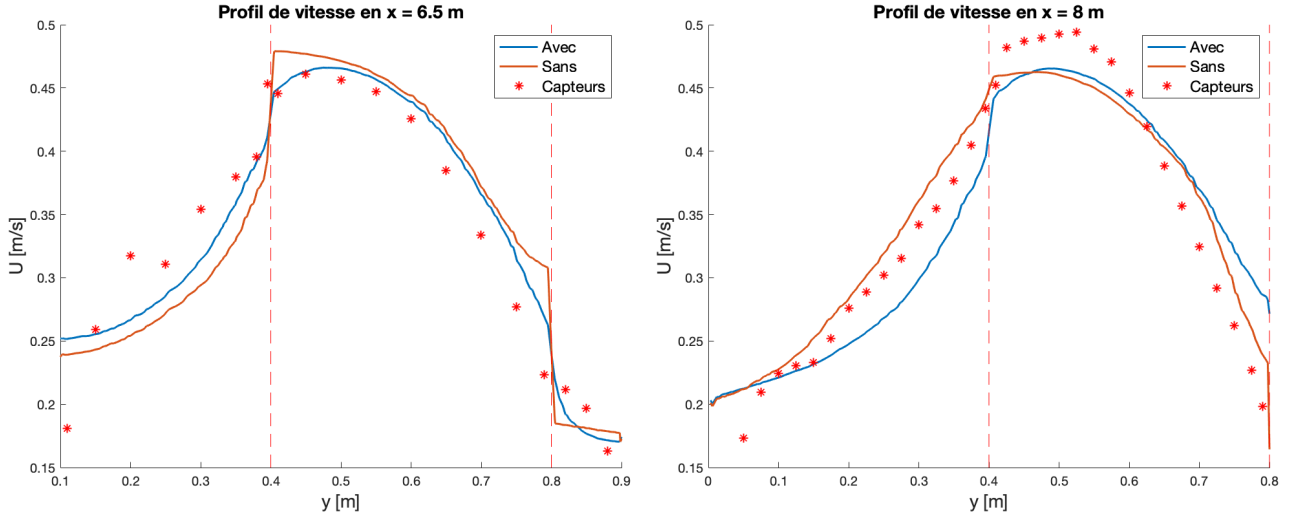
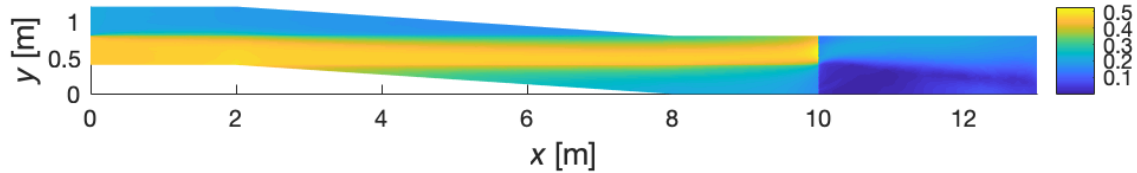


FIGURE 4.28 – Influence des contraintes turbulentes sur le profil de vitesse.

On observe assez distinctement que les profils calculés avec les contraintes turbulentes sont lissés par les structures turbulentes et donc plus diffusifs. Ce phénomène est bien plus marqué à l'amont où les phénomènes géométriques sont moins importants. Pour les deux sections aval, on peut faire les mêmes observations malgré le fait que celles-ci soient moins marquées. Ceci s'explique en grande partie par les échanges géométriques qui jouent un rôle prédominant dans le comportement de l'écoulement à l'aval.

4.4.6 Profils de vitesses

Le champ de vitesse, illustré à la figure 4.29 permet de comprendre comment l'écoulement prend place dans le canal.

FIGURE 4.29 – Champ de la vitesse $|\vec{V}|$ [m/s] du canal Sk6 (M1).

Tout d'abord, on observe que le bassin de dissipation est bien assez long et pourrait même être un peu réduit. En effet, les recirculations sont faibles et fort éloignées de l'entrée du canal dans le bassin de dissipation. L'écoulement dans la partie aval du canal ne semble pas perturbée par la condition aval..

Ensuite, on remarque que l'interface entre le canal principal et la plaine d'inondations amont évolue le long du canal. En effet, plus on avance dans le canal, plus la quantité d'eau déviée des plaines d'inondations vers le canal principal est importante. Ce phénomène est illustré par l'augmentation de la largeur de la bande verte à l'interface des deux sous-sections. L'écoulement de la plaine d'inondations aval est déviée par les parois vers le canal principal. Cette eau est alors accélérée par l'écoulement plus rapide dans le canal principal. Inversement, l'écoulement du canal principal est ralenti par l'écoulement provenant de la plaine d'inondations.

Ces effets géométriques se reproduisent sur la plaine d'inondations aval. Les composantes verticales de vitesse induites par l'écoulement provenant de plaine d'inondations à l'amont provoque des échanges massiques entre le canal principal et la plaine d'inondations aval. À cela s'ajoutent des échanges de

quantité de mouvement entre les deux sous-sections induits par les structures turbulentes. Ces phénomènes complexes combinent effets géométriques et effets turbulents qui résultent en une diminution de la vitesse dans le canal principal et une augmentation de la vitesse dans les plaines d'inondations.

les figures ci-dessous illustrent les profils de vitesse longitudinale pour différentes sections de la transition entre $x = 2 [m]$ et $x = 8 [m]$.

