

École polytechnique de Louvain

Optimisation et Comparaison Énergétique des Suspensions EMS et EDS pour la Lévitación Magnétique à Grande Vitesse

Auteur: **Julien MOULIS**

Promoteurs: **Bruno DEHEZ, Louis BEAULOYE**

Lecteurs: **Claude OESTGES, Joachim VAN VERDEGHEM**

Année académique 2024–2025

Master [120] : ingénieur civil électromécanicien

Remerciements

En premier lieu je souhaite faire part de ma reconnaissance à UCLouvain et en particulier l'École polytechnique de m'avoir permis de réaliser ce travail dans des conditions optimales. Merci à toutes celles et tous ceux qui au quotidien créent sans relâche ces conditions.

J'adresse mes vifs remerciements au Professeur Bruno Dehez ainsi qu'à Louis Beuloye qui m'ont accordé leur confiance. Ils m'ont accompagné de leur guidance et de leur précieuse assistance tout au long de l'élaboration de ce travail qui aura été déterminant pour moi dans le cadre de mon cursus d'Ingénieur Civil.

Je voudrais aussi remercier ma famille, ma copine, mes amis, qui m'ont accompagné, soutenus mais aussi supporté depuis le premier jour.

Utilisation de l'intelligence artificielle

Le travail effectué dans le cadre de ce Mémoire a été conduit en respectant rigoureusement les règles spécifiées par l'École Polytechnique de Louvain et UCLouvain en matière d'utilisation des outils d'intelligence artificielle. En particulier, ChatGPT 4o-mini a été utilisé dans le but exclusif d'améliorer la lisibilité et le style des parties rédactionnelles de ce travail.

Résumé

La recherche de moyens de transports toujours plus rapides pose des défis importants. Dans le cas des trains à sustentation magnétique à grande vitesse, il s'agit en particulier d'améliorer les performances énergétiques. Ce mémoire présente une étude comparative de ces performances pour les suspensions électromagnétiques **EMS** et électrodynamiques **EDS** qui sont les deux systèmes dominants dans la recherche et l'industrie, dans l'objectif de limiter les pertes énergétiques, notamment celles liées à la traînée magnétique. Face à l'absence d'analyses comparatives systématiques entre ces deux technologies dans la littérature, ce travail développe une méthodologie rigoureuse d'évaluation et d'optimisation paramétrique inspirée des spécifications du projet *Hyper-loop Hardt*.

La contribution principale de ce travail réside dans le développement d'un modèle semi-analytique pour l'analyse des suspensions **EMS**. Il intègre un modèle statique basé sur un circuit magnétique équivalent 2D et un modèle dynamique de type *Maxwell-Fourier*. Le modèle statique, résolu par la méthode de *Newton-Raphson*, prend en compte les effets de saturation magnétique dans les matériaux ferromagnétiques. Le modèle dynamique évalue l'impact des courants de Foucault sur la distribution du champ magnétique dans l'entrefer et calcule les forces de lévitation et de traînée magnétique à grande vitesse. Une validation numérique par éléments finis (*FEMM*, *Comsol Multiphysics*) confirme la précision du modèle développé.

Le modèle ainsi développé permet de réaliser une optimisation paramétrique de la géométrie des suspensions **EMS** et **EDS** via un algorithme génétique proposé par le logiciel *Optimeed*. Cette optimisation vise à extraire une géométrie optimale qui servira de base à la comparaison.

Ce travail révèle que la suspension **EMS** optimisée présente une consommation énergétique bien inférieure à celle de la suspension **EDS** et un rapport sustentation/traînée magnétique nettement supérieur à une vitesse de 700km/h. Ces résultats montrent l'avantage énergétique de la technologie **EMS** à grande vitesse.

Abstract

The pursuit of ever faster modes of transportation raises significant challenges. In the case of high-speed magnetic levitation trains, a key issue is the improvement of energy efficiency. This thesis presents a comparative study of the energy performance of electromagnetic **EMS** and electrodynamic **EDS** suspensions, the two dominant systems in both research and industry, with the aim of reducing energy losses, particularly those associated with magnetic drag. Given the absence of systematic comparative analyses of these two technologies in the literature, this work develops a rigorous methodology for evaluation and parametric optimization, inspired by the specifications of the *Hyperloop Hardt* project.

The main contribution of this study lies in the development of a semi-analytical model for the analysis of **EMS** suspensions. It combines a static model based on a two-dimensional equivalent magnetic circuit with a dynamic model of the *Maxwell-Fourier* type. The static model, solved using the *Newton-Raphson* method, accounts for magnetic saturation effects in ferromagnetic materials. The dynamic model evaluates the impact of eddy currents on the magnetic field distribution within the air gap and computes both the lift and drag forces at high speed. Numerical validation using finite element methods (*FEMM*, *Comsol Multiphysics*) confirms the accuracy of the developed model.

This model then enables the parametric optimization of **EMS** and **EDS** suspension geometries through a genetic algorithm implemented in the *Optimeed* software. The optimization identifies an optimal geometry that serves as the basis for comparison.

The findings demonstrate that the optimized **EMS** suspension achieves significantly lower energy consumption than the optimized **EDS** suspension and exhibits a markedly higher lift-to-drag ratio at a speed of 700, km/h. These results highlight the clear energy advantage of **EMS** technology at high speed.

Table des Matières

1	Introduction	1
2	Description et Formalisation du Problème	6
2.1	Description du problème	6
2.2	Paramétrisation des géométries	7
2.3	Les spécifications	9
2.4	Les modèles électromagnétiques	11
2.5	L'optimisation paramétrique des suspensions	12
3	Modèle de la Suspension EMS	16
3.1	Evaluation des forces agissant sur le module	16
3.1.1	Le tenseur des contraintes de Maxwell	17
3.2	Modèle statique	19
3.2.1	Circuit magnétique équivalent 2D	20
3.2.2	Résolution directe : perméabilité relative constante	26
3.2.3	Résolution indirecte : perméabilité relative variable	29
3.2.4	Extension longitudinale et symétrie du champ d'entrefer	36
3.2.5	Calcul de la force de lévitation en statique	37

3.3	Modèle dynamique	39
3.3.1	Calcul de la force de lévitation et de traînée magnétique en dynamique	40
4	Résultats et Discussions	44
4.1	Evaluation de la précision et des performances numériques du modèle de la suspension EMS	44
4.1.1	Influence des dimensions du domaine sur le modèle	45
4.1.2	Influence du maillage sur le modèle	47
4.1.3	Influence de la saturation sur la convergence du modèle	49
4.1.4	Influence de l'interpolation sur le modèle dynamique	50
4.2	Analyse des suspensions optimisées	51
4.2.1	Comparaison des performances à grande vitesse	52
4.2.2	Evolution des performances en fonction de la vitesse	55
4.2.3	Optimisation complémentaire de la suspension EMS	57
5	Perspectives	60
5.1	Modèle de la suspension EMS	60
5.2	Validation expérimentale par modèle réduit	61
6	Conclusion	62
A		64
A.1	Formulation mathématique des matrices χ_x et χ_z	64
B		67
B.1	Approximation de la perméabilité magnétique apparente par une fonction sigmoïdale	67

C	69
C.1 Extension longitudinale du champ d'entrefer	69

Chapitre 1

Introduction

Dans un monde en constante évolution, la recherche de moyens de transport toujours plus rapides est une priorité majeure. Que ce soit pour les trains traditionnels ou pour d'autres modes de transport innovants, la quête de la vitesse s'accompagne de défis technologiques et environnementaux importants. Aller plus vite implique non seulement une amélioration des performances mécaniques et énergétique, mais aussi d'apporter une réponse aux exigences croissantes en matière de sécurité et de confort.

Parmi les technologies émergentes, les trains à sustentation magnétique, ou *Maglev*, se démarquent comme une solution particulièrement prometteuse. En supprimant le contact mécanique entre le train et les rails, ces systèmes réduisent significativement les frottements, ce qui permet d'atteindre des vitesses élevées tout en limitant la consommation d'énergie. Cette technologie a vocation à s'inscrire dans une dynamique de transport plus respectueux de l'environnement, répondant ainsi aux enjeux de durabilité actuels.

Cependant, concevoir et optimiser ces systèmes de suspension magnétique pose des défis complexes. En effet, il est nécessaire de maîtriser les forces électromagnétiques qui assurent la lévitation, la stabilité et la propulsion, tout en minimisant la consommation énergétique et en particulier les pertes et les effets indésirables qui apparaissent dans la mise en œuvre des déplacements à grande vitesse.

Ce mémoire veut s'inscrire dans cette perspective, en visant à développer des outils de modélisation et d'évaluation des performances énergétiques permettant de comparer les différents types de suspensions magnétiques.

Les différents types de suspensions magnétiques

Les trains à sustentation magnétique embarquent des systèmes destinés à assurer la propulsion, le guidage et la lévitation. La propulsion est assurée par des moteurs linéaires. Le guidage repose sur des dispositifs électromagnétiques actifs ou passifs. La lévitation magnétique, quant à elle, repose sur une interaction entre un élément magnétique, la suspension, partie mobile destinée à supporter le poids utile du train et une plaque de réaction, partie fixe destinée à guider le train.

Deux technologies de suspensions magnétiques dominent la recherche et l'industrie :

- la suspension électromagnétique ou **EMS**¹ exploite l'attraction magnétique,
- la suspension électrodynamique ou **EDS**² exploite la répulsion magnétique.

Ces deux technologies diffèrent dans la nature de la source du champ magnétique et de la plaque de réaction.

- Dans le cas de la suspension **EMS**, un champ magnétique est créé par un électroaimant qui se referme à travers un entrefer vers la plaque de réaction ferromagnétique. Ce champ fermé permet de générer une force d'attraction entre l'électroaimant et la plaque assurant ainsi la lévitation du véhicule,
- La suspension **EDS** utilise la répulsion magnétique générée par les courants induits dans une plaque de réaction. Ces courants apparaissent sous l'effet du champ magnétique variable perçu par la plaque lorsque la suspension est en mouvement.

La suspension **EDS** est généralement associée à des applications à grande vitesse, dépassant les 500km/h, tandis que la suspension **EMS** demeure principalement utilisée pour des vitesses inférieures à cette limite [1]. Parmi les exemples notables, on peut mentionner les systèmes *HSST* au Japon [2], le programme *Korea's Urban Maglev Program* [3], ainsi que le *Transrapid* développé en Allemagne [4] utilisant tous une technologie **EMS** pour la sustentation magnétique.

Cette limite de vitesse s'explique en partie par la difficulté de contrôler avec précision l'entrefer entre le système de sustentation et la plaque de réaction pour les systèmes **EMS** [5]. La suspension **EDS** présente également une meilleure stabilité que la suspension **EMS** à grande vitesse.

¹Signifie en anglais : **ElectroMagnetic Suspension**.

²Signifie en anglais : **ElectroDynamic Suspension**.

L'impact des courants induits sur les systèmes de sustentation

Lorsqu'un mouvement relatif s'établit entre une plaque conductrice et une source magnétique, des courants induits, également appelés courants de Foucault, apparaissent dans la plaque aux endroits où le champ magnétique subit des variations, principalement à l'avant et à l'arrière des modules de suspension. Ces courants génèrent à leur tour un champ magnétique qui s'oppose à l'établissement du champ source dans l'entrefer, influençant ainsi directement le flux magnétique qui s'y développe [6]. Bien que ces courants induits soient à l'origine du fonctionnement des suspensions **EDS**, ils sont également à l'origine de pertes énergétiques dans le cas des deux technologies. Leur présence modifie la distribution du champ magnétique dans l'entrefer et affecte notablement les performances du système de sustentation ainsi que du système de propulsion. En ce qui concerne la suspension **EMS**, la perturbation du champ magnétique dans l'entrefer, causée par ces courants, impacte directement la force de lévitation générée par l'électroaimant. Pour maintenir cette force à un niveau suffisant, un courant plus élevé doit être injecté dans le bobinage. Par ailleurs, ces courants induits sont à l'origine d'une force qui s'oppose au déplacement du véhicule, agissant de manière similaire à un freinage entraînant une perte d'efficacité énergétique. C'est ce qu'on qualifie de *traînée magnétique*.

Etudes concernant les suspensions EMS

Dans l'étude menée par Jian Du et Hiroyuki Ohsaki [7] sur la suspension **EMS** du système Maglev japonais *HSST*³ (voir Fig. 1.1 (a)), les auteurs intègrent l'effet des courants induits dans la plaque de réaction. Ils montrent que ces courants se concentrent principalement aux extrémités avant et arrière du module de suspension, zones de fortes variations du champ magnétique. Ils évoquent également que ce phénomène conduit à une réduction importante de la force de lévitation qui est détériorée à hauteur de 66,9 % à 216 km/h. Par ailleurs, la force de traînée magnétique croît avec la vitesse, passant de 0 N à l'arrêt à 146 N à 216 km/h, ce qui souligne l'impact négatif des courants induits sur les performances à grande vitesse.

Plus récemment, Ding *et al.* [9] ont étudié les effets similaires sur le *Changsha Maglev Express*, dont la suspension repose sur un principe proche de celle du *HSST*. Un module électromagnétique est constitué de 4 électroaimants (voir Fig. 1.1 (b)). Leur simulation numérique révèle qu'à 200 km/h, la force de lévitation est réduite d'environ 25 %. Ils constatent également que le premier électroaimant du module subit l'effet négatif le plus marqué. Pour réduire l'impact, ils proposent une optimisation consistant à ajouter un cinquième électroaimant au module afin de mieux répartir les courants entre les bobines.

³Le HSST est un système Maglev japonais utilisant une technologie EMS pour la lévitation, conçu pour des vitesses comprises entre 100 et 300 km/h, avec un entrefer d'environ 8 mm [8].

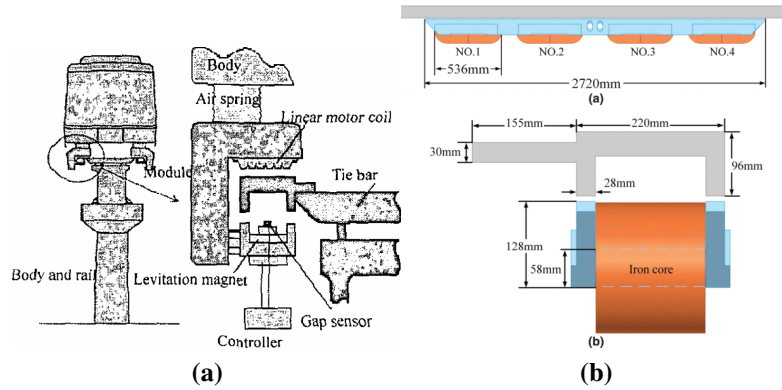


Figure 1.1: (a) Système Maglev *HSST* [7], (b) système Maglev *Changsha Maglev Express* [9].

Cette modification permet de réduire la charge de courant sur le premier électroaimant à grande vitesse, améliorant ainsi la stabilité et l'efficacité de la suspension. Cependant, pour ce module optimisé, un total de 151 A est nécessaire contre 135,6 A à une vitesse de 200 km/h.