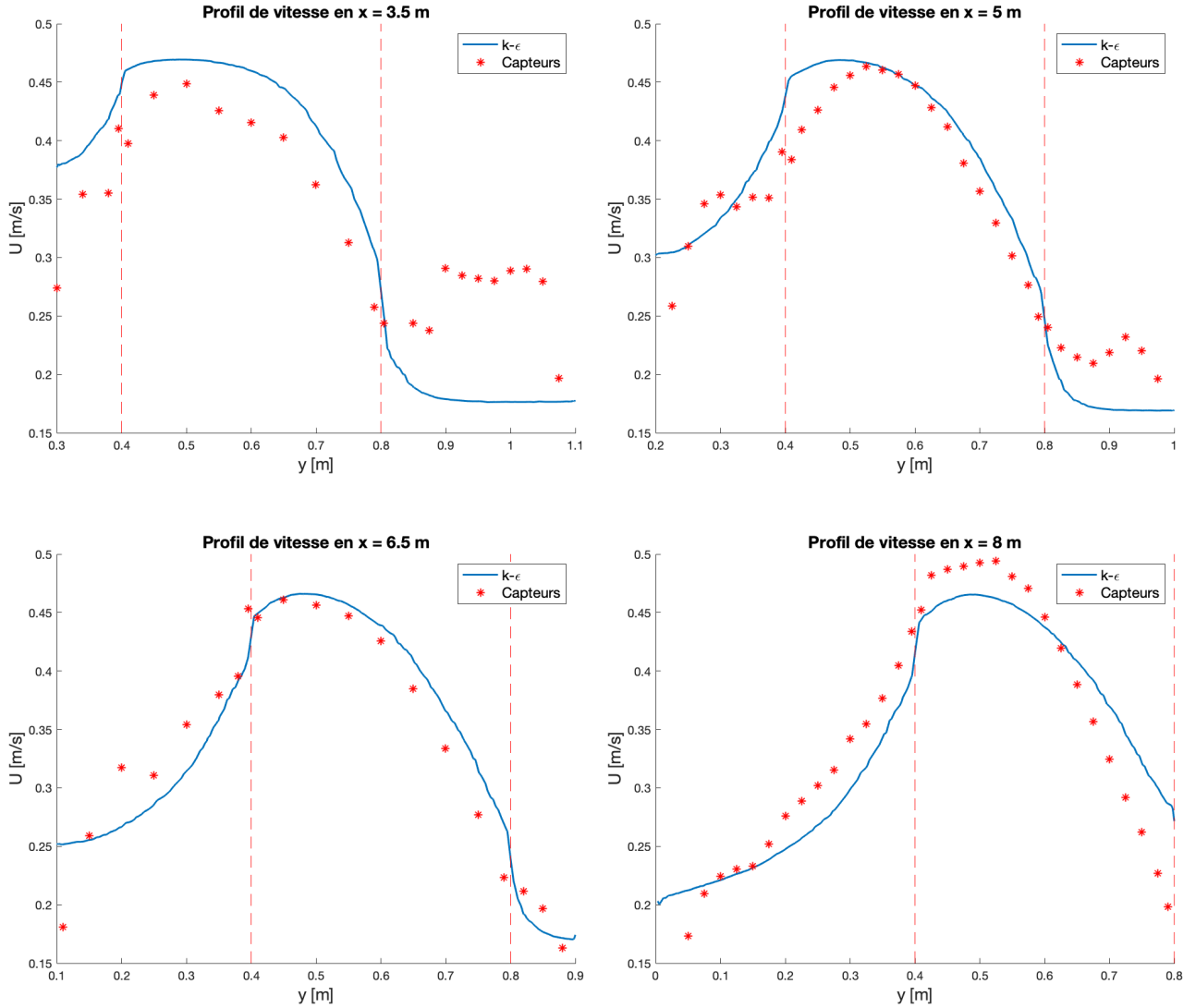


FIGURE 4.31 – Profils de vitesse : comparaison entre le modèle $k - \epsilon$ et les mesures expérimentales (Sk6).

Les résultats obtenus sont nettement moins bons que pour la configuration UCM et UCW. Il est difficile de déduire des conclusions avec certitude. Les échanges géométriques ne semblent pas être correctement reproduits, ce qui induit beaucoup de différences dans les profils de vitesses. Si la vitesse dans la plaine d'inondations aval semble presque correcte, elle est largement sous-estimée dans la plaine d'inondations amont. Cette observation indique que les échanges de masse et de quantité de mouvement à cette interface ne sont pas correctement reproduits. En effet, le profil en $x = 3.5 [m]$ est trop peu diffusif c'est à dire que le canal principal n'est pas assez ralenti par la plaine d'inondations et inversement, que la plaine d'inondations n'est pas assez accélérée par le canal principal. Ce défaut est moins présent pour les sections plus à l'aval.

Concernant la plaine d'inondations de droite ($y < 0.4 [m]$), on observe pour toutes les sections des chutes des mesures expérimentales pour le point proche de la paroi. Cette mesure est en réalité faussée

par un effet de paroi. Le tube de Pitot a une largeur non négligeable et s'il est placé à une distance qui est du même ordre de grandeur que le tube lui-même, il peut avoir une influence assez importante. L'accélération élevée sur la plaine d'inondations de gauche ($y > 8[m]$) est plus compliquée à expliquer.

4.4.7 Hauteur d'eau

Les conditions expérimentales sont telles que le niveau se rapproche fort de la hauteur uniforme qui dans ce cas-ci, pour $H_r = 0.5$, est de $h = 0.099[m]$ dans le canal principal. Les résultats obtenus sont d'abord présentés globalement dans tout le canal puis le long de sections longitudinales et transversales.

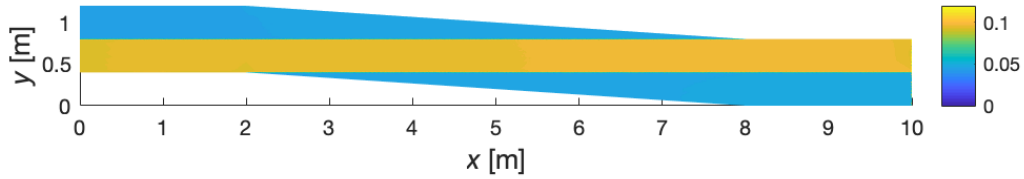


FIGURE 4.32 – Champ de hauteur d'eau h [m] du canal Sk6 (M1).

Les pointillés rouges à la figure ci-dessous indiquent les sections longitudinales pour lesquelles le profil de h est illustré. Malheureusement, la seule mesure expérimentale de hauteur d'eau a été prise dans le canal principal.

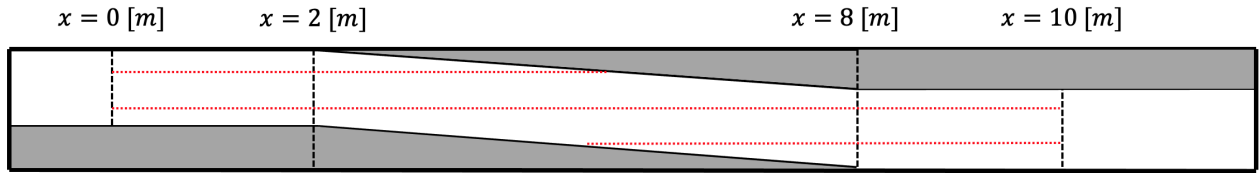


FIGURE 4.33 – 3 sections longitudinales : profils de hauteur d'eau.