Une autre étude menée par Qing Yang et Jie Li [10] met en évidence l'impact des courants induits dans la plaque de réaction sur la force de lévitation d'une suspension **EMS** à grande vitesse. Ils soulignent notamment que les études portant sur ce type de configuration à des vitesses élevées, typiquement entre 500 et 700 km/h, sont encore rares. Pour leur analyse, ils étudient une suspension couplée à un moteur linéaire et réalisent une simulation numérique montrant qu'à 200 km/h, la perte de force de lévitation dans une configuration à quatre pôles magnétiques est d'environ 52 %, tandis qu'à 600 km/h, elle atteint 57,38 %. Cependant, ils ne calculent pas la force de traînée magnétique.

Etudes concernant les suspensions EDS

Concernant les suspensions **EDS**, Sadeghi et al. [11] analysent les effets des courants induits dans une configuration à aimants permanents disposés en réseau d'Halbach pour des vitesses allant jusqu'à 1200 km/h. Ils évaluent l'impact de l'entrefer sur les forces de lévitation et de traînée magnétique. Les résultats montrent que la force de traînée est d'autant plus élevée que l'entrefer est grand, avec un maximum observé à basse vitesse avant décroissance à grande vitesse. La force de lévitation, quant à elle, croît de façon asymptotique avec la vitesse, mais diminue fortement lorsque l'entrefer augmente.

Seong-Hwi Kim *et al.* [12] analysent l'influence des propriétés du matériau constituant la plaque de réaction sur l'évolution de la force de traînée magnétique pour une

suspension **EDS**. Leur approche repose sur une formulation de cette force en fonction de l'épaisseur de peau et de la vitesse de déplacement de la suspension. Les résultats mettent en évidence que la force générée, ainsi que les pertes associées, dépendent directement d'une combinaison entre la perméabilité magnétique relative et la conductivité électrique de la plaque. Ils observent qu'une faible perméabilité conduit à un maximum de force à basse vitesse, suivi d'une décroissance avec l'augmentation de la vitesse, tandis qu'une perméabilité élevée entraîne une croissance monotone de cette force.

Objectif de ce mémoire

À ce jour, aucune étude ne propose de comparaison directe entre les suspensions **EMS** et **EDS** à grande vitesse, notamment en ce qui concerne leur consommation énergétique. Ce mémoire propose une méthodologie de comparaison rigoureuse entre les deux technologies. L'objectif est de mieux comprendre leurs caractéristiques respectives afin de déterminer laquelle est la plus adaptée aux exigences des trains à sustentation magnétique à grande vitesse.

Les contributions principales de ce travail sont les suivantes :

1. Le développement d'un modèle permettant d'évaluer les performances énergétiques d'une configuration donnée de suspension **EMS**, prenant en compte à la fois les aspects statiques et dynamiques,
2. La mise en place d'un cadre d'optimisation et de comparaison énergétique pour les suspensions **EMS** et **EDS**.

Ce mémoire débute par la présentation du cadre de l'étude, incluant une description des suspensions utilisées ainsi que la méthode d'optimisation mise en œuvre. Il poursuit par le développement des modèles servant à l'évaluation des performances énergétiques ainsi que leur validation. Enfin, les résultats d'optimisation sont analysés et discutés afin d'en extraire des résultats pertinents sur les configurations étudiées, avant de conclure par un chapitre consacré aux perspectives et aux pistes d'amélioration possibles.

Chapitre 2

Description et Formalisation du Problème

Ce chapitre décrit l'approche adoptée pour l'évaluation des performances des suspensions électromagnétiques **EMS** et électrodynamiques **EDS** ainsi que la manière dont leur consommation énergétique est minimisée à grande vitesse. On commence par une description du problème. Ensuite, un aperçu des différentes topologies de suspension sera présenté en vue de sélectionner celles qui seront utilisées dans le cadre de ce travail. Puis, on décrit les spécifications qui y sont associées. Enfin, une explication générale quant à l'architecture de modélisation des différents systèmes ainsi que l'optimisation de ceux-ci est évoquée.

2.1. Description du problème

Pour comparer de manière équitable les suspensions **EMS** et **EDS** en termes de consommation énergétique, on se propose de considérer les deux systèmes dans leurs configurations optimales, c'est-à-dire lorsque leur consommation est minimisée. Cette condition garantit une comparaison juste et pertinente entre les performances énergétiques des deux technologies.

Dans ce cadre, la minimisation de la consommation énergétique revient avant tout à réduire les pertes par traînée magnétique, qui constituent la principale source de consommation parasite pour les deux suspensions. Ces pertes dépendent directement de la vitesse du véhicule ainsi que de l'intensité de la force de traînée magnétique.

Pour la suspension **EMS**, il est également nécessaire de prendre en compte les pertes Joules dans le bobinage. En effet, la force de lévitation étant sujette à une dégradation

avec l'augmentation de la vitesse, il faut injecter un courant supplémentaire dans le bobinage en guise de compensation. Ce courant additionnel, combiné au courant requis pour assurer la lévitation statique du véhicule, constitue la source des pertes Joules dans le système.

Enfin, il convient de préciser que les pertes par hystérèse, bien que présentes dans les matériaux ferromagnétiques du système, sont négligées dans le cadre de cette étude afin de se concentrer sur les phénomènes dominants influençant la consommation énergétique des suspensions.

2.2. Paramétrisation des géométries

L'intérêt de paramétrer la géométrie des suspensions au niveau de la modélisation est de pouvoir évaluer leurs performances quelles que soient les dimensions considérées. Pour chaque technologie **EMS** ou **EDS**, une géométrie sera retenue pour la suite de l'étude.

La suspension EMS

Afin de sélectionner la géométrie de la suspension **EMS** retenue dans le cadre de cette étude, une analyse des configurations des suspensions existantes est menée. Comme l'indique l'article [1], deux grandes catégories de modules peuvent être distinguées. La première intègre simultanément les fonctions de lévitation et de guidage, tandis que la seconde les sépare. Les auteurs mentionnent que cette dernière configuration, où la lévitation et le guidage sont découplés, est plus adaptée aux applications à grande vitesse car elle requiert un contrôle moins précis. Cependant, elle est associée à un système de propulsion linéaire et sort du cadre de cette étude qui se limite à l'analyse du système de sustentation. Dès lors, on écartera cette seconde catégorie.

La première catégorie peut adopter différentes géométries, chacune présentant ses avantages et ses inconvénients. On retrouve notamment des structures en "E" ou en "U", associées à une plaque de réaction soit plane, soit en forme de "U inversé". Le document [13] propose une classification des principales configurations existantes, illustrée à la figure 2.1. Les auteurs indiquent qu'un électroaimant en « U », bien qu'exigeant une plaque de réaction plus large, induit nettement moins de courants de Foucault dans la plaque que la configuration en « E ». Ces courants ayant une influence directe sur la traînée magnétique et la force de lévitation, la géométrie en « U » est retenue dans cette étude.

Une légère amélioration peut être apportée à cette géométrie en "U". Des extensions sont ajoutées aux extrémités des branches de l'électroaimant. Cette modification permet d'augmenter la surface active d'interaction avec la plaque de réaction influençant

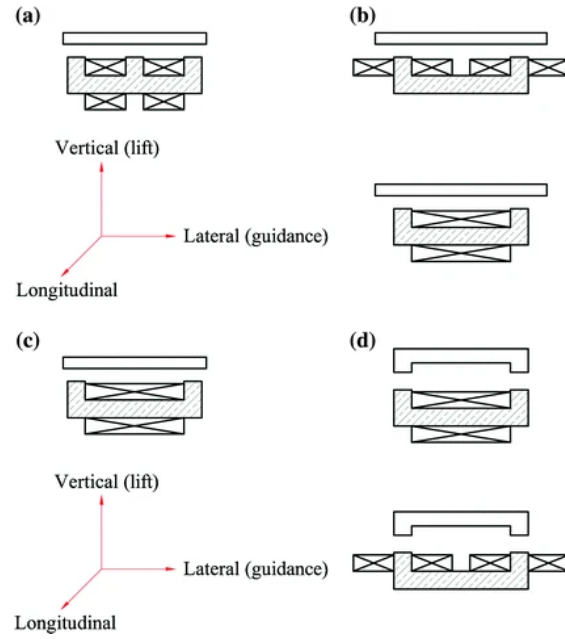


Figure 2.1: Les différentes géométries des suspensions EMS [13].

directement le champ d'entrefer. La géométrie paramétrée est illustrée à la figure 2.2. La vue de gauche correspond à une coupe transversale au déplacement du module, tandis que la vue de droite montre une coupe longitudinale. Le mouvement du module s'effectue suivant la direction $\hat{e}_y$.

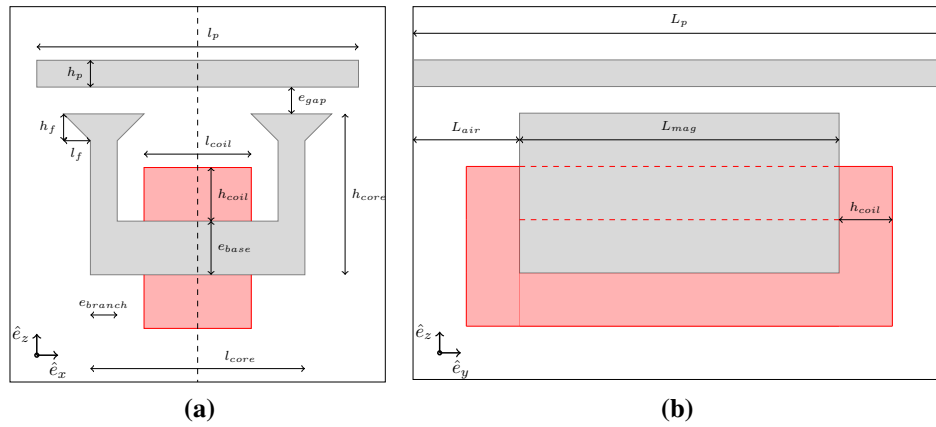


Figure 2.2: Coupes (a) transversale et (b) longitudinale de la topologie générale de la suspension EMS retenue dans le cadre de cette étude ainsi que sa paramétrisation.

La suspension EDS

La configuration retenue pour la suspension **EDS** ainsi que sa paramétrisation, illustrée à la figure 2.3, est conforme à celle décrite dans l'article [14]. Elle repose sur un agencement d'aimants permanents en réseau d'Halbach, permettant de concentrer le flux magnétique d'un seul côté. Cette particularité optimise l'utilisation des aimants permanents et supprime la nécessité d'un fer de retour, ce qui se traduit par un gain de masse [15].

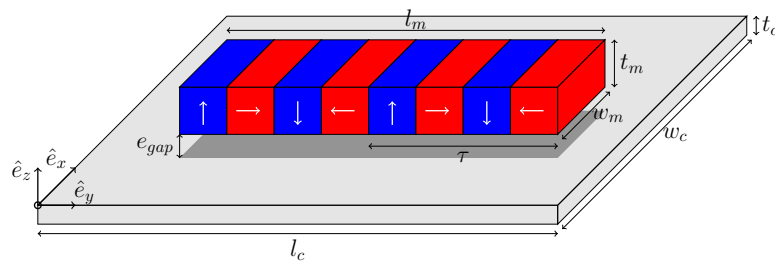


Figure 2.3: Vue d'ensemble de la géométrie de la suspension **EDS** retenue dans le cadre de cette étude ainsi que sa paramétrisation.

2.3. Les spécifications

Dans le but d'assurer une comparaison équitable entre les deux technologies de suspension, les spécifications techniques retenues pour dimensionner les modules de suspension sont inspirées du projet *Hyperloop Hardt*¹, l'un des plus avancés à l'échelle européenne. Bien que les données précises ne soient pas toujours publiques, certaines caractéristiques clés du véhicule ont été rendues accessibles et sont synthétisées dans le tableau 2.1. Ces paramètres servent de base pour le dimensionnement mécanique et électromagnétique des systèmes de suspension. Pour définir les spécifications de chacun des systèmes, on considère qu'un véhicule est équipé de quatre modules de suspension, que ce soit en configuration **EMS** ou **EDS**. La masse du véhicule, hors suspensions, est ainsi estimée à 21,6 t à laquelle s'ajoute la masse des quatre modules de suspension. Le système de suspension complet doit être capable de supporter le poids total du véhicule.

Estimation du poids du module de suspension

En supposant une répartition équitable de la charge sur les quatre modules, la force à fournir par module est estimée par :

¹Site du projet *Hyperloop Hardt*

Tableau 2.1: Spécifications techniques utilisées pour le dimensionnement des modules de suspensions **EMS** et **EDS**.

Description	Paramètre	Valeur
Vitesse nominale	v_{mag}	700 km/h
Masse totale du véhicule	M_{totale}	25 t
Masse sans le système de suspension	M_{maglev}	21,6 t
Nombre de modules de suspension	N_{module}	4
Entrefer nominal	e_{gap}	15 mm
Longueur du véhicule	L_{totale}	24 m
Diamètre extérieure du véhicule	D	2,5 m

$$W_{susp} = \frac{(m_{maglev} + m_{module}) \cdot g}{N_{modules}}, \quad (2.1)$$

où g est l'accélération de pesanteur. La masse du module m_{module} est directement déduite de la géométrie paramétrisée des suspensions des figures 2.2 et 2.3.

Estimation de la résistance électrique du bobinage de la suspension EMS

La résistance électrique du bobinage de la suspension **EMS** est un paramètre clé dans l'évaluation des pertes Joule du système. Afin d'estimer cette résistance de manière réaliste, le bobinage est supposé uniforme et réparti régulièrement dans une section rectangulaire définie par les dimensions l_{coil} et h_{coil} .

On considère un enroulement composé de N_{spire} spires, avec un facteur de remplissage de 0,5. Cette Valeur prend en compte l'espace perdu entre les spires dû à l'isolant et à la géométrie du conducteur. Celui-ci est supposé de section circulaire. La section conductrice effective est donc la moitié de la surface totale de la fenêtre d'enroulement :

$$S_{fil} = \frac{1}{2} \frac{l_{coil} \cdot h_{coil}}{N_{spire}}. \quad (2.2)$$

En connaissant la longueur moyenne L d'un tour de bobine, la résistance électrique du bobinage est obtenue selon :

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S_{fil}} N_{spire}, \quad (2.3)$$

où ρ désigne la résistivité du conducteur utilisé.

2.4. Les modèles électromagnétiques

L'objectif est d'évaluer les performances des différentes suspensions **EMS** et **EDS**. Pour cela, on utilise des modèles² afin de déterminer les pertes dans chacun des systèmes. Pour ce faire, plusieurs modèles semi-analytiques sont développés, dont l'avantage principal réside dans un temps de calcul fortement réduit par rapport à une modélisation numérique, facilitant ainsi leur utilisation par un algorithme d'optimisation.

La suspension EMS

La modélisation des forces statiques et dynamiques de la suspension **EMS** s'appuie sur deux sous-modèles complémentaires :

- **Un modèle statique** permettant d'évaluer avec précision la distribution locale du champ magnétique d'entrefer. Cette distribution permet de calculer avec précision la force d'interaction entre le module électromagnétique et la plaque de réaction,
- **Un modèle dynamique** qui prend en compte la vitesse relative entre le module électromagnétique et la plaque de réaction. La distribution du champ magnétique dans l'entrefer calculé précédemment y est injecté afin d'évaluer la nouvelle distribution impactée par les courants induits dans la plaque de réaction ferromagnétique. Cette nouvelle distribution permet le calcul de la force de lévitation et de traînée magnétique en dynamique.