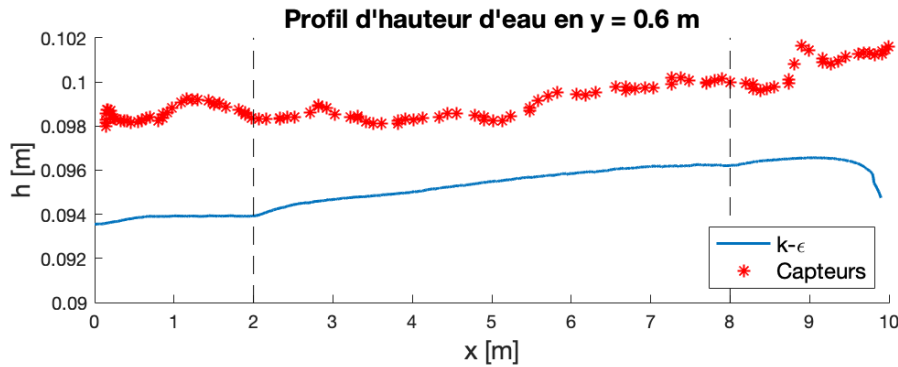


FIGURE 4.34 – Hauteur d'eau le long du canal principal (Sk6)

Comme évoqué plus tôt, on remarque que le niveau d'eau est trop bas. Ceci peut être corrigé en augmentant la hauteur imposée au bout du bassin de dissipation. Les deux profils augmentent le long du canal. Le profil expérimental varie tout de même beaucoup plus que le profil du modèle $k-\epsilon$. Il semble d'ailleurs avoir une pente relativement constante le long de la transition entre $x = 2[m]$ et $x = 8[m]$. L'entrée dans cette transition est marquée par une augmentation brusque du niveau d'eau. Le profil pourrait être vulgairement simplifié par deux plateaux avant et après la transition reliés par un profil de pente constante.

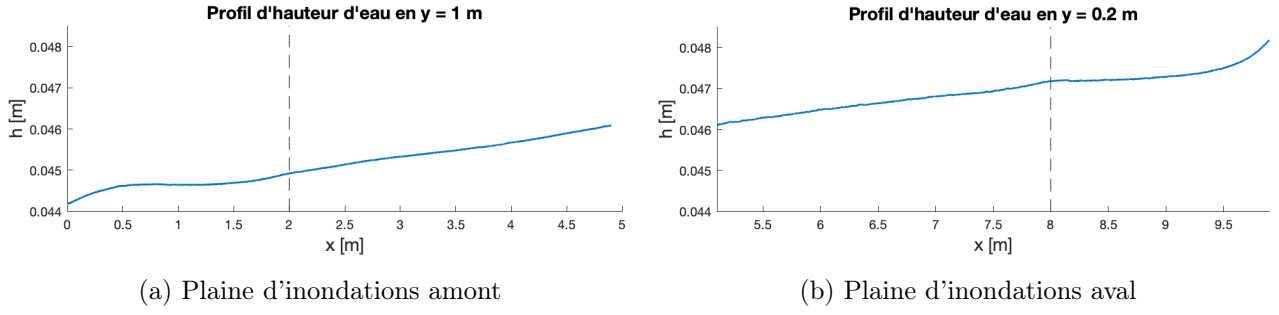


FIGURE 4.35 – Hauteur d'eau le long des plaines d'inondations (Sk6).

Les profil de hauteur d'eau des plaines d'inondations suivent la même allure que celui du canal principal. La principale différence, déjà observée pour le canal prismatique, est que le niveau augmente à l'entrée du bassin de dissipation alors qu'il chute dans le canal principal.

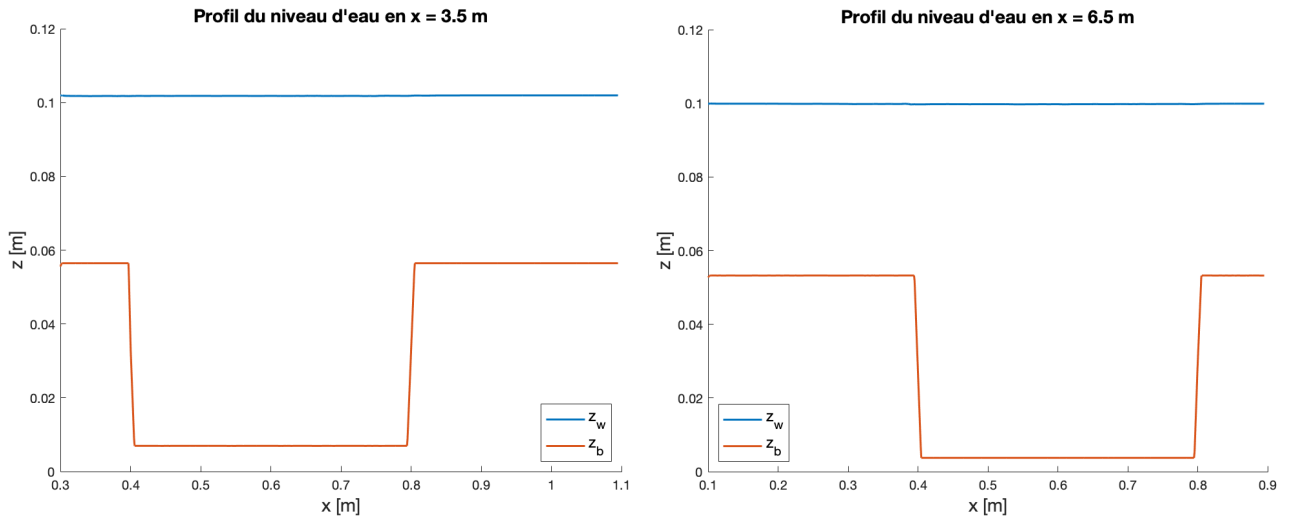
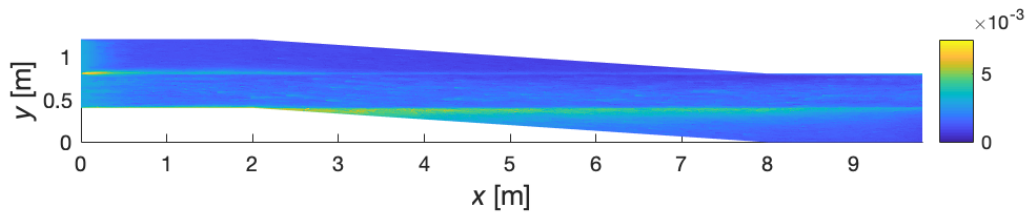


FIGURE 4.36 – Hauteur d'eau le long d'une section transversale (Sk6).

La chute observée dans le profil transversal de h pour le canal prismatique est nettement moins visible dans ce cas-ci. On observe tout de même de légers changements mais le profil reste nettement plus constant le long d'une section transversale. Ceci peut s'expliquer par les échanges de quantité de mouvement nettement plus importants entre les différentes sous-sections du canal.