La suspension EDS

La modélisation des forces dynamiques agissant sur le module de suspension **EDS** repose sur deux sous-modèles distincts :

- **Un modèle statique** permettant de déterminer la distribution du champ magnétique d'entrefer produit par un réseau d'aimants permanents,
- **Un modèle dynamique** dans lequel ce champ est introduit pour calculer les forces de lévitation et de traînée magnétique à une vitesse donnée.

²Seul le modèle statique de la suspension **EMS** est développé dans le cadre de ce travail. Les autres modèles ont été fournis par Louis Beauloye, chercheur à l'Université catholique de Louvain (UCL).

2.5. L'optimisation paramétrique des suspensions

L'optimisation paramétrique des suspensions est réalisée à l'aide du logiciel libre *Optimeed*³ qui permet de réaliser des optimisations sur un grand nombre de paramètres. Pour ce travail, l'algorithme génétique simple objectif proposé par *Optimeed* est utilisé. Cet algorithme repose sur un processus évolutif simulant la sélection naturelle : une population initiale de solutions est générée aléatoirement, puis les meilleures configurations sont sélectionnées afin d'en produire de nouvelles générations. Ce mécanisme itératif vise à converger vers une solution optimale afin de minimiser les pertes énergétiques présentées dans la section 2.1.

La suspension EMS

Les *paramètres d'optimisation* utilisés pour la suspension **EMS** sont présentés dans le tableau 2.2. Les facteurs définis ci-dessous permettent de fixer plus facilement les bornes appliquées aux *paramètres d'optimisation*. Ils sont exprimés de la manière suivante :

$$\begin{aligned} a_{branch} &= \frac{2 \cdot e_{branch}}{l_{core}} \\ a_{base} &= \frac{e_{base}}{h_{core}} \\ a_{lcoil} &= \frac{l_{coil}}{l_{core} - 2 \cdot e_{branch}} \\ a_{hcoil} &= \frac{h_{coil}}{h_{core} - h_f - e_{base}} \\ a_{lf} &= \frac{2 \cdot l_f}{l_{core} - 2 \cdot e_{branch}} \\ a_{hf} &= \frac{h_f}{h_{core} - e_{base}}. \end{aligned}$$

La figure 2.4 décrit le modèle⁴ d'évaluation des pertes magnétiques de la suspension **EMS**. Les différentes étapes de ce modèle sont décrites ci-après dans l'ordre chronologique :

1. Les différents *paramètres d'optimisation* permettent de définir une **géométrie** de suspension. Le poids du module ainsi que la résistance électrique du bobinage sont calculés.

³Lien de la documentation de *Optimeed*.

⁴L'ensemble du modèle développé dans ce mémoire est accessible sur le dépôt GitHub suivant : <https://github.com/Julien512001/EMS-Optimisation>

Tableau 2.2: Paramètres d'optimisation du système EMS.

Paramètre	Expression	Valeur	Unité
Epaisseur de la plaque de réaction	h_p	[0; 100]	mm
Largeur de l'électroaimant	l_{core}	[0; 800]	mm
Hauteur de l'électroaimant	h_{core}	[0; 800]	mm
Largeur d'entrefer	e_{gap}	15	mm
Facteur de la branche de l'électroaimant	a_{branch}	[0; 1]	-
Facteur de la base de l'électroaimant	a_{base}	[0; 1]	-
Facteur de largeur du bobinage	a_{lcoil}	[0; 1]	-
Facteur de hauteur du bobinage	a_{hcoil}	[0; 1]	-
Facteur de largeur des extensions de branche	a_{lf}	[0; 1]	-
Facteur de hauteur des extensions de branche	a_{hf}	[0; 1]	-
Longueur du module électromagnétique	L_{mag}	12	m
Nombre de spire du bobinage	N_{spire}	300	-
Vitesse nominale du véhicule	v_{mag}	700	km/h

2. Une première évaluation du **modèle statique** sans saturation est établie sur base d'un courant de référence I_0 .
3. La distribution du champ magnétique au centre de l'entrefer $\vec{B}_{stat}^e$ permet de calculer la force de lévitation statique $\mathbf{F}_{z,stat}$.
4. Cette force sert à calculer le courant $\mathbf{I}_{stat}$ nécessaire pour compenser un quart du poids total du véhicule :

$$\mathbf{I}_{stat} = I_0 \sqrt{\frac{W_{susp}}{F_{z,stat}}}.$$

5. Le **modèle statique** est réévalué en tenant compte de la saturation magnétique. Cette étape fournit une nouvelle valeur de force statique et donc un nouveau courant associé. Un processus itératif est mis en place : à chaque itération, on compare la force calculée au poids que doit supporter le module. La boucle s'arrête lorsque le critère de convergence suivant est satisfait :

$$\frac{|W_{susp} - \mathbf{F}_{z,stat}|}{W_{susp}} \leq 1\%.$$

6. Le **modèle dynamique** utilise le champ magnétique d'entrefer obtenu précédemment pour calculer le nouveau champ affecté par les courants induits dans la plaque de réaction lorsque celle-ci se déplace à une vitesse relative v_y .
7. À partir de cette nouvelle distribution du champ, on calcule la force de traînée magnétique ainsi que la force de lévitation.

8. Les **pertes par traînée magnétique** sont déterminées selon la relation :

$$P_{\text{traînée}} = v_y \cdot \mathbf{F}_{y,\text{dyn}}.$$

9. Les **pertes Joule** sont calculées à partir du courant total injecté dans le bobinage, donné par :

$$I_{\text{tot}} = I_{\text{stat}} \sqrt{2 - \frac{F_{z,\text{dyn}}}{F_{z,\text{stat}}}}.$$

Les pertes totales sont calculées pour chaque configuration. L'algorithme d'optimisation génère plusieurs paramétrisations géométriques de la suspension afin d'identifier celle qui minimise les pertes totales.

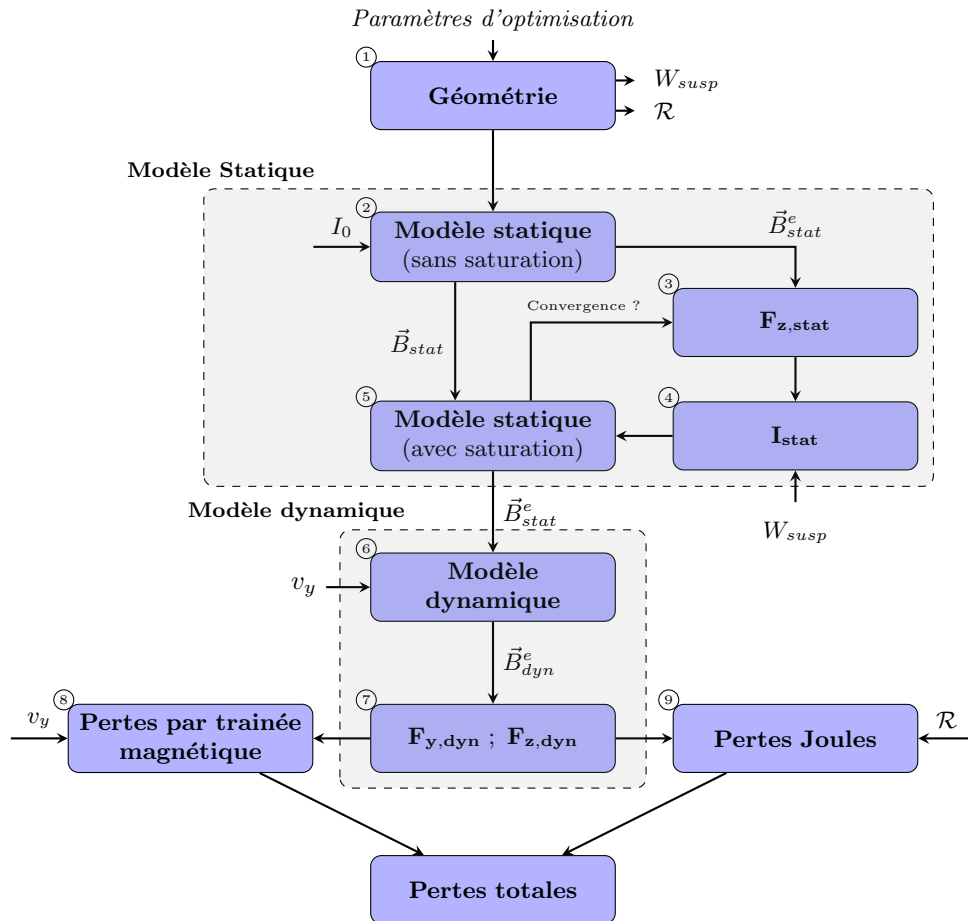


Figure 2.4: Description du modèle d'évaluation des pertes magnétiques de la suspension EMS.

La suspension EDS

Les *paramètres d'optimisation* utilisés pour l'optimisation de la suspension **EDS** sont repris dans le tableau 2.3. Un entrefer de 15mm est adopté pour optimiser celle-ci afin d'avoir des conditions comparables entre la suspension **EMS** et **EDS**. Ce choix permet d'établir une base commune d'évaluation des performances, bien qu'il ne corresponde pas nécessairement au point de fonctionnement optimal de la suspension **EDS**. En effet, contrairement à la technologie **EMS** où l'entrefer est activement régulé, celui de la suspension **EDS** varie naturellement selon la vitesse et les forces exercées. Par ailleurs, la largeur de la plaque n'est pas considérée comme un paramètre d'optimisation, le modèle proposé ne prenant pas cette dimension en compte. Elle est donc arbitrairement fixée à la valeur de la plaque optimisée pour la suspension **EMS**, qui, elle, intègre cette variable. Néanmoins, l'adoption d'une valeur fixe demeure indispensable pour garantir la cohérence et la comparabilité des résultats dans le cadre de cette étude.

Tableau 2.3: Paramètres d'optimisation du système **EDS**.

Paramètre	Expression	Valeur	Unité
Largeur des aimants	w_m	[0; 0,8]	m
Epaisseur des aimants	t_m	[0; 0,8]	m
Pas polaire	τ	[0; 12]	m
Epaisseur de la plaque	t_c	-	
Entrefer	e_{gap}	15	mm
Vitesse nominale du véhicule	v_{mag}	700	km/h

Pour chaque combinaison des *paramètres d'optimisation*, un algorithme est utilisé afin de déterminer le nombre de pôles nécessaire pour compenser le poids le quart du poids du véhicule. La prise en compte des effets de bord aux extrémités de la suspension nécessite l'utilisation d'une méthode itérative. Les modèles de résolution numérique classiques comme *Newton-Raphson* ou la méthode de la *sécante* ne permettent pas de résoudre efficacement ce type de problème. En effet, le nombre de pôles du système **EDS** doit impérativement être un entier, or ces méthodes nécessitent un domaine de solution défini dans l'ensemble des réels, ce qui n'est pas le cas ici. Pour contourner cette contrainte, une approche itérative linéaire est mise en œuvre. Pour chaque combinaison de *paramètres d'optimisation*, la force de lévitation générée par un pôle unique est calculée à la vitesse nominale afin de déterminer si cette configuration permet de soutenir le poids du train. Dans le cas contraire, le processus se poursuit en ajoutant progressivement des pôles supplémentaires jusqu'à ce que la force totale générée dépasse le poids du véhicule. La force de traînée magnétique permet de calculer les pertes par traînée magnétique qui constituent les principales pertes liées au système de sustentation de la technologie **EDS**.

Chapitre 3

Modèle de la Suspension EMS

Ce chapitre introduit les différents modèles développés pour l'évaluation des performances de la suspension **EMS**. Dans un premier temps, les outils de calcul des forces agissant sur le module de suspension **EMS** sont présentés. Le modèle statique est ensuite détaillé. Son rôle principal est d'extraire la distribution du champ magnétique dans l'entrefer. Enfin, le modèle dynamique, conçu pour intégrer les effets liés au mouvement, est introduit. Celui-ci permet de recalculer la distribution du champ magnétique dans l'entrefer impacté par les courants induits dans la plaque de réaction et d'en déduire les forces de lévitation et de traînée magnétique en régime dynamique.

3.1. Evaluation des forces agissant sur le module

Trois forces agissent sur le module électromagnétique :

- La *force latérale* $\mathbf{F}_x$, exprimée dans la direction $\hat{e}_x$, n'est pas considérée dans cette étude.
- La *force de traînée magnétique* $\mathbf{F}_y$, exprimée dans la direction $\hat{e}_y$, s'oppose au mouvement du véhicule.
- La *force de lévitation* $\mathbf{F}_z$, exprimée dans la direction $\hat{e}_z$, compense le poids du véhicule.

Le calcul de ces différentes forces s'appuie sur le tenseur des contraintes de Maxwell présenté dans la section suivante.

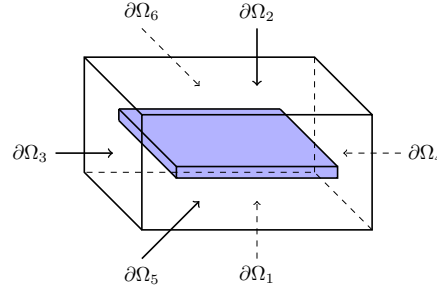


Figure 3.1: Volume de contrôle utilisé pour l'intégration du tenseur des contraintes de Maxwell.

3.1.1. Le tenseur des contraintes de Maxwell

La force $\mathbf{F}$ agissant sur le module électromagnétique peut s'exprimer à partir du tenseur des contraintes de Maxwell. En considérant uniquement le champ magnétique, ce tenseur s'écrit :

$$T_{ij} = \frac{1}{\mu_0} (B_i B_j - \frac{1}{2} |B|^2 \delta_{ij}),$$

où δ_{ij} est le delta de Kroenecker. La forme matricielle de ce tenseur s'écrit de la manière suivante :

$$[T_{ij}] = \frac{1}{\mu_0} \begin{bmatrix} B_x^2 - \frac{1}{2} B^2 & B_x B_y & B_x B_z \\ B_y B_x & B_y^2 - \frac{1}{2} B^2 & B_y B_z \\ B_z B_x & B_z B_y & B_z^2 - \frac{1}{2} B^2 \end{bmatrix}.$$

En intégrant la densité de force sur un volume de contrôle parallélépipédique englobant la plaque de réaction comme dans la figure 3.1 et en appliquant le théorème de Green-Ostrogradski, on obtient l'expression de la force $\mathbf{F}$ qui s'exerce sur celle-ci :

$$\mathbf{F} = \oint_{\partial\Omega} (T_{ij} \cdot \hat{n}) dS = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix},$$

où $\hat{n}$ désigne la normale à la surface et $\partial\Omega$ est la face d'intégration. En développant l'intégrale de contour, l'expression générale de la force appliquée sur l'élément étudié

devient :

$$\begin{aligned}
 F = & - \int_{\partial\Omega_1} T_{ij}(\partial\Omega_1) \hat{e}_y dS_1 + \int_{\partial\Omega_2} T_{ij}(\partial\Omega_2) \hat{e}_y dS_2 \\
 & - \int_{\partial\Omega_3} T_{ij}(\partial\Omega_3) \hat{e}_x dS_3 + \int_{\partial\Omega_4} T_{ij}(\partial\Omega_4) \hat{e}_x dS_4 \\
 & - \int_{\partial\Omega_5} T_{ij}(\partial\Omega_5) \hat{e}_z dS_5 + \int_{\partial\Omega_6} T_{ij}(\partial\Omega_6) \hat{e}_z dS_6,
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

où $T_{ij}(\partial\Omega_k)$ est l'évaluation du tenseur des contraintes de Maxwell sur la face $\partial\Omega_k$.