4.4.8 Énergie cinétique turbulente

Cette variable hydraulique semble jouer un rôle moins important dans ce cas test. Illustrer le champ d'énergie cinétique turbulente permet tout de même de comprendre comment se comporte l'écoulement.

FIGURE 4.37 – Champ d'énergie cinétique turbulente $k [m^2/s^2]$ pour le canal Sk6 (M1).

On observe deux endroits où l'énergie cinétique turbulente est importante. À ces endroits, les fluctuations de vitesse le sont aussi et beaucoup de structures turbulentes se mettent en place.

Le premier se situe à l'entrée du canal, au niveau de l'interface entre le canal principal et la plaine d'inondation amont. Les tourbillons à axes verticaux générés par la surface de cisaillement entre les deux sous-sections induit des échanges de quantité de mouvement qui accélèrent légèrement l'écoulement dans la plaine d'inondations et le freine dans le canal principal.

Le second se situe à l'interface du canal principal avec la deuxième plaine d'inondations. L'écoulement, présentant une vitesse transversale, prend place sur la plaine d'inondations aval et générer beaucoup de turbulence. Cette énergie cinétique turbulente va se propager par convection vers l'aval et augmenter la turbulence à l'interface plus bas dans l'écoulement.

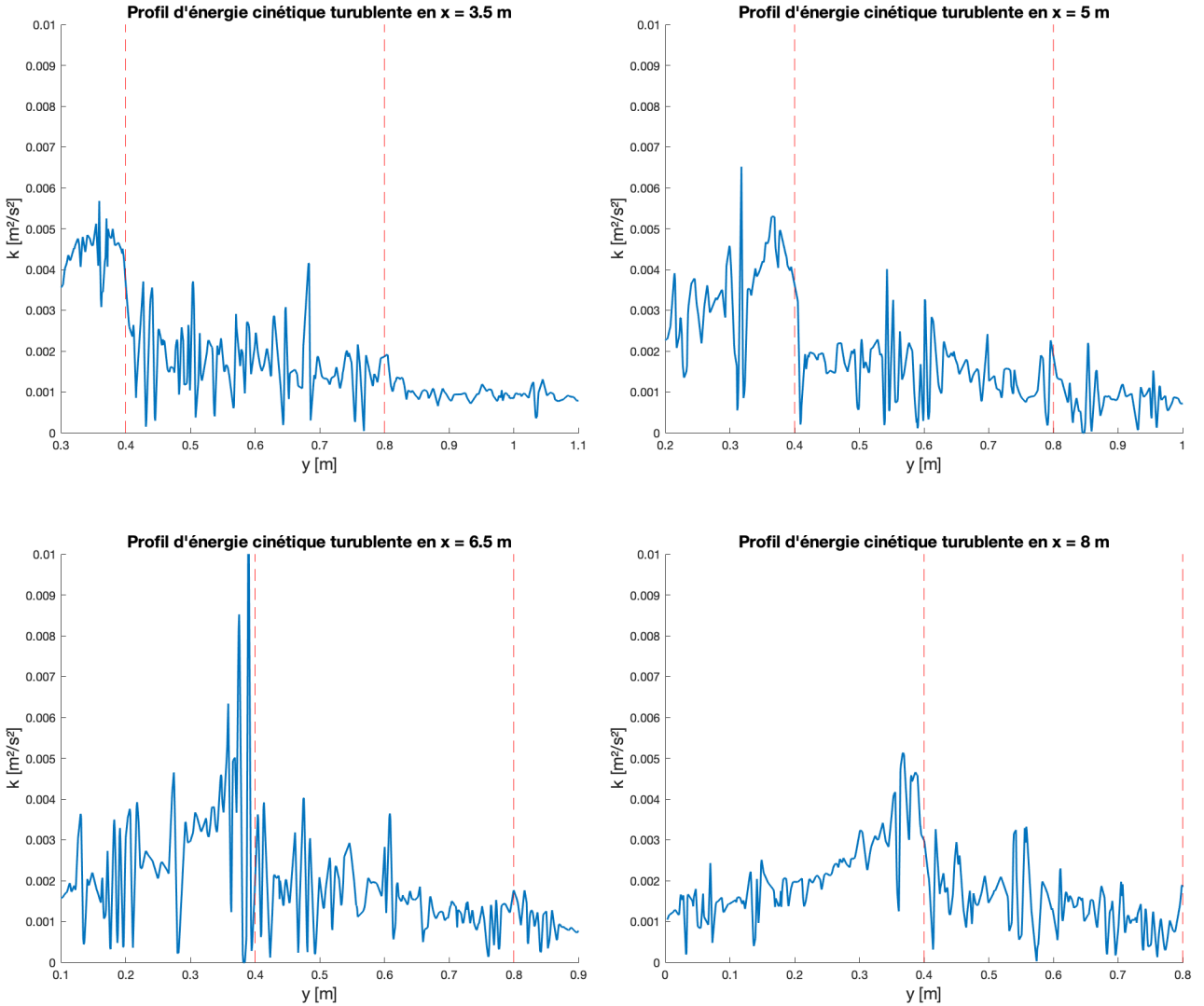


FIGURE 4.39 – Profil de k : comparaison entre le modèle $k - \varepsilon$ et les mesures expérimentales (Sk6).

Ces 4 profils calculés le long des sections transversales de la transition du canal permettent de confirmer ce qui a été dit précédemment à propos du champ de k .

On remarque aussi que l'énergie cinétique turbulente oscille (spatialement) autour d'une valeur relativement constante dans le canal principal. Le profil de k dans les plaines d'inondations dépend fortement des effets géométriques de l'écoulement. Par exemple, on a une augmentation du profil de k sur la plaine d'inondations aval pour les sections en $x = 3.5 [m]$ et $x = 5 [m]$ causée par la quantité d'eau déviée du canal principal vers cette plaine.

4.5 Conclusion

Les résultats obtenus avec ce canal de section non-prismatique à géométrie oblique fournit dans l'ensemble de moins bons résultats que le cas test précédent. En réalité, le modèle $k - \varepsilon$ produit bien ce qu'il doit représenter, c'est à dire une diffusion additionnelle au droit des transitions *canal principal - plaines d'inondations*. Le principal problème réside dans la modélisation des échanges géométriques qui semblent en quelque sorte inhibés ou pas correctement reproduits. Les indicateurs permettent d'affirmer dans ce cas-ci que le profil de vitesse est aussi reproduit à 3 [cm/s] près, ce qui représente ici une erreur moyenne d'environ 9%. En terme de valeur absolue, l'ordre de grandeur de l'erreur est la même mais, proportionnellement, l'importance de cette erreur est bien plus marquée dans ce cas-ci. Ceci montre bien l'intérêt d'utiliser deux indicateurs. Certaines mesures faites à la paroi sont à prendre avec des pincettes car le tube de Pitot permettant de mesurer la vitesse perturbe l'écoulement et donc les mesures y subissent un effet de paroi. En prenant cet effet en compte, on peut considérer que les mesures concordent relativement bien avec les résultats du modèle. Par contre, le profil de vitesse sur la plaine d'inondations amont ($y > 0.8$ [m]) est largement sous-estimé, principalement en $x = 3.5$ [m].