Force de lévitation

Pour calculer la force de lévitation, on isole l'expression de F_z . Cela donne à partir de l'équation (3.1) :

$$\begin{aligned}
 \mu_0 F_z = & - \int_{\partial\Omega_1} (B_{z1}^2 - \frac{1}{2} B_1^2) dS_1 + \int_{\partial\Omega_2} (B_{z2}^2 - \frac{1}{2} B_2^2) dS_2 \\
 & - \int_{\partial\Omega_3} B_{z3} B_{x3} dS_3 + \int_{\partial\Omega_4} B_{z4} B_{x4} dS_4 \\
 & - \int_{\partial\Omega_5} B_{z5} B_{x5} dS_5 + \int_{\partial\Omega_6} B_{z6} B_{x6} dS_6.
 \end{aligned}$$

L'impact majeur sur la force de lévitation provenant de la distribution du champ magnétique dans l'entrefer, seul le premier terme de cette intégrale est retenu. En prenant soin d'inverser le signe de la force¹, il reste l'expression suivante :

$$F_z = \frac{1}{\mu_0} \int_{\partial\Omega_1} (B_{z1}^2 - \frac{1}{2} B_1^2) dS_1, \tag{3.2}$$

qui peut également s'écrire à l'aide des composantes B_x et B_y du champ d'entrefer comme suit :

$$F_z = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\partial\Omega_1} (B_{z1}^2 - B_{x1}^2 - B_{y1}^2) dS_1. \tag{3.3}$$

¹Le signe de l'expression est inversé car la force a d'abord été calculée sur la plaque de réaction. Or, ce qui nous intéresse est la force exercée sur le module. Comme le module est situé sous la plaque et attiré vers elle, la force doit être comptée comme positive.

Force de traînée magnétique

Comme mentionné précédemment, lorsque le module électromagnétique est en mouvement, les courants induits dans la plaque de réaction modifient le champ magnétique d'entrefer. En calculant cette fois uniquement la force dans la direction d'avancement du train ($\hat{e}_y$), la traînée magnétique subie par le module est obtenue par :

$$\begin{aligned} \mu_0 F_y = & - \int_{\partial\Omega_1} B_{y1} B_{z1} dS_1 + \int_{\partial\Omega_2} B_{y2} B_{z2} dS_2 \\ & - \int_{\partial\Omega_3} B_{y3} B_{x3} dS_3 + \int_{\partial\Omega_4} B_{y4} B_{x4} dS_4 \\ & - \int_{\partial\Omega_5} (B_{y5}^2 - \frac{1}{2} B_5^2) dS_5 + \int_{\partial\Omega_6} (B_{y6}^2 - \frac{1}{2} B_6^2) dS_6. \end{aligned}$$

Seul le premier terme est retenu en raison du très faible impact des autres intégrales. Il reste :

$$F_y = - \frac{1}{\mu_0} \int_{\partial\Omega_1} B_{y1} B_{z1} dS_1. \quad (3.4)$$

Cette force est bien négative en raison de son opposition au mouvement du module électromagnétique.

3.2. Modèle statique

Le modèle statique est dans un premier temps décrit sous la forme d'un circuit magnétique équivalent (**MEC**) 2D. Deux méthodes de résolution sont mises en œuvre de manière complémentaire. La première néglige la saturation magnétique, tandis que la seconde intègre les effets non linéaires. Les résultats sont ensuite confrontés et validés à l'aide de simulations numériques par éléments finis.

Sur base de la solution du **MEC**, le champ magnétique transversal au centre de l'entrefer est évalué puis étendu dans la direction longitudinale afin de représenter la distribution complète dans l'entrefer. Seule la composante verticale B_z est reproduite avec un niveau de précision suffisant pour être exploitée dans le modèle dynamique, contrairement aux composantes B_x et B_y dont la précision s'avère insuffisante dans ce cadre.

3.2.1. Circuit magnétique équivalent 2D

Il existe deux méthodes principales pour établir les équations du circuit magnétique équivalent, soit en utilisant les lois de Kirchhoff des nœuds, soit celles des mailles. Dans ce travail, on adopte la formulation fondée sur la loi de Kirchhoff des mailles, car elle s'avère mieux adaptée aux résolutions numériques itératives. Comme l'ont montré Hamza W. Derbas et al. [16], cette approche présente une meilleure robustesse numérique dans les cas non linéaires, notamment lorsque la perméabilité magnétique relative d'un matériau ferromagnétique varie localement en raison des phénomènes de saturation.

Le circuit magnétique équivalent 2D est construit à partir de la discrétisation de l'environnement étudié en cellules appelées *blocs bidirectionnels* (blocs **BD**), comme illustré à la figure 3.2(a). Chaque branche de ces blocs comprend une réluctance ainsi qu'une source de force magnétomotrice. Ces branches sont connectées de manière à partager un nœud commun en leur centre. Les réluctances $\mathcal{R}_x$ et $\mathcal{R}_z$ correspondent respectivement aux directions horizontale $\hat{e}_x$ et verticale $\hat{e}_z$, tandis que les sources de force magnétomotrice dans ces deux directions sont notées MMF_x et MMF_z . La formulation de ce circuit se faisant dans le plan (x, z) , les effets de bords dans la direction $(\hat{e}_y)$ sont négligés. Ces différents blocs **BD** sont ensuite assemblés pour former un maillage. La figure 3.2(b) montre un exemple d'un tel maillage. Il est constitué de deux blocs horizontaux et de deux blocs verticaux. Le bord supérieur n'est en contact avec aucune branche, ce qui permet d'imposer une isolation magnétique avec l'extérieur du domaine. Les numérotations des blocs **BD** ainsi que des branches sont effectuées de gauche à droite, puis de haut en bas.

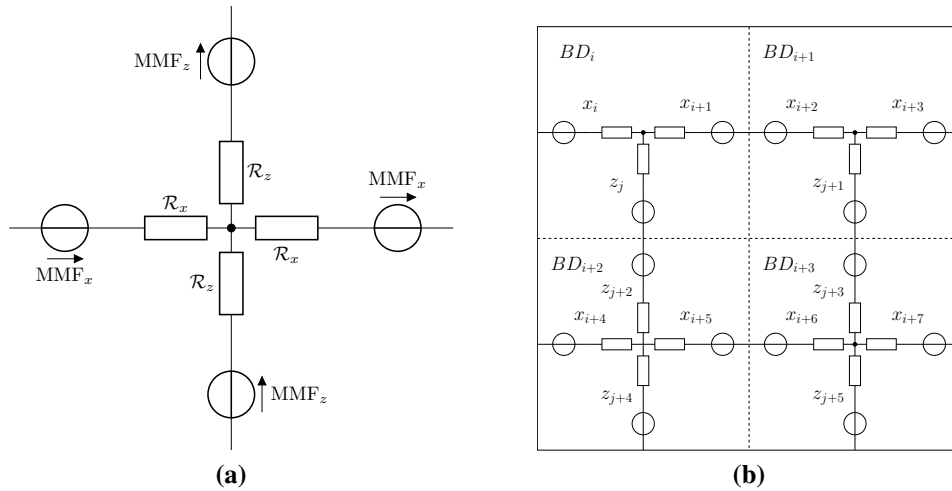


Figure 3.2: (a) Bloc bidirectionnel, (b) réseau de blocs bidirectionnels.

La géométrie

La géométrie considérée pour ce modèle se base sur celle de la figure 2.2(a). Grâce à la symétrie axiale verticale centrée de la géométrie, seule la moitié gauche est modélisée. Cette simplification exploite la redondance du problème et permet non seulement de réduire la taille du domaine étudié, mais également d'améliorer significativement les performances numériques en diminuant le nombre de points d'évaluation nécessaires. Cette géométrie est présentée à la figure 3.3(a).

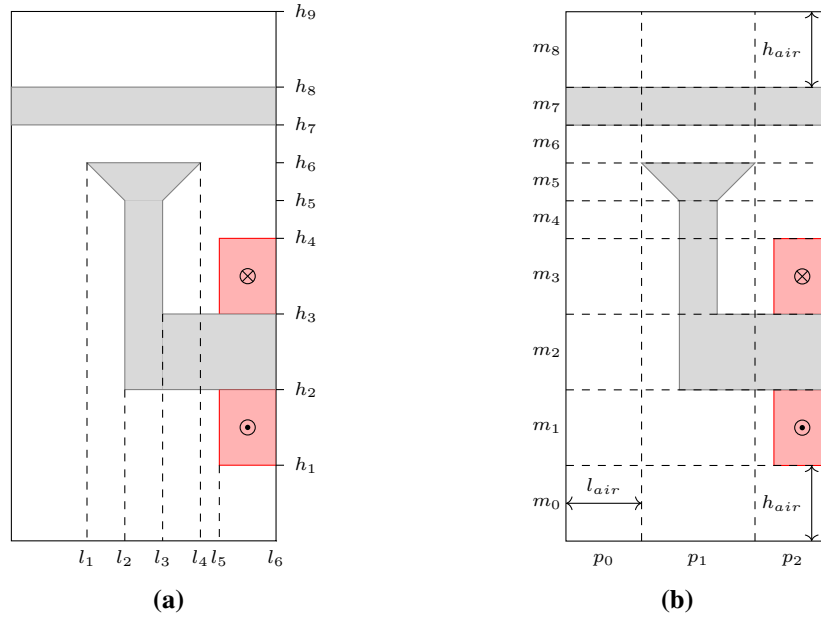


Figure 3.3: (a) Géométrie pour la modélisation du modèle MEC 2D, (b) sous-domaine du maillage à densité variable.

La stratégie de maillage

La stratégie de maillage adoptée consiste à diviser le domaine étudié en plusieurs zones distinctes, aussi bien dans la direction horizontale que verticale. Comme illustré à la figure 3.3(b), chaque zone est définie par un nombre d'éléments horizontaux p_i (allant de p_0 à p_2) et verticaux m_j (allant de m_0 à m_8) ainsi qu'une longueur horizontale l_{p_i} et verticale h_{m_j} pour chacune des zones. Ces paramètres permettent d'adapter la résolution du maillage en fonction des caractéristiques locales du champ magnétique.

Chaque zone correspond à une portion géométrique bien définie du modèle, dont la longueur et la hauteur servent de base pour calculer le nombre total de blocs **BD**. L'idée est d'augmenter la densité du maillage dans les régions où le champ magné-

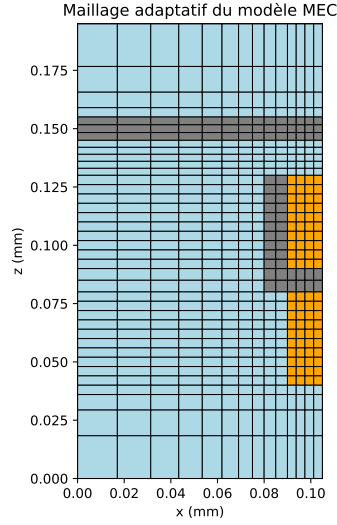


Figure 3.4: Exemple de la stratégie de maillage sur une géométrie quelconque.

tique présente de fortes variations, tandis que les zones éloignées des sources ou des interfaces où le champ évolue plus lentement, sont maillées plus grossièrement. Une taille de bloc minimale ($dx_0 \times dz_0$) est imposée afin de simplifier le calcul du nombre de blocs.

Les zones adjacentes au bord du domaine sont maillées de manière progressive. La méthode consiste dans un premier temps à fixer une largeur de bloc de référence dx_0 (resp. dz_0), qui correspond à la taille des éléments les plus fins placés près des interfaces critiques. Dans un second temps, pour les zones qui s'étendent vers les bords du domaine, on applique une progression géométrique où chaque bloc devient progressivement plus grand. Cette progression est calculée à partir de trois paramètres : la largeur de bloc de référence, le nombre de blocs souhaité (N) et la longueur totale de la zone à mailler (l). La relation qui lie ces 3 quantités est la suivante :

$$dx_0 + r \cdot dx_0 + r^2 \cdot dx_0 + \dots + r^{i-1} \cdot dx_0 + \dots + r^{N-1} \cdot dx_0 = l,$$

où r est le facteur multiplicatif appliqué d'un bloc au suivant, avec $r > 1$. Cette somme peut se réécrire :

$$\frac{r^{N+1} - 1}{r - 1} dx_0 = l.$$

La résolution de cette équation permet de déterminer r et donc la taille des blocs successifs. La figure 3.4 illustre la méthode de maillage employée. On observe une concentration plus dense de cellules aux interfaces entre les différents matériaux, où le champ magnétique varie plus fortement. Enfin, pour tenir compte de la symétrie de la géométrie, les blocs **BD** situés à l'interface de symétrie possèdent une branche en contact direct avec cette interface. Cette configuration permet de modéliser correctement le comportement magnétique au niveau de l'axe de symétrie, en assurant la continuité du flux magnétique. Le tableau 3.1 reprend toutes les caractéristiques du maillage ainsi mis en place.

Tableau 3.1: Paramètres caractéristiques du maillage progressif.

Paramètre	Expression
Nombre de blocs sur une rangée horizontale	$p = \sum p_i$
Nombre de blocs sur une rangée verticale	$m = \sum m_j$
Nombre total de blocs bidirectionnels	$N_{BD} = p \cdot m$
Nombre total de flux de mailles	$N_\psi = p \cdot (m - 1)$
Nombre total de branches horizontales	$N_x = m \cdot (2p - 1)$
Nombre total de branches verticales	$N_z = 2p \cdot (m - 1)$
Nombre total de branches	$N = N_x + N_z$
Largeur du domaine	$L = \sum l_{p_i}$
Hauteur du domaine	$H = \sum h_{m_j}$
Largeur d'un bloc bidirectionnel	$dx_i = l_{p_i} / p_i$
Hauteur d'un bloc bidirectionnel	$dz_j = h_{m_j} / m_j$
Largeur caractéristique d'une branche	$l_{x,i} = dx_i / 2$
Hauteur caractéristique d'une branche	$l_{z,j} = dz_j / 2$
Surface traversée par le flux selon $\hat{e}_x$	$S_{x,i} = dz_j \cdot 10^{-3}$
Surface traversée par le flux selon $\hat{e}_z$	$S_{z,j} = dx_i \cdot 10^{-3}$

La formulation du système d'équations

Les équations permettant de résoudre le circuit magnétique équivalent basé sur la loi de Kirchhoff des mailles [17], [18], sont les suivantes :

$$[F] - [\chi][\mathcal{R}(\mu_r)][\chi]^T[\psi] = 0 \quad (3.5)$$

$$[F] = [\chi][MMF] \quad (3.6)$$

$$[\phi] = [\chi]^T[\psi] \quad (3.7)$$

$$[B] = [\phi]/[S]. \quad (3.8)$$

Le tableau 3.2 reprend les définitions des matrices et vecteurs utilisés dans les équations

précédentes. Ces équations sont résolues numériquement. Une importance majeure est accordée à la définition précise de ces matrices et vecteurs afin d'optimiser le temps de calcul.

Tableau 3.2: Définitions des matrices et vecteurs utilisés dans les équations du circuit magnétique équivalent 2D.

Expression	Définition	Dimension
$[MMF]$	Vecteur des sources MMF sur les branches	$N \times 1$
$[\mathcal{R}(\mu_r)]$	Matrice des ré reluctances	$N \times N$
$[\chi]$	Matrice topologique reliant mailles et branches	$N_\psi \times N$
$[F]$	Vecteur maille des sources de force magnétomotrice	$N_\psi \times 1$
$[\psi]$	Vecteur des flux de maille	$N_\psi \times 1$
$[\phi]$	Vecteur des flux de branche	$N \times 1$
$[S]$	Vecteur contenant les surfaces traversées par le flux	$N \times 1$

Définition des matrices et vecteurs

Le vecteur $[MMF]$ reprend dans l'ordre toutes les sources de forces magnétomotrices de chacune des branches :

$$[MMF] = \begin{bmatrix} MMF_{x,1} \\ MMF_{x,2} \\ \vdots \\ MMF_{x,N_x} \\ MMF_{z,1} \\ MMF_{z,2} \\ \vdots \\ MMF_{z,N_z} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Le flux généré par le bobinage étant orienté selon la direction $\hat{e}_x$, toutes les sources MMF_z sont nulles. Les sources MMF_x suivent la distribution trapézoïdale illustrée à la figure 3.5. Cette distribution permet de représenter fidèlement la force magnétomotrice produite par le bobinage, comme le souligne l'article [17]. L'intensité des sources est maximale et constante dans le matériau ferromagnétique, puis décroît progressivement dans le bobinage à mesure que la distance au noyau augmente.

Cette distribution peut s'exprimer en fonction des dimensions du domaine qui sont représentées à la figure 3.3(a) :

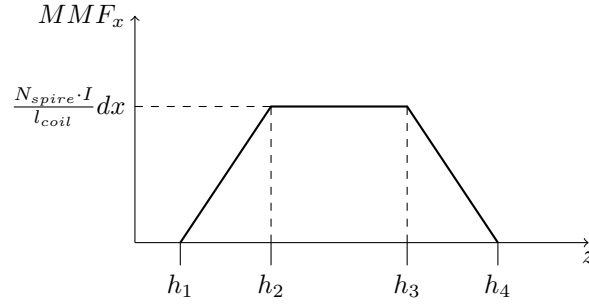


Figure 3.5: Force magnétomotrice induite par le bobinage.

$$MMF_{x,k} = \begin{cases} \frac{N_{spire} dx}{h_{coil} l_{coil}} (z - h_1) I & \text{pour } l_5 < x < l_6 \text{ et } h_1 < z < h_2 \\ \frac{N_{spire} dx}{l_{coil}} I & \text{pour } l_5 < x < l_6 \text{ et } h_2 < z < h_3 \\ \frac{N_{spire} dx}{h_{coil} l_{coil}} (h_4 - z) I & \text{pour } l_5 < x < l_6 \text{ et } h_3 < z < h_4 \\ 0 & \text{ailleurs,} \end{cases}$$

où $k \in [1, N_x]$, I est le courant injecté dans le bobinage et (x, z) est la position du centre du bloc contenant la branche k .

La matrice des réluctances $[\mathcal{R}]$ est diagonale et contient les réluctances de chacune des branches. Elle peut s'exprimer en assemblant deux matrices distinctes $[\mathcal{R}_x]$ et $[\mathcal{R}_z]$, elles-mêmes diagonales :

$$[\mathcal{R}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{R}_x] & 0 \\ 0 & [\mathcal{R}_z] \end{bmatrix}$$

Les matrices contenant les réluctances horizontales et verticales peuvent s'exprimer :

$$\begin{aligned} [\mathcal{R}_x] &= \text{diag}(\mathcal{R}_{x,1}, \mathcal{R}_{x,2}, \dots, \mathcal{R}_{x,N_x}) \\ [\mathcal{R}_z] &= \text{diag}(\mathcal{R}_{z,1}, \mathcal{R}_{z,2}, \dots, \mathcal{R}_{z,N_z}), \end{aligned}$$

où les valeurs de $\mathcal{R}_{x,k}$ et $\mathcal{R}_{z,l}$ s'écrivent :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{x,k} &= \frac{1}{\mu_0} \frac{l_x}{\mu_{r,k} S_{x,i}} \\ \mathcal{R}_{z,l} &= \frac{1}{\mu_0} \frac{l_z}{\mu_{r,l} S_{z,j}}, \end{aligned}$$

où $k \in [1, N_x]$, $l \in [1, N_z]$ et la perméabilité magnétique μ_r correspond à celle assignée au bloc considéré. Le caractère diagonal de la matrice de réluctance permet l'utilisation de solveurs creux, ce qui accélère significativement le temps de calcul.

La matrice topologique $[\chi]$ permet de relier les grandeurs de branches aux grandeurs de mailles. Cette matrice se décompose en deux sous-matrices associées aux deux directions principales du maillage : les branches horizontales (selon $\hat{e}_x$) et verticales (selon $\hat{e}_z$) :

$$[\chi] = \begin{bmatrix} [\chi_x] & [\chi_z] \end{bmatrix}.$$

Celle-ci peut prendre trois valeurs distinctes :

- +1 si le flux dans la branche est orienté dans le même sens que le flux de boucle,
- -1 si le flux est dans le sens opposé au flux de boucle,
- 0 si la branche n'appartient pas à la maille.

Cette matrice pouvant présenter des dimensions importantes, une construction numérique classique serait trop coûteuse en temps de calcul. Pour pallier cela, elle est construite à l'aide du produit de Kronecker comme décrit dans l'annexe A.1.

3.2.2. Résolution directe : perméabilité relative constante

La résolution directe de l'équation 3.5 repose sur les hypothèses suivantes :

- le matériau ferromagnétique est supposé isotrope, ce qui implique que la perméabilité magnétique relative est identique quelle que soit la direction ($\mu_{r,x} = \mu_{r,z}$),
- Les effets de saturation dans les matériaux ferromagnétiques sont négligés. En d'autres termes, la perméabilité relative μ_r est supposée constante dans toutes les parties ferromagnétiques, quel que soit le niveau de saturation.

L'équation 3.5 est ainsi résolue analytiquement en inversant la matrice suivante :

$$[A] = [\chi] \cdot [\mathcal{R}] \cdot [\chi]^T.$$

On en déduit le vecteur des flux de maille :

$$[\psi] = [A]^{-1} \cdot [F].$$

La distribution du champ magnétique dans chacune des branches se calcule à partir des expressions 3.7 et 3.8.

On en déduit le champ magnétique au centre de chaque nœud des blocs **BD** en moyennant les valeurs issues des deux branches adjacentes appartenant au même bloc :

$$B_{x,k}^{2D}(x,z) = \frac{B_{x_i} + B_{x_{i+1}}}{2}$$

$$B_{z,k}^{2D}(x,z) = \frac{B_{z_j} + B_{z_{j+p}}}{2},$$

avec k qui suit la numérotation des blocs **BD**.

Validation

Afin de valider la résolution directe des équations du circuit magnétique équivalent, les résultats obtenus sont comparés à ceux issus d'un modèle numérique fondé sur la méthode des éléments finis (**FEM**). À cette fin, le logiciel *FEMM* [19] est utilisé. Les dimensions considérées sont inspirées de celles de la suspension électromagnétique du *Maglev Changsha* [20], puis adaptées au contexte spécifique de l'étude. Ces paramètres géométriques sont présentés dans le tableau 3.3, en cohérence avec les notations de la figure 2.2. La géométrie modélisée dans *FEMM* correspond uniquement à la moitié gauche du système.

Tableau 3.3: Dimensions de la suspension pour la validation du modèle **MEC**.

Paramètre	Expression	Valeur	Unité
Largeur de la plaque de réaction	l_p	400	mm
Hauteur de la plaque de réaction	h_p	28	mm
Epaisseur de la branche de l'électroaimant	e_{branch}	28	mm
Epaisseur de la base de l'électroaimant	e_{base}	58	mm
Largeur de l'électroaimant	l_{core}	220	mm
Hauteur de l'électroaimant	h_{core}	136	mm
Largeur du bobinage	l_{coil}	164	mm
Hauteur du bobinage	h_{coil}	68	mm
Largeur des extensions de branche	l_f	10	mm
Hauteur des extensions de branche	h_f	10	mm
Largeur d'entrefer	e_{gap}	9	mm
Intensité de courant dans le bobinage	I	1	A
Nombre de spire du bobinage	N_{spire}	300	-
Perméabilité du fer	μ_r	760	-
Perméabilité du bobinage	μ_{coil}	1	-

La discrétisation horizontale et verticale du modèle **MEC** est donnée par :

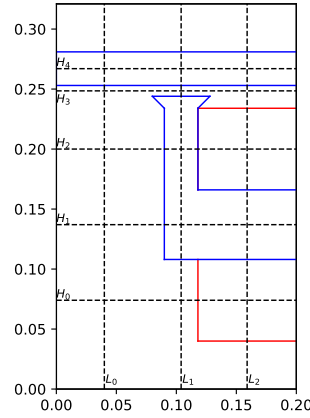


Figure 3.6: Lignes de coupe pour la validation transversale (H_0 à H_4) et longitudinale (L_0 à L_1).

$$p_i = [20, 48, 36]$$

$$m_i = [3, 34, 29, 34, 0, 10, 9, 14, 3],$$

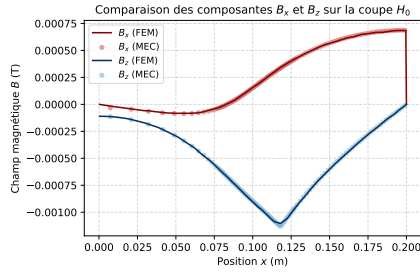
Le modèle **MEC** comporte un total de 14144 (104×136) blocs **BD**, contre 31186 éléments pour le modèle par éléments finis. Afin de valider la méthode proposée, une comparaison est effectuée entre les distributions des composantes du champ magnétique B_x et B_z issues du modèle **MEC** et celles obtenues par la méthode **FEM**. L'analyse est menée le long de cinq lignes de coupes caractéristiques dont les positions sont illustrées dans la figure 3.6 (H_0 à H_4).

Pour chacune de ces coupes, les champs B_x et B_z sont représentés dans les figures 3.7(a) à 3.7(e). Les courbes en trait plein correspondent aux résultats du modèle **FEM**, tandis que les courbes pointillées représentent les résultats du modèle **MEC**. On peut observer une excellente concordance entre les deux modèles avec une erreur quadratique moyenne² normalisée sur la valeur maximale du champ inférieure à 1,53% sur l'intervalle considéré.

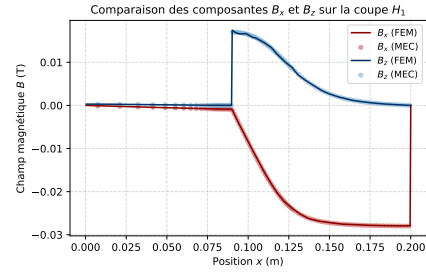
²L'erreur quadratique moyenne (**RMSE**) est calculée en interpolant le champ obtenu à l'aide de la simulation **FEM** aux points d'évaluation du modèle **MEC**. On peut ensuite évaluer la moyenne des carrés des écarts :

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (B^{\text{FEM}}(x_i) - B^{\text{MEC}}(x_i))^2}.$$

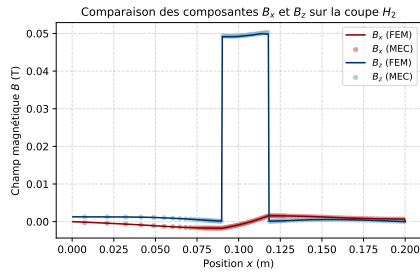
Cette erreur est ensuite exprimée en pourcentage par rapport à la valeur maximale du champ.



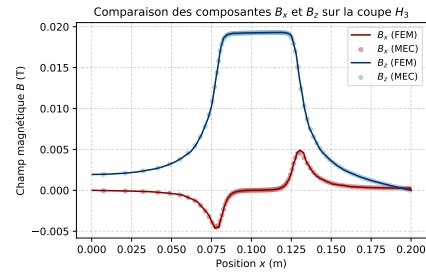
(a) Coupe H0



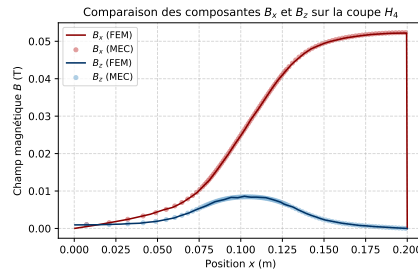
(b) Coupe H1



(c) Coupe H2



(d) Coupe H3



(e) Coupe H4

Figure 3.7: Comparaison des composantes B_x et B_z issues des modèles **FEM** et **MEC** sur les cinq lignes caractéristiques (L_0 à L_4).

3.2.3. Résolution indirecte : perméabilité relative variable

La seconde approche de résolution du modèle **MEC** est de considérer les hypothèses suivantes :

- le matériau ferromagnétique est anisotrope, ce qui implique que la perméabilité magnétique relative peut différer d'une direction à l'autre ($\mu_{r,x} \neq \mu_{r,z}$),

- les effets de saturation dans les parties ferromagnétiques suivent une caractéristique $\mathbf{B-H}$ donnée.

Pour résoudre l'équation 3.5, il faut employer une méthode itérative. En effet, la prise en compte de la saturation impose de faire évoluer la perméabilité magnétique relative du matériau en fonction de la distribution $\mathbf{B-H}$ au cours du processus de résolution. Pour cela, on utilise la méthode de *Newton-Raphson*, car elle s'avère particulièrement adaptée à la résolution du problème fondé sur la loi de Kirchhoff des mailles. À l'inverse, l'article [21] montre qu'une méthode plus classique, comme celle du *point fixe*, ne permet pas d'obtenir une convergence satisfaisante dans ce contexte.

La méthode de *Newton-Raphson* permet de résoudre des systèmes non-linéaires exprimés sous la forme :

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\psi}) = 0.$$

Dans le cas particulier de la formulation de Kirchhoff des mailles appliquée à un circuit magnétique équivalent, cette expression devient :

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\psi}) = [F] - [\chi][\mathcal{R}(\mu_r(\boldsymbol{\psi}))][\chi]^T [\boldsymbol{\psi}] = 0,$$

où la dépendance en $\boldsymbol{\psi}$ de la réluctance $\mathcal{R}$ résulte de la variation de la perméabilité magnétique du matériau ferromagnétique en présence de saturation.