Le profil de hauteur d'eau calculé par le modèle suit globalement la même tendance que le profil expérimental qui croît légèrement. Tout comme c'était le cas pour le cas test précédent pour la configuration UCW, la hauteur d'eau imposée à l'aval du bassin de dissipation n'a pas été parfaitement ajustée. Ainsi, le profil calculé est sous-estimé. Le tracé du profil de hauteur d'eau permet de mettre en évidence que pour ce cas test, il est bien plus constant le long d'une section transversale. C'est la raison pour laquelle M.Gillain [15] a décidé de ne pas modéliser de bassin de dissipation à l'aval.

Les résultats obtenus pour l'énergie cinétique turbulente sont tout aussi chaotiques que pour le canal prismatique. Malgré l'absence de mesures expérimentales permettant d'évaluer certains profils calculés avec le modèle $k - \varepsilon$, les résultats obtenus mettent en évidence où et comment surviennent les échanges géométriques. En effet, c'est où le profil présente des valeurs de k importantes que des échanges de masse et de quantité de mouvement ont lieu, comme on peut le voir à l'entrée des plaines d'inondations aval par exemple.

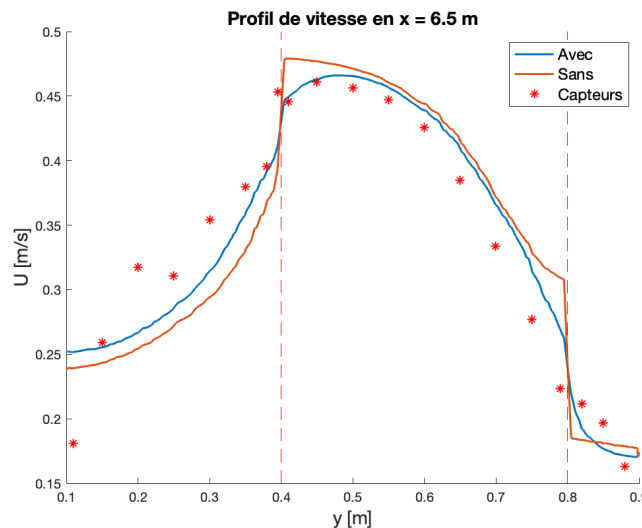


FIGURE 4.40 – Profil de vitesse calculé avec et sans contraintes turbulentes : canal oblique Sk6.

Pour visualiser directement l'impact des contraintes turbulentes sur l'écoulement, il est intéressant de comparer le profil calculé avec et sans ces contraintes. La figure 4.40 présentée plutôt dans le chapitre, illustre bien cela.

Il est évident que, même dans ce cas plus complexe qui allie échanges géométriques et échanges

turbulents, il est indispensable de modéliser les contraintes turbulentes qui jouent tout de même un rôle pour diffuser et lisser le profil de vitesse au niveau des transitions. L'ajout de ces contraintes turbulentes permet d'ailleurs au système de converger correctement. En effet, si on prend en compte uniquement les pertes de charges induites par le cisaillement de fond, le profil ne converge en fait pas car le modèle n'est pas capable d'atténuer suffisamment les vagues générées transversalement. L'ajout des contraintes turbulentes permet d'ajouter des pertes de charges qui calment l'écoulement.

Concernant les conditions limites du système, les mêmes remarques que celles du chapitre précédent peuvent être faites. Pour rappel, le choix d'opter pour un bassin de dissipation a été rediscuté. Cette condition n'est pas parfaite malgré le fait qu'elle fournisse des résultats satisfaisants pour la plupart des cas sans perturber l'amont. Opter pour une condition limite de type absorbante est une piste intéressante pour améliorer le modèle. De plus, comme ce fut déduit dans un travail de fin d'études précédent, le bassin de dissipation n'est pas indispensable pour ce cas de canal asymétrique. Imposer une hauteur d'eau directement à l'aval du canal doit donc en principe être suffisant même si cette condition n'a pas été retestée pour ce canal.

Une autre condition limite qui doit être rediscutée est la condition de mur. Il est probable que la paroi joue un rôle important dans l'écoulement. Pour rappel, les pertes de charges induites par les parois ne sont pas prises en compte dans le modèle. Pour le cas du canal prismatique simple, l'impact est très faible car la rugosité de la paroi est négligeable et les composantes de vitesses transversales sont quasiment nulles. Dans ce cas-ci, la paroi joue un rôle important en déviant l'écoulement présent sur la plaine d'inondations amont vers le canal principal. Et c'est précisément à cet endroit que les résultats sont les moins bons. Pour améliorer le modèle, une loi de mur pourrait être implémentée pour prendre en compte les pertes de charges et l'énergie cinétique turbulente générées le long des parois verticales.

Dans ce cas-ci, le raffinement joue encore un rôle primordial dans la qualité des résultats et permet de diminuer la diffusion numérique tout en obtenant des profils plus lisses et continus. Par contre, la méthode de prédicteur-correcteur de résolution des équations de transport est inefficace pour un tel écoulement dicté principalement par les effets inertiels.

Pour finir, la comparaison des modèles $k - \varepsilon$ à une et deux équations permet de faire les mêmes conclusions que faites précédemment. Le modèle à une équation n'apporte pas grand chose de plus que le modèle plus complexe à deux équations. De légères différences permettent d'affirmer que le modèle à une équation est un peu plus diffusif et s'explique par le fait que ce modèle surestime légèrement les contraintes turbulentes. Le modèle $k - l$ ne présente par contre pas de phénomène oscillatoires pour ce cas-ci, toutes les variables hydrauliques convergent correctement.

Conclusion

Ce travail de fin d'études vient compléter une série de travaux précédents réalisés sur ce sujet au sein du département de Génie Civil de l'École Polytechnique de Louvain. Il fait suite aux travaux d'Eugénie Deliens et de Martin Gillain qui ont tous les deux travaillé sur l'implémentation d'un modèle de turbulence dans le code de calcul *SDFlow2D*. L'objectif de ce mémoire était d'implémenter et de valider le modèle $k - \varepsilon$ permettant de prendre en compte les contraintes additionnelles qui apparaissent aux interfaces des écoulements à lit composé.