À chaque itération, $\mathbf{f}(\boldsymbol{\psi})$ est linéarisé autour du point courant $\boldsymbol{\psi}_i$ à l'aide d'un développement en série de premier ordre, en utilisant la jacobienne $\mathbf{J}(\boldsymbol{\psi}_i)$. L'itération suivante est alors calculée selon la relation suivante :

$$\boldsymbol{\psi}_{i+1} = \boldsymbol{\psi}_i + \mathbf{J}(\boldsymbol{\psi}_i)^{-1} \cdot \mathbf{f}(\boldsymbol{\psi}_i).$$

Lorsque la matrice $\mathcal{R}(\mu_r(\boldsymbol{\psi}))$ est de grande dimension, le calcul explicite du jacobien devient fastidieux. L'article [22] propose une méthode permettant d'exprimer ce jacobien à partir de la perméabilité magnétique relative différentielle $\mu_{r,d}$ de la manière suivante :

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\psi}) = \chi \mathcal{R}(\mu_{r,d}(\boldsymbol{\psi})) \chi^T.$$

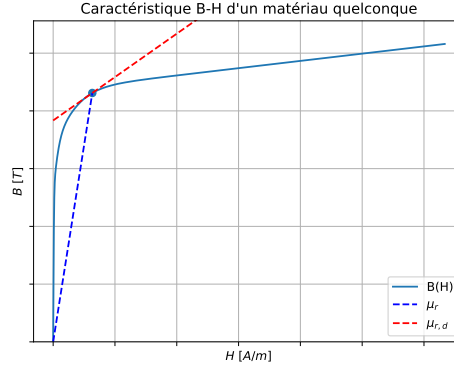


Figure 3.8: Caractéristique **B-H** d'un matériau quelconque et description géométrique des perméabilités magnétiques relatives apparentes (en bleu) et différentielles (en rouge).

Les perméabilités relatives différentielle $\mu_{r,d}$ et apparente μ_r se distinguent par leur interprétation géométrique sur la courbe **B-H**. La première correspond à la pente de la tangente en un point donné de la courbe, tandis que la seconde désigne la pente de la droite reliant ce point à l'origine. Ces notions sont illustrées dans la figure 3.8, où la droite bleue correspond au calcul de μ_r et la tangente rouge à celui de $\mu_{r,d}$. Toujours d'après l'article [22], ces deux grandeurs peuvent s'exprimer comme suit :

$$\mu_r(B) = \frac{B}{\mu_0 H} \quad (3.10)$$

$$\mu_{r,d}(B) = \frac{\mu_r}{1 - \frac{B}{\mu_r} \frac{\partial \mu_r}{\partial B}}. \quad (3.11)$$

Finalement, le vecteur des flux de branches ϕ et le vecteur des distributions du champ B sont exprimés à l'aide des expressions 3.7 et 3.8.

L'organigramme présenté à la figure 3.9 illustre l'algorithme de résolution ainsi mis en œuvre. On commence par une initialisation du vecteur ψ_0 , d'un courant injecté I_0 dans le bobinage et d'une tolérance ε . Le vecteur B_0 , représentant la distribution du champ magnétique dans l'ensemble du système, peut alors être calculé.

En appliquant un masque sur les zones non ferromagnétiques (B_{fer}), on détermine les perméabilités magnétiques relatives apparente (μ_r) et différentielle ($\mu_{r,d}$) correspondant à chaque bloc **BD**. Celles-ci permettent de calculer respectivement la fonction résidu $\mathbf{f}$ et le jacobien $\mathbf{J}$. Le point ψ_{i+1} est ainsi calculé sur la base de $\Delta\psi$. Ce nouveau point permet de déterminer une nouvelle distribution du champ magnétique. Le critère de

convergence est défini à l'aide de la norme L^2 ($\|\cdot\|$) appliquée à l'erreur relative sur la distribution du champ magnétique, calculée uniquement dans les régions soumises à saturation :

$$\epsilon_i = \frac{\|B_{i+1,\text{fer}} - B_{i,\text{fer}}\|}{\|B_{i+1,\text{fer}}\|} < \epsilon. \quad (3.12)$$

Ce critère est ensuite comparé à la tolérance ϵ fixée en début d'algorithme. S'il est respecté, la solution est considérée comme obtenue. Dans le cas contraire, l'algorithme poursuit avec une nouvelle itération.

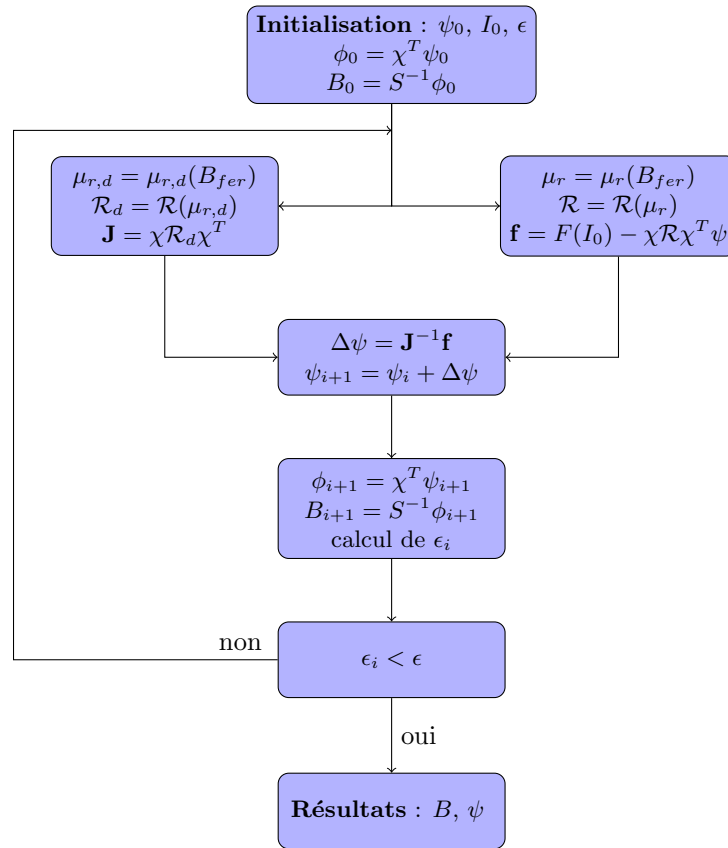


Figure 3.9: Description de l'algorithme de résolution par la méthode de *Newton-Raphson*.

Validation

La validation de la résolution indirecte du modèle **MEC** est également réalisée à l'aide du logiciel *FEMM*. Celui-ci permet de prendre en compte les effets de saturation magnétique. En conservant les mêmes dimensions que celles indiquées dans le tableau 3.3,

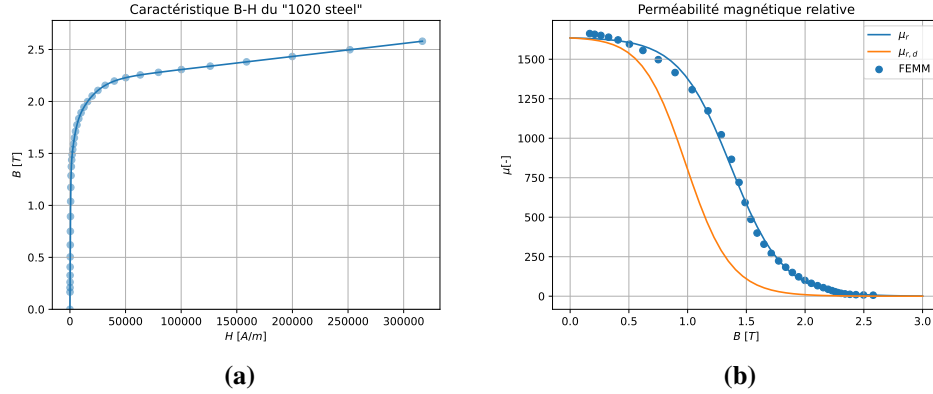


Figure 3.10: (a) Caractéristique **B-H** du matériau "1020 steel", (b) perméabilité magnétique relative apparente et différentielle.

ainsi que les mêmes paramètres de discrétisation, les deux modèles sont évalués pour différents niveaux de saturation. À cette fin, plusieurs intensités de courant sont injectées dans le bobinage de manière à atteindre progressivement des régimes de saturation plus prononcés. Les simulations sont réalisées pour les valeurs suivantes de courant continu :

$$I = \{10, 20, 40, 60, 80, 100\} \text{ A.}$$

Le noyau ferromagnétique est constitué de fer doux de type *1020 Steel*³. Sa caractéristique magnétique est présentée à la figure 3.10(a).

La résolution par la méthode de Newton-Raphson nécessite l'évaluation simultanée de la perméabilité magnétique apparente $\mu_r(B)$ ainsi que de la perméabilité magnétique différentielle $\mu_{r,d}(B)$. Pour modéliser la courbe de perméabilité apparente, on choisit d'utiliser une fonction sigmoïdale (voir Annexe B.1). L'accès à la dérivée analytique locale de cette distribution sigmoïdale en fait un choix privilégié. La figure 3.10(b) illustre l'évolution de ces deux fonctions.

On évalue les performances du modèle selon les critères suivants :

- **Nombre d'itérations avant convergence (n)** : les critères de convergence pour le modèle **MEC** et **FEM** sont respectivement :

$$\varepsilon^{\text{MEC}} = 1 \cdot 10^{-2} \quad \varepsilon^{\text{FEM}} = 1 \cdot 10^{-8}.$$

³Ce matériau a été choisi en raison de la densité élevée de points disponibles pour l'échantillonnage de sa courbe **B-H**.

- **Taux de convergence de la méthode (ROC)** : calculé conformément à la définition proposée dans [21] :

$$ROC = \frac{\log_{10}(\varepsilon_0) - \log_{10}(\varepsilon_n)}{n}, \quad (3.13)$$

où n représente le nombre d'itérations, ε_0 l'erreur d'initialisation et ε_n l'erreur à l'itération n .

- **Distribution locale du champ magnétique** : évaluée au centre de l'entrefer afin d'analyser la correspondance locale de la distribution du champ magnétique.

Les résultats de convergence pour différents niveaux de saturation sont regroupés dans le tableau 3.4. Le champ magnétique maximal dans le fer calculé avec le modèle **MEC** (B_{max}^{MEC}) est comparé à celui obtenu par le modèle **FEM** (B_{max}^{FEM}). On observe que l'augmentation du champ maximal dans le fer traduit une saturation marquée du matériau. Cette saturation se manifeste par une dégradation progressive du taux de convergence ainsi qu'une hausse du nombre d'itérations nécessaires pour atteindre la solution. À l'inverse, lorsque le niveau de saturation reste faible, la convergence demeure rapide et stable.

Tableau 3.4: Performances de convergence de la résolution par *Newton-Raphson* pour plusieurs niveaux de courant.

$I [A]$	$MMF [kA \cdot tours]$	n	ROC	$\varepsilon_n [\%]$	$B_{max}^{MEC} [T]$	$B_{max}^{FEM} [T]$
10	3	2	1,669	0,05	0,52	0,52
20	6	3	0,702	0,78	1,04	1,03
40	12	7	0,296	0,84	1,76	1,75
60	18	12	0,168	0,96	2,02	2,03
80	24	18	0,111	0,99	2,14	2,15
100	30	24	0,084	0,97	2,23	2,22

La comparaison de la distribution locale du champ magnétique issue du modèle **MEC** et de la modélisation par éléments finis, est réalisée le long de la coupe H_3 (voir figure 3.6). Cette coupe a été choisie car elle correspond à une zone critique où le champ magnétique influence fortement la force de lévitation. Les distributions comparées des composantes B_x et B_z sont présentées dans la figure 3.11.

On observe un léger décalage entre les courbes issues du modèle **MEC** et celles obtenues par éléments finis, en particulier pour les intensités de courant de 60 A et 80 A. Cette divergence est probablement due à une approximation imparfaite de la perméabilité magnétique relative et différentielle dans les zones de saturation. En effet, la fonction sigmoïde utilisée tend vers zéro alors que la perméabilité relative apparente ne

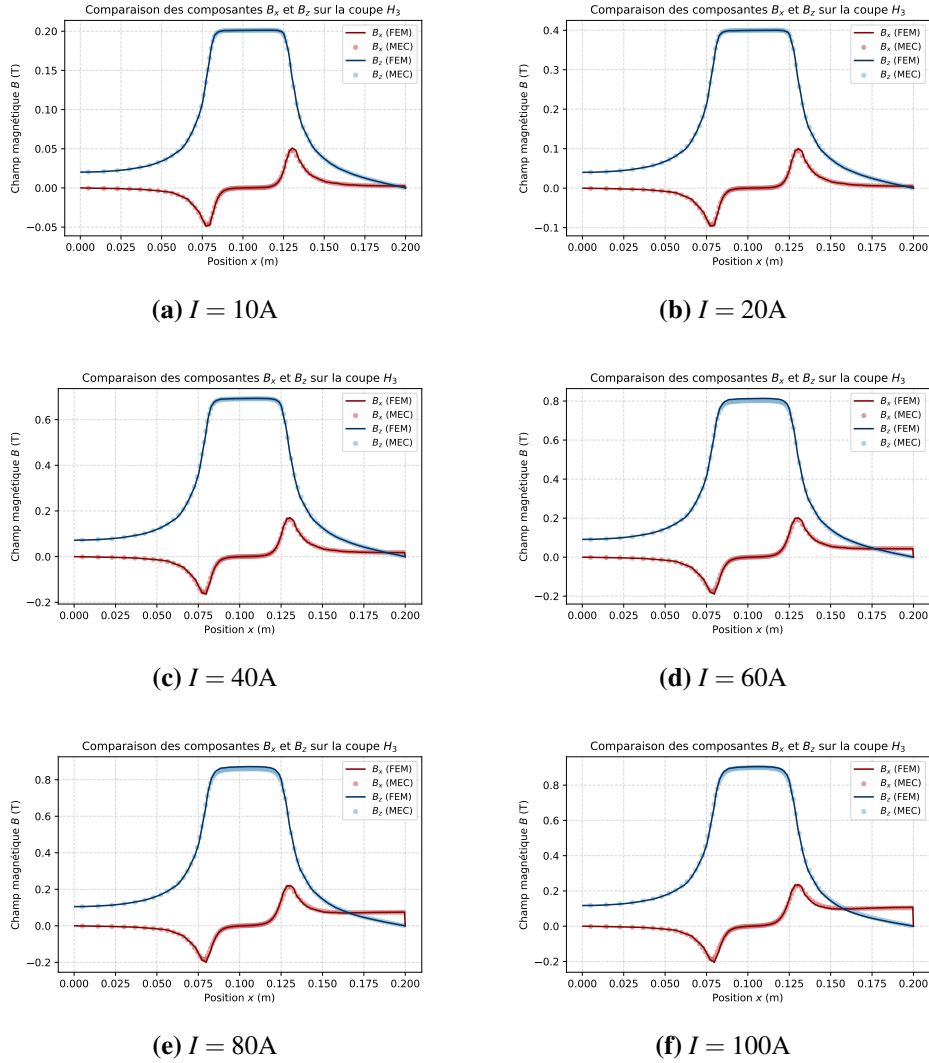


Figure 3.11: Comparaison des composantes B_x et B_z issues des modèles **FEM** et **MEC** dans l'entrefer (H_3).

peut descendre en dessous de 1. Une solution serait de forcer la perméabilité magnétique relative à ne pas descendre en dessous de cette valeur critique. La figure 3.12 présente l'évolution de l'erreur quadratique moyenne relative, exprimée en pourcentage de la valeur maximale de la composante du champ correspondant. On remarque que la composante B_z , qui domine par rapport à B_x , affiche une erreur nettement plus faible, soulignant la très bonne précision du modèle pour cette composante. L'erreur sur B_x reste également faible, confirmant la fiabilité globale du modèle.

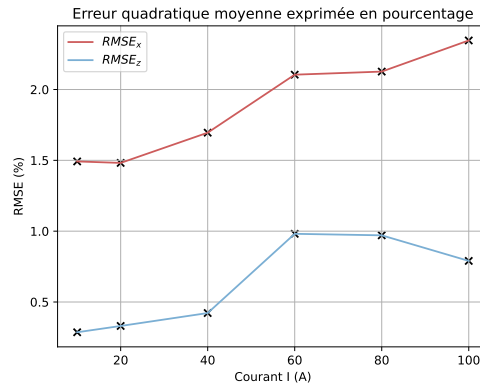


Figure 3.12: Evolution de l'erreur quadratique moyenne en fonction du courant injecté dans le bobinage de l'électroaimant.

3.2.4. Extension longitudinale et symétrie du champ d'entrefer

Le modèle présenté précédemment ne fournit la distribution du champ magnétique que dans le demi-plan xz . Or, le modèle dynamique requiert la connaissance complète de cette distribution dans le plan xy au centre de l'entrefer. À partir de la distribution de la composante B_z obtenue par le modèle MEC, la reconstruction du champ dans le plan xy s'effectue comme suit :

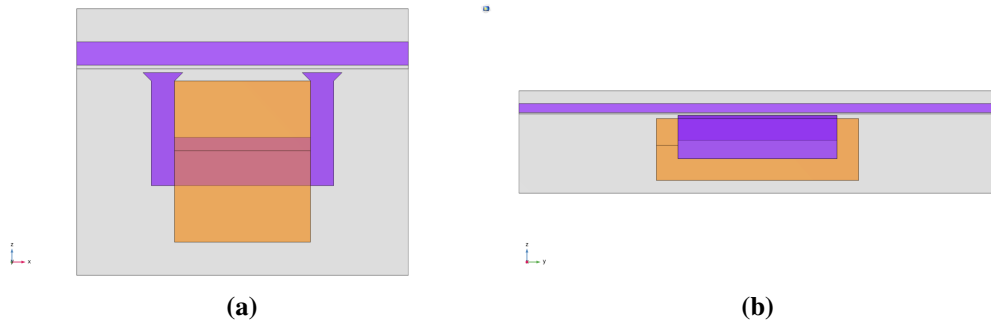
- **Prolongement longitudinal** : le champ magnétique calculé dans le plan transverse xz est prolongé de façon constante le long de la direction longitudinale dans la région de l'entrefer. Cependant, aux extrémités de la suspension, cette hypothèse d'homogénéité est corrigée afin de tenir compte de l'évasement du champ magnétique. Cet effet de frange est estimé à partir du modèle MEC 2D et appliqué aux deux extrémités comme expliqué dans l'annexe C.1.
- **Reconstruction par symétrie** : la distribution obtenue est ensuite symétrisée afin de reconstruire le champ B_z sur l'ensemble du plan xy au centre de l'entrefer.

Validation

On valide cette approche à l'aide du logiciel *Comsol Multiphysics* [23], qui permet de simuler le champ magnétique en trois dimensions. Pour cela, on modélise une suspension EMS sur la base des paramètres géométriques repris dans le tableau 3.5. La géométrie complète étudiée dans *Comsol Multiphysics* est illustrée à la figure 3.13, avec la vue transversale à gauche et la vue longitudinale à droite.

Tableau 3.5: Dimensions de la suspension pour la validation de l'extension longitudinale du champ d'entrefer.

Expression	Valeur	Unité	Expression	Valeur	Unité
l_p	400	mm	h_f	10	mm
h_p	28	mm	e_{gap}	9	mm
e_{branch}	28	mm	L_{mag}	0,5	m
e_{base}	58	mm	L_p	6,5	m
l_{core}	220	mm	I	20	A
h_{core}	136	mm	N_{spire}	300	-
l_{coil}	164	mm	μ_{coil}	1	-
h_{coil}	68	mm	μ_r	760	-
l_f	10	mm			

**Figure 3.13:** Géométrie de la suspension EMS utilisée dans *Comsol Multiphysics*.

La saturation n'est pas considérée dans cette simulation. Le champ magnétique est évalué longitudinalement le long des lignes définies par l'intersection des coupes $L_{1,2,3}$ et H_3 , illustrées sur la figure 3.6. La comparaison entre les distributions de B_z obtenues respectivement avec le modèle MEC et le modèle *Comsol Multiphysics* réalisée dans la figure 3.14 révèle que la précision de la modélisation de l'effet de frange diminue progressivement à mesure que l'on s'éloigne du centre de l'entrefer. Toutefois, cette perte de précision reste marginale, car les contributions du champ aux extrémités influencent peu le comportement global du système.

La figure 3.15 illustre la distribution complète du champ B_z au centre de l'entrefer après avoir pris en compte la symétrie du problème. À gauche, le champ obtenu avec le modèle MEC et, à droite, celui calculé avec le logiciel *Comsol Multiphysics*.

3.2.5. Calcul de la force de lévitation en statique

Deux approches distinctes sont mises en œuvre pour calculer la force de lévitation à partir de l'expression (3.3). Les résultats obtenus par ces deux méthodes sont confrontés

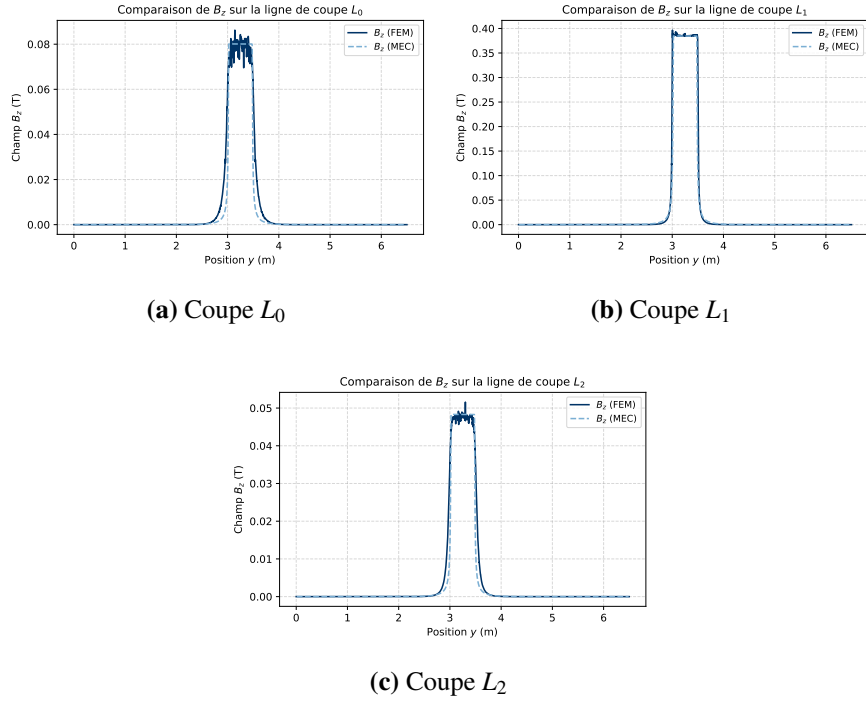


Figure 3.14: Comparaison de la distribution longitudinale du champ magnétique B_z calculé au centre de l'entrefer entre le modèle MEC et le logiciel *Comsol Multiphysics*.

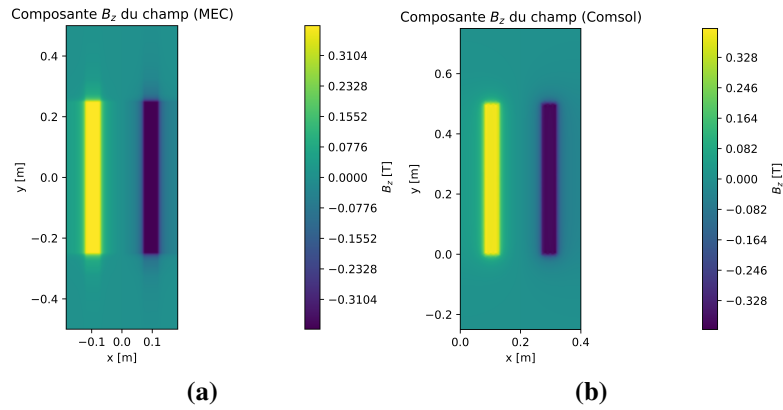


Figure 3.15: Distribution du champ B_z au centre de l'entrefer pour une simulation (a) MEC et (b) *Comsol Multiphysics*.

aux résultats issus du modèle par éléments finis sous *Comsol Multiphysics* [23] :

- **Méthode 1** : consiste à intégrer le tenseur des contraintes de Maxwell le long

Tableau 3.6: Comparaison du calcul de la force entre le modèle statique et *Comsol Multiphysics*.

	<i>Comsol</i>	Méthode 1	Méthode 2
F_z [N]	3320,1	3291,26	3466,75
Erreur [%]	0	0,86	5,06

d'une ligne située au centre de l'entrefer, en utilisant le champ magnétique fourni par le modèle **MEC**, puis à multiplier le résultat par la longueur du module. Toutefois, cette approche ne prend pas en compte les effets de franges dans la direction longitudinale :

$$F_z = \frac{L_{mag}}{\mu_0} \int_{\mathcal{L}} (B_{z1}^2 - B_{x1}^2) dx.$$

- **Méthode 2** : consiste à intégrer la distribution du champ⁴ B_z complet d'entrefer sur le plan horizontal Π passant au centre de l'entrefer :

$$F_z = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\Pi} B_{z1}^2 dS.$$

La comparaison des deux méthodes est réalisée sur la même géométrie que celle utilisée pour la validation de la distribution longitudinale du champ (voir tableau 3.5). La saturation n'est pas prise en compte. Dans *Comsol Multiphysics*, un plan très finement maillé (*Extremely fine*) est défini au centre de l'entrefer sur l'ensemble du plan (x, y) . En utilisant le module d'intégration surfacique proposé par le logiciel, on évalue l'intégrale suivante :

$$F_z^{Comsol} = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\Pi_{Comsol}} (B_{z1}^2 - B_{x1}^2 - B_{y1}^2) dS. \quad (3.14)$$

Le tableau 3.6 présente les résultats numériques obtenus ainsi que l'erreur relative calculée par rapport à la référence issue de *Comsol Multiphysics*. On observe que la **méthode 1** atteint une précision largement satisfaisante, justifiant ainsi son utilisation privilégiée pour l'évaluation des performances de la suspension, tandis que la **méthode 2** entraîne une erreur d'environ 5% par rapport au modèle par éléments finis.

3.3. Modèle dynamique

Le modèle utilisé pour analyser l'influence des courants de Foucault sur le champ magnétique d'entrefer repose sur une formulation dite de *Maxwell-Fourier* (**MF**). Développé

⁴Seul le champ B_z est utilisé car il est le seul à avoir été reconstruit de manière fidèle.

initialement par Louis Beauloye, chercheur à l'Université catholique de Louvain (UCL), ce modèle vise à quantifier la modification du champ magnétique induit par les courants de Foucault générés dans la plaque de réaction lors du mouvement. Il fournit ainsi une estimation du champ magnétique corrigé en fonction des propriétés électriques et magnétiques du matériau de la plaque ainsi que des dimensions géométriques et de la vitesse de déplacement du système.

Les hypothèses suivantes sont prises en compte dans la résolution du modèle :

- les équations sont établies en régime quasi-stationnaire : les courants de déplacement sont négligés et seuls les courants de Foucault sont considérés,
- les parties ferromagnétiques sont isotropes ($\mu_{r,x} = \mu_{r,z}$),
- la perméabilité relative μ_r des matériaux ferromagnétiques est constante (la saturation magnétique est négligée),
- la conductivité électrique des parties conductrices est uniforme et constante,
- la plaque de réaction est considérée comme infinie dans les directions $\hat{e}_x$ et $\hat{e}_y$.

Le modèle prend en compte toutes les composantes du champ magnétique $\mathbf{B}$ au centre de l'entrefer. Cependant, seule la composante verticale B_z est reproduite de manière fiable par le modèle statique précédemment introduit. Cette composante étant prédominante par rapport aux autres, l'impact de cette limitation devrait être négligeable. Cette distribution B_z est tout d'abord interpolée sur une grille régulière de taille $(N_x \times N_y)$ puis injectée dans le modèle **MF**.

3.3.1. Calcul de la force de lévitation et de traînée magnétique en dynamique

La force de lévitation en régime dynamique est calculée à l'aide de l'expression (3.3). En effet, le modèle dynamique calcule la distribution complète du champ magnétique d'entrefer. La force de traînée magnétique est évaluée à partir de l'expression (3.4) :

$$F_y = \frac{1}{\mu_0} \int_{\partial\Omega_1} B_{y1} B_{z1} dS_1.$$

Validation

La procédure de validation du modèle *Maxwell-Fourier* présente certaines particularités en raison des phénomènes physiques mis en jeu. En effet, lorsqu'un champ magnétique

variable interagit avec un conducteur, des courants induits apparaissent principalement à proximité de la surface du matériau. Ce phénomène, connu sous le nom d'*effet de peau*, se traduit par une concentration des courants dans une couche très mince appelée épaisseur de peau. Cette épaisseur diminue lorsque la fréquence des variations du champ augmente, ce qui revient, dans ce cas-ci, à une augmentation de la vitesse relative entre la plaque de réaction et le module de suspension. Elle diminue également lorsque la perméabilité magnétique relative du matériau conducteur augmente. Par conséquent, pour des matériaux ferromagnétiques comme celui utilisé ici, cet effet devient particulièrement prononcé et complique fortement la simulation. La modélisation précise de l'*effet de peau* par éléments finis requiert un maillage extrêmement fin, dont la taille des éléments doit être inférieure ou égale à l'épaisseur de peau. Or, cette contrainte conduit à un nombre d'éléments trop important et rend la simulation inutilisable pour des configurations réalistes. Pour contourner cette difficulté et pouvoir néanmoins comparer le modèle *Maxwell-Fourier* à une solution de référence par éléments finis, on adopte la stratégie de simplification suivante : l'ensemble des dimensions géométriques du modèle sont réduites d'un facteur 100, de manière à rendre les épaisseurs caractéristiques plus facilement résolubles par un maillage raisonnable. De plus, la perméabilité magnétique relative du matériau de la plaque a été volontairement réduite à $\mu_r = 10$. Cette valeur, bien inférieure à celle du fer réel, permet de conserver un comportement magnétique représentatif tout en atténuant l'*effet de peau*. L'ensemble de ces hypothèses réduit considérablement les contraintes de maillage pour valider le modèle proposé.

Tableau 3.7: Dimensions de la suspension pour la validation du modèle *Maxwell-Fourier*.