Le rapport a débuté par un premier chapitre permettant de présenter le contexte théorique sur lequel s'est basé le travail. Les équations de Saint-Venant, basées sur celles de Navier-Stokes, permettent de simplifier le problème en 2 dimensions. Avec ce modèle bidimensionnel, on obtient des résultats convaincants malgré que les composantes verticales des variables hydrauliques ne soient pas prises en compte. La façon dont ce modèle théorique est implémenté dans le modèle numérique fait l'objet du deuxième chapitre. Il insiste notamment sur le calcul des dérivées effectué avec la méthode *LSFD*, qui doit être correctement réalisé pour obtenir de bons résultats. Il est primordial de correctement ajuster le nombre de cellules de soutien au cas par cas pour des raisons de stabilité mais aussi pour minimiser toute diffusion numérique.

Ensuite, deux chapitres ont été consacrés à la discussion des résultats obtenus pour les deux cas étudiés expérimentaux, tout en détaillant la démarche et les choix de modélisation adoptés.

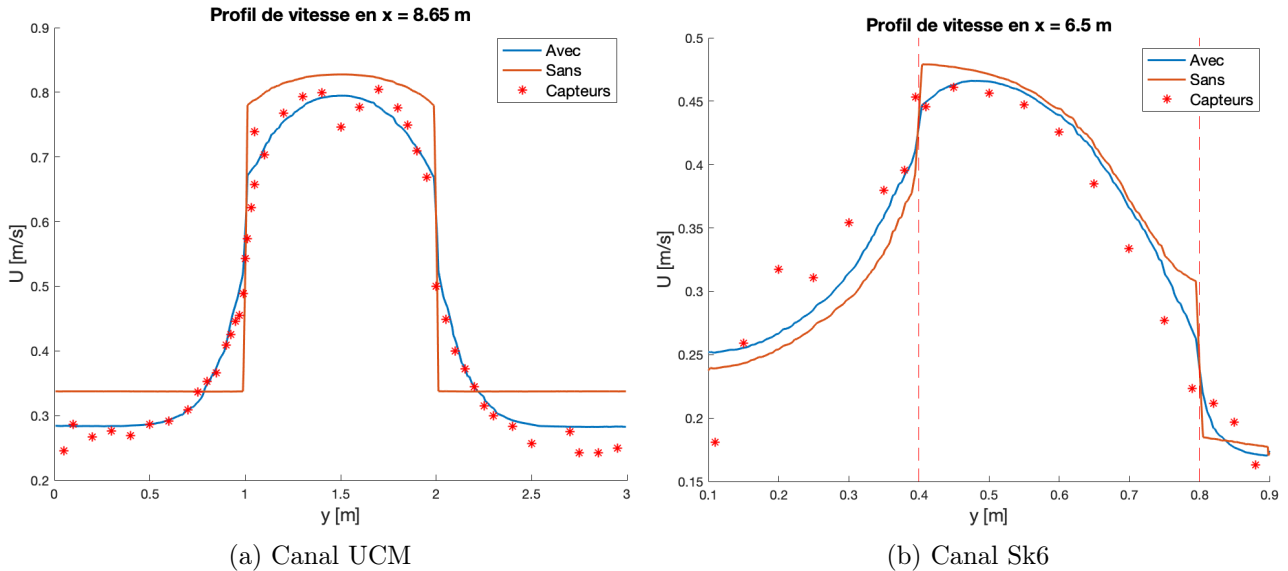


FIGURE 4.41 – Profils de vitesse calculés avec et sans contraintes turbulentes (modèle $k - \varepsilon$).

Les résultats permettent de conclure qu'il est indispensable de prendre en compte les contraintes turbulentes additionnelles et que le modèle $k - \varepsilon$ reproduit correctement leur effets. Ils mettent aussi en évidence que les modèles $k - \varepsilon$ à une et deux équations se valent et sont plus performants que le modèle $\lambda U^* h$, notamment parce qu'ils nécessitent beaucoup moins de calibration de paramètres.

La figure [4.41](#) illustre bien l'intérêt d'effectuer les calculs avec les contraintes turbulentes. Le canal

oblique Sk6 a mis en évidence que le modèle numérique n'était pas parfait pour reproduire correctement les effets géométriques induits par le changement de section transversale. Les parois à la frontière jouent un rôle plus important que pour un canal à section prismatique. La vitesse obtenue sur la plaine d'inondations amont est mal représentée ce qui indique que certains effets ne sont pas correctement pris en compte.

Une troisième géométrie a été testée dans le cadre de ce travail mais ne fait pas l'objet d'un chapitre à part entière car des problèmes numériques importants ont été rencontrés. Deux cas expérimentaux, de géométrie similaire, ont été testés. Les deux canaux ont des sections prismatiques qui présentent des transitions douces entre le canal principal et les plaines d'inondations. Les figures 4.42 et 4.43 illustrent la géométrie de ces deux exemples.

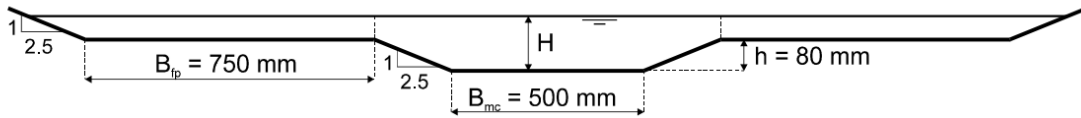


FIGURE 4.42 – Géométrie de la section transversale du canal prismatique à transition douce 1 [4].

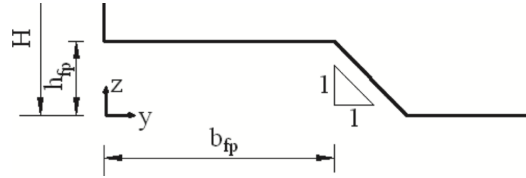


FIGURE 4.43 – Géométrie de la section transversale du canal prismatique à transition douce 2 [35].

La différence principale vient des parois à la frontière, qui ne sont pas verticales pour le premier cas. Cette différence augmente la difficulté de modélisation car la limite latérale du domaine n'est plus clairement définie, ce qui pose problème car il faut pouvoir gérer des cellules vides de toute eau. Pour ces raisons-là, on s'est plus concentré sur le deuxième cas. Pour éviter certains problèmes de stabilité pour le premier cas, il est conseillé de ne pas prendre en compte les contraintes turbulentes pour des profondeurs trop faibles aux bords.

Les figures ci-dessous illustrent les profils de vitesse obtenus pour ces deux géométries.

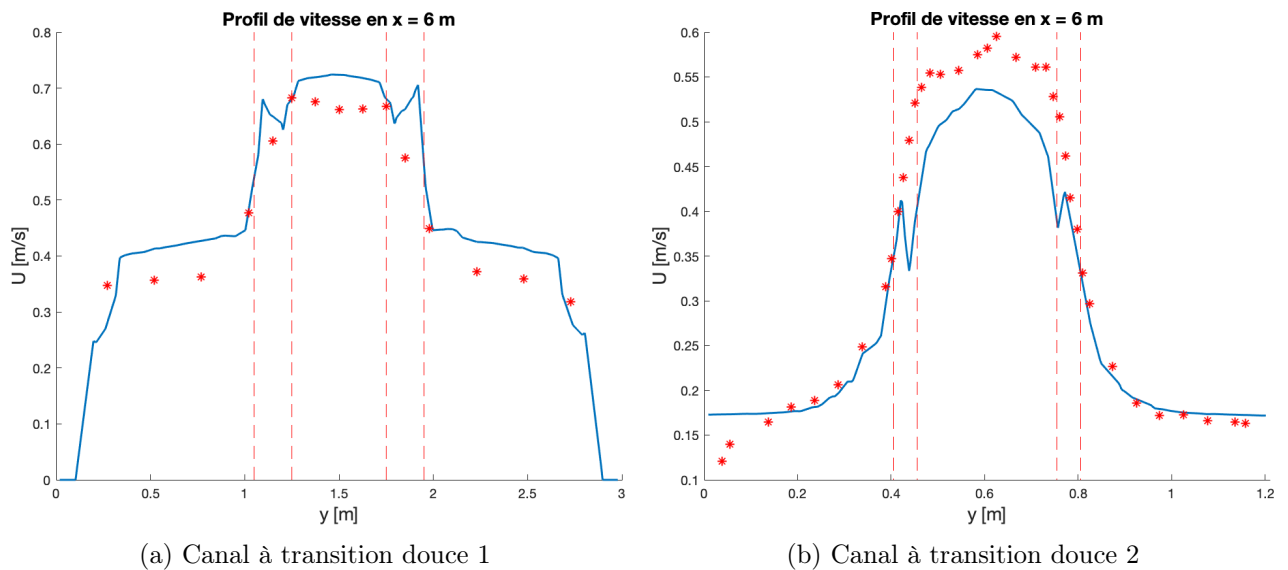


FIGURE 4.44 – Profils de vitesse obtenu pour les canaux prismatiques à transition douce.

On observe dans les deux cas une chute importante de la vitesse au niveau des transitions. L'origine exacte du problème n'a malheureusement pas pu être déterminée avec précision mais le problème a tout de même déjà été creusé. La pente transversale est mal digérée par le modèle qui semble poser problème dans le calcul des flux transversaux. A noter que l'apparition de ces "dents" aux interfaces se fait bien avant l'ajout des contraintes turbulentes, ce qui prouve que ce n'est pas l'implémentation du modèle $k - \varepsilon$ qui pose problème. Cela ne se présente pas dans les cas précédents car la transition entre le canal principal et les plaines d'inondations est très abrupte.

Au vu de la correspondance entre le profil numérique et les mesures expérimentales à l'extérieur de ces transitions pour le canal 2, on suppose que les résultats devraient en principe être assez bons si on arrivait à résoudre les problèmes de flux. Si la correspondance entre le profil numérique et les mesures est moins bonne pour le canal 1, c'est sûrement à cause d'un mauvais calibrage des coefficients de Manning qui sont sous-estimés. À noter qu'il est difficile d'obtenir un modèle stable pour ce cas-là. Ce problème mérite d'être creusé d'avantage puisque l'apparition de pente transversale de ce type n'est pas anodine.

De nombreuses pistes d'amélioration peuvent être apportées pour améliorer le modèle numérique. Implémenter le modèle de Smagorinski ne devrait pas présenter trop de difficultés et permettrait d'ajouter un nouveau modèle de contraintes turbulentes aux trois modèles déjà étudiés dans le cadre d'un travail de fin d'études à l'UCLouvain : le modèle $\lambda U^* h$, le modèle $k - l$ et le modèle $k - \varepsilon$ implémentés dans ce travail. Ce modèle-là exprime la viscosité ν_t comme proportionnelle au gradient de vitesse et à la taille du maillage Δ . Il a d'ailleurs été implémenté par P.Vam [25] à l'aide de la méthode de Galerkin discontinue.

Pour prendre en compte les pertes de charges, il peut être intéressant de délaissier le modèle de Manning au profit de celui de Darcy-Weisbach. Celui-ci représente en principe mieux le lien entre rugosité et phénomènes turbulents. Il faut pour cela trouver un cas expérimental pour lequel les coefficients de rugosité de Darcy-Weisbach peuvent être évalués.

Les conditions limites aval ont longtemps été discutées. Malgré le fait que modéliser un bassin de dissipation soit efficace dans la plupart des cas, cette condition n'est pas parfaite. Une piste possible est d'implémenter une condition dite absorbante comme l'ont par exemple fait N. Bartoli et F. Collino [2] pour une méthode d'éléments finis.

Le canal Sk6 a mis en évidence que les parois pouvaient jouer un rôle important dans l'écoulement. Le modèle utilisé ne prend pas les effets de paroi en compte. Pour pouvoir améliorer les résultats, il semble donc important d'implémenter une loi de paroi pour prendre en compte la génération additionnelle de pertes de charges.

Finalement, une dernière piste concerne la configuration UCW pour laquelle les plaines d'inondations sont occupées par un réseau de cylindres. Le modèle P_{kd} testé pour mieux représenter la physique de l'écoulement n'a pas fourni de résultats très convaincants par rapport à une modélisation plus simpliste à l'aide du modèle de Manning. Une autre possibilité est d'inclure un facteur de porosité qui affecte directement les équations de Saint-Venant et s'avère efficace dans la modélisation d'inondations dans une ville, ce qui se rapproche d'une configuration de ce type [34].

Ces améliorations possibles montrent bien la complexité que peut avoir un modèle d'écoulement de ce type. Le domaine de l'hydraulique est très vaste et fait encore l'objet d'un grand nombre de travaux. Il faut donc garder à l'esprit que beaucoup de pistes permettant de mieux comprendre le comportement des écoulements à lits composés sont encore à explorer.

Bibliographie

- [1] Muhammad AHMAD et al. “Investigating the flow hydrodynamics in a compound channel with layered vegetated floodplains”. In : *Civil Engineering Journal* 6.5 (2020), p. 860-876.
- [2] Nathalie BARTOLI et Francis COLLINO. *Etude bidimensionnelle de la condition absorbante adaptative proposée par Liu et Jin pour la résolution des problèmes de diffraction*. Rapp. tech. CER-FACS REPORT TR/EMC/04/34, 2004.
- [3] Didier BOUSMAR et al. “Flow modelling in compound channels. Momentum transfer between main channel and prismatic or non-prismatic floodplains”. In : *Unité de Génie Civil et Environnemental* 12 (2002), p. 326.
- [4] Didier BOUSMAR. “IAHR Working Group on Compound Channels - Benchmarking Case 01 - Uniform Flow in prismatic channel”. In : (2011).
- [5] Didier BOUSMAR et al. “Flow in skewed compound channels with rough floodplains”. In : (2012).
- [6] *Combien y a-t-il de rivières dans le monde ?* URL : <https://www.jaitoutcompris.com/questions/combien-y-a-t-il-de-rivieres-dans-le-monde-3887.php>.
- [7] EM-DAT. *The Emergency Events Database*. URL : <https://www.emdat.be/>.
- [8] Eugénie DELIENS. “Écoulement en canal à lit composé : modélisation par volumes finis en incluant l’influence des contraintes turbulentes”. Mém. de mast. UCLouvain, 2015.
- [9] Sylvain DETREMBLEUR et al. “Modélisation numérique et gestion du risque inondation en milieu urbain sur base de modèles topographiques à haute résolution”. In : *3e journées doctorales en hydrologie urbaine* (2008).
- [10] H DING et al. “Development of least-square-based two-dimensional finite-difference schemes and their application to simulate natural convection in a cavity”. In : *Computers & fluids* 33.1 (2004), p. 137-154.
- [11] Victor DUPUIS. “Étude expérimentale d’écoulements soumis à une transition longitudinale de rugosité en lit simple et en lit composé”. Thèse de doct. Université de Lyon, 2016.
- [12] Jean-Luc ESTIVALÈZES. *Turbulence : notes de cours*. 2006.
- [13] *FlowRes ANR project (2015-2018)*. URL : <http://flowres.irstea.fr>.
- [14] Christophe GEUZAIN et Jean-François REMACLE. “Gmsh : A 3-D finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities”. In : *International journal for numerical methods in engineering* 79.11 (2009), p. 1309-1331.
- [15] Martin GILLAIN. “Écoulement en lit composé : implémentation d’un modèle (k-l) pour les contraintes turbulentes”. Mém. de mast. UCLouvain, 2018.
- [16] RJ KELLER et W RODI. “Prediction of flow characteristics in main channel/flood plain flows”. In : *Journal of Hydraulic research* 26.4 (1988), p. 425-441.
- [17] Brian Edward LAUNDER et Bahrat I SHARMA. “Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc”. In : *Letters in heat and mass transfer* 1.2 (1974), p. 131-137.
- [18] *Le site pédagogique du bassin du Célé - Lot médian*. URL : <https://education.celelotmedian.com/milieux-vivants/rivieres-et-ruisseaux.html>.

- [19] Vincent LEGAT. *LEPL1104 : Méthodes numériques : notes de cours*. Louvain-la-Neuve : UCLouvain, 2021.
- [20] Vincent LEGAT et Grégoire WINCKELMANS. *LMECA1321 : Mécanique des fluides et transferts I : notes de cours*. Louvain-la-Neuve : UCLouvain, 2019.
- [21] *Les méandres de la Bar, dans les Ardennes*. 2018. URL : https://www.reddit.com/r/france/comments/7wd2oj/les_m%C3%A9andres_de_la_bar_dans_les_ardennes/.
- [22] *Méthode de Galerkin discontinue*. URL : https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_de_Galerkin_discontinue.
- [23] Kazuo NADAOKA et Hiroshi YAGI. “Shallow-water turbulence modeling and horizontal large-eddy computation of river flow”. In : *Journal of Hydraulic Engineering* 124.5 (1998), p. 493-500.
- [24] OGOXE. *Carte de risque des inondations*. URL : <http://www.ogoxe.com/cartes-de-risque-des-inondations/>.
- [25] Chien PHAM VAN. “Development of a finite element model simulating flow and sediment dynamics : application to the Mahakam land-sea continuum (Indonesia)”. Thèse de doct. UCLouvain, 2014.
- [26] Thomas PIGNON et Benoit WALRAVENS. “Introduction des contraintes turbulentes dans la modélisation d’un écoulement par volumes finis sur maillage non structuré”. Mém. de mast. UCLouvain, 2005.
- [27] Thomas PIGNON et Benoit WALRAVENS. *Notice d’utilisation complète du programme SDFlow2D*. Louvain-la-Neuve : UCLouvain, 2011.
- [28] Ponnambalam RAMESHWARAN et Pamela S NADEN. “Three-dimensional numerical simulation of compound channel flows”. In : *Journal of hydraulic engineering* 129.8 (2003), p. 645-652.
- [29] Ashok K RASTOGI et Wolfgang RODI. “Predictions of heat and mass transfer in open channels”. In : *Journal of the Hydraulics division* 104.3 (1978), p. 397-420.
- [30] *ResearchGate*. URL : https://www.researchgate.net/figure/Representation-conceptuelle-des-differentes-echelles-de-la-theorie-de-la-cascade_fig10_269631774.
- [31] Koji SHIONO et Donald W KNIGHT. “Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel”. In : *Journal of fluid mechanics* 222 (1991), p. 617-646.
- [32] Sandra SOARES FRAZÃO. “Dam-break induced flows in complex topographies. Theoretical, numerical and experimental approaches”. Thèse de doct. UCLouvain, 2002.
- [33] Sandra SOARES FRAZÃO. *LGCIV1051 Hydraulique*. Louvain-la-Neuve : UCLouvain, 2019.
- [34] Sandra SOARES FRAZÃO. *LGCIV2054 Numerical simulation of transient flows*. Louvain-la-Neuve : UCLouvain, 2021.
- [35] Chien Pham VAN et al. “Flow in compound open-channels : Investigation of small-scale eddy viscosity variability using a Smagorinsky turbulence closure model”. In : *River Flow 2014* (2014), p. 171.
- [36] CAME WILSON et al. “Application and validation of numerical codes in the prediction of compound channel flows”. In : *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Water and Maritime Engineering*. T. 156. 2. Thomas Telford Ltd. 2003, p. 117-128.
- [37] Dennis YODER et Nicholas GEORGIADIS. “Implementation and validation of the chien k-epsilon turbulence model in the wind navier-stokes code”. In : *37th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. 1999, p. 745.
- [38] Yves ZECH. *AUCE 2151 Hydraulique appliquée : notes de cours*. Louvain-la-Neuve : UCLouvain, 2008.

UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN

École polytechnique de Louvain

Rue Archimède, 1 bte L6.11.01, 1348 Louvain-la-Neuve, Belgique | www.uclouvain.be/epl