Paramètre	Expression	Valeur	Unité
Largeur de la plaque de réaction	l_p	11	mm
Hauteur de la plaque de réaction	h_p	0,28	mm
Epaisseur de la branche de l'électroaimant	e_{branch}	0,28	mm
Epaisseur de la base de l'électroaimant	e_{base}	0,58	mm
Largeur de l'électroaimant	l_{core}	2,2	mm
Hauteur de l'électroaimant	h_{core}	1,36	mm
Largeur du bobinage	l_{coil}	1,64	mm
Hauteur du bobinage	h_{coil}	0,78	mm
Largeur des extensions de branche	l_f	0	mm
Hauteur des extensions de branche	h_f	0	mm
Largeur d'entrefer	e_{gap}	0,09	mm
Longueur du module	L_{mag}	1	mm
Longueur de la plaque de réaction	L_p	5	mm
Intensité de courant dans le bobinage	I	1	A
Nombre de spires du bobinage	N_{spire}	10	-
Perméabilité magnétique relative du fer	μ_r	10	-
Conductivité électrique du fer	σ	$1,12 \cdot 10^7$	S/m

Pour évaluer le modèle *Maxwell-Fourier*, le champ magnétique issu du modèle numérique

est extrait au centre de l'entrefer sur un plan extrêmement finement maillé, puis introduit dans le modèle **MF** avec les dimensions appropriées reprises dans le tableau 3.7. L'hypothèse de base considérant que la plaque de réaction est infinie selon les directions $\hat{e}_x$ et $\hat{e}_y$, celle-ci doit être modélisée avec des dimensions suffisamment importantes. Par conséquent, la largeur et la longueur de la plaque sont fixées à cinq fois celles du module électromagnétique. La figure 3.16 illustre la géométrie modélisée dans *Comsol Multiphysics*.

Deux approches sont envisagées pour l'injection du champ magnétique dans le modèle **MF** :

1. **Méthode 1** : consiste à injecter l'ensemble des composantes du champ magnétique $\vec{B}$, c'est-à-dire B_x , B_y et B_z . Cette méthode est représentée par la courbe en ligne bleue discontinue de la figure 3.17(a).
2. **Méthode 2** : consiste à n'utiliser que la composante verticale B_z du champ magnétique, illustrée par la ligne verte en pointillés sur la figure 3.17(a). Cette approche est justifiée par le fait que le modèle statique fournit uniquement une estimation fiable de B_z .

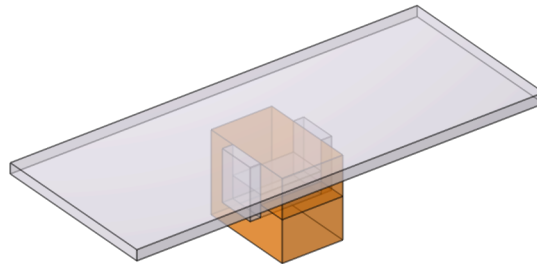


Figure 3.16: Géométrie implémentée dans *Comsol Multiphysics* pour la validation du modèle *Maxwell-Fourier*.

La validation s'appuie sur les résultats de référence obtenus avec *Comsol Multiphysics*. La simulation couvre une plage de vitesses de 0 m/s à 200 m/s, cette dernière valeur constituant la limite au-delà de laquelle la résolution numérique par éléments finis cesse de converger.

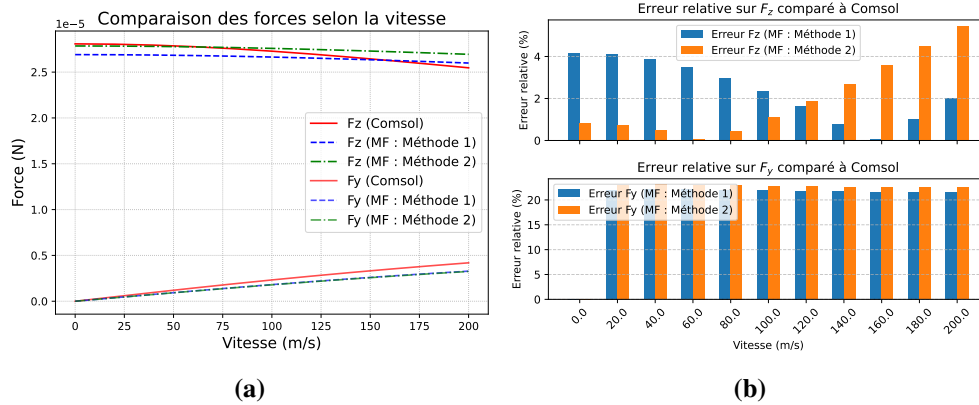


Figure 3.17: (a) Evolution des forces de lévitation et de traînée magnétique en fonction de la vitesse, (b) erreur relative commise entre la référence issue de *Comsol Multiphysics* et les 2 méthodes proposées.

Les figures 3.17(a) et (b) présentent les erreurs relatives associées à chacune des approches, illustrant l'impact de la prise en compte complète ou partielle du champ magnétique sur la précision du modèle. Concernant la force de lévitation, on observe que l'erreur relative associée à la **Méthode 2** augmente avec la vitesse. Cependant, cette erreur reste acceptable au regard des conditions de validation. Ces hypothèses simplificatrices laissent supposer qu'une valeur de perméabilité magnétique plus réaliste conduirait à une meilleure concordance avec les résultats de référence.

Concernant la force de traînée magnétique, l'erreur relative reste globalement stable, indépendamment de la méthode utilisée. Cette erreur demeure toutefois élevée et ne peut être jugée satisfaisante. Comme mentionné précédemment, cette surestimation est probablement liée à la réduction de la perméabilité magnétique relative et pourrait être atténuée en utilisant une valeur plus proche de celle du matériau réel.

Chapitre 4

Résultats et Discussions

Dans ce chapitre, on présente et analyse les résultats relatifs au modèle développé dans le cadre de cette étude. Dans un premier temps, les performances de calcul et de précision de ce modèle sont évaluées. Dans un second temps, les résultats d'optimisation paramétrique des suspensions **EMS** et **EDS** sont présentés et analysés.

4.1. Evaluation de la précision et des performances numériques du modèle de la suspension EMS

Afin d'évaluer les performances numériques et la précision du modèle complet de la suspension **EMS** présenté dans la section 2.5, plusieurs analyses sont menées :

- **Influence des dimensions du domaine sur le modèle statique** : on analyse l'impact des dimensions du domaine de calcul entourant le système sur la précision du modèle statique incluant les effets de saturation magnétique (voir figure 2.4, cellule (5)).
- **Influence du maillage sur le modèle statique** : on étudie l'effet de la densité du maillage sur la précision des résultats et le temps de calcul numérique, en comparant des maillages grossiers et fins pour le modèle statique complet¹.
- **Influence de la saturation magnétique sur la convergence du modèle statique** : on examine l'impact des effets de saturation sur la convergence du modèle

¹Le modèle statique complet correspond à l'entièreté du cadre gris intitulé "Modèle Statique" de la figure 2.4.

statique complet et on compare les résultats à ceux d'une simulation numérique prenant en compte ces phénomènes de saturation.

- **Influence de l'interpolation sur le modèle dynamique** : on étudie l'influence de l'interpolation de la distribution verticale (B_z) du champ magnétique d'entrefer sur le modèle dynamique.

Ces analyses sont menées sur une géométrie de référence dont les paramètres sont repris dans le tableau 4.1. Il convient de souligner que l'entrefer de 15mm lié au projet *Hyperloop Hardt*, tel que discuté dans la section 2.3, est désormais appliqué, ainsi qu'une longueur de module de 12m. La largeur de la plaque de réaction est fixée à cinq fois celle du module électromagnétique comme discuté dans la section 3.3. Le matériau ferromagnétique retenu est le fer doux de type *1020 Steel*, identique à celui utilisé dans la section 3.2.3 pour la validation du modèle statique avec prise en compte de la saturation.

Tableau 4.1: Dimensions de la suspension pour l'évaluation du modèle MEC.

Paramètre	Expression	Valeur	Unité
Largeur de la plaque de réaction	l_p	1100	mm
Hauteur de la plaque de réaction	h_p	28	mm
Epaisseur de la branche de l'électroaimant	e_{branch}	28	mm
Epaisseur de la base de l'électroaimant	e_{base}	58	mm
Largeur de l'électroaimant	l_{core}	220	mm
Hauteur de l'électroaimant	h_{core}	136	mm
Largeur du bobinage	l_{coil}	164	mm
Hauteur du bobinage	h_{coil}	68	mm
Largeur des extensions de branche	l_f	10	mm
Hauteur des extensions de branche	h_f	10	mm
Largeur d'entrefer	e_{gap}	15	mm
Longueur de l'électroaimant	L_{mag}	12	m
Longueur de la plaque de réaction	L_p	18	m

4.1.1. Influence des dimensions du domaine sur le modèle

L'analyse de l'influence de la taille du domaine numérique vise à représenter de manière aussi fidèle que possible les flux de fuite autour du système. Ces flux étant particulièrement importants pour l'évaluation des performances, le modèle MEC a été développé de manière à les prendre en compte. En effet, plus la saturation du fer est importante, plus sa perméabilité magnétique relative diminue et plus les flux de fuites deviennent significatifs. Le matériau ferromagnétique éprouve alors davantage de difficultés à canaliser les flux magnétiques. L'objectif du modèle étant d'évaluer le comportement d'un grand

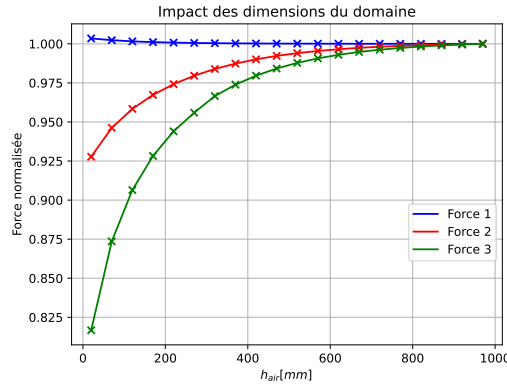


Figure 4.1: Impact des dimensions sur le calcul de la force en fonction du niveau de saturation.

nombre de géométries dans le cadre d'une optimisation paramétrique, il est essentiel qu'il puisse capturer de manière fiable les performances d'un fer fortement saturé.

Résultats

La figure 4.1 présente l'évolution de la force calculée par le modèle statique incluant les effets de saturation magnétique en fonction de la largeur d'air h_{air} (voir figure 3.3 (b)) ajoutée au-dessus et au-dessous du système pour les trois niveaux de saturation suivants :

$$\begin{aligned} I = 20 \text{ A}, & \implies B_{\text{max}} = 0,74 \text{ T} \\ I = 70 \text{ A}, & \implies B_{\text{max}} = 1,96 \text{ T} \\ I = 120 \text{ A}, & \implies B_{\text{max}} = 2,26 \text{ T} \end{aligned}$$

Pour chaque niveau de saturation, les valeurs de force sont normalisées par rapport à celle obtenue avec la largeur d'air maximale. Cela permet ainsi de quantifier l'impact relatif de la taille du domaine sur la précision des calculs.

Discussions

Comme attendu, on observe une forte dégradation de l'évaluation de la force statique lorsque la largeur d'air h_{air} est faible. Cette dégradation atteint plus de 17,5 % pour le niveau de saturation le plus élevé dans le cadre de cette évaluation, ce qui constitue une erreur incompatible avec les exigences de précision. En revanche, pour un niveau de saturation faible, l'impact de la largeur d'air h_{air} demeure quasi négligeable. Afin d'analyser toutes les suspensions dans des conditions équitables, une largeur

$h_{\text{air}} = 400$ mm est retenue, présentant une erreur inférieure à 2,5 % pour le niveau de saturation le plus élevé.

4.1.2. Influence du maillage sur le modèle

Résultats

Le tableau 4.2 présente la précision ainsi que le temps de calcul du modèle statique complet pour différents niveaux de finesse de maillage. Une comparaison directe avec une simulation numérique par éléments finis n'est toutefois pas possible en raison de la nature itérative du processus développé. En effet, le modèle proposé commence par estimer le courant à injecter dans le bobinage pour supporter un quart du poids du véhicule évalué à 92,9kN, sur la base du modèle MEC sans prise en compte de la saturation. Cette valeur de courant et la force associée sont ensuite ajustées en intégrant les effets de saturation magnétique, ce qui modifie directement le résultat final. Une simulation numérique par éléments finis ne permet pas de reproduire fidèlement cette approche itérative.

Tableau 4.2: Influence du raffinement du maillage sur la précision et le temps de calcul du modèle statique.

Cas	Dimensions ($m \times p$)	$F_{z,\text{stat}}^0$ [N]	I_{stat} [A]	$F_{z,\text{stat}}$ [N]	Temps [s]
1	647×670	79,96	33,45	93136,71	189,42
2	287×175	79,96	33,45	93136,59	8,49
3	267×147	79,97	33,45	93136,19	6,99
4	259×138	80,00	33,44	93135,40	5,87
5	257×133	79,99	33,44	93134,01	5,56
6	176×139	79,86	33,47	93141,07	3,93
7	156×87	79,75	33,53	93156,21	1,65
8	90×79	79,67	33,49	93147,50	0,95
9	90×55	79,55	33,55	93161,99	0,58

L'évaluation de la précision s'effectue donc par comparaison de l'erreur commise par rapport à une simulation de référence². Dans un premier temps, l'erreur relative est évaluée entre la force issue de la simulation numérique de référence :

$$F_{z,\text{stat}} = 79,72\text{N}$$

²Cette simulation de référence a été réalisée avec le logiciel *FEMM* [19], en utilisant le module d'intégration du tenseur des contraintes de Maxwell sur une ligne d'intégration située au centre de l'entrefer. La valeur numérique ainsi obtenue est ensuite multipliée par la longueur du module électromagnétique considéré afin d'estimer avec précision la force de lévitation totale produite par cette configuration.

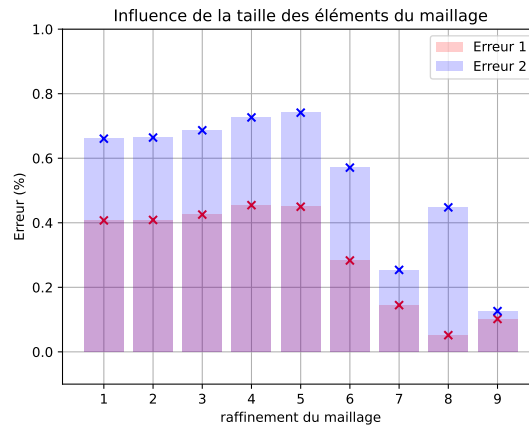


Figure 4.2: Erreurs relatives du calcul des forces entre le modèle statique et le modèle éléments finis.

et l'estimation initiale obtenue par le modèle **MEC** sans prise en compte de la saturation magnétique, pour un courant de 1A. Ensuite, sur la base du courant final calculé par le modèle, on compare la force obtenue grâce au modèle statique à celle calculée par éléments finis en injectant le même courant et en tenant compte des effets de saturation. Ces résultats sont présentés dans la figure 4.2. L'*erreur 1* représente l'erreur relative entre $F_{z,stat}^0$ et la simulation numérique, alors que l'*erreur 2* se réfère à l'erreur relative entre $F_{z,stat}$ et la simulation numérique.

Discussions

On observe que la force finale calculée par le modèle statique compense quasi parfaitement le poids, ce qui valide la pertinence de l'approche. Les valeurs calculées se montrent également relativement stables, même en rendant le maillage de plus en plus grossier, ce qui témoigne de la robustesse du modèle. Le cas n° 9 se distingue par d'excellentes performances, combinant une très bonne précision avec un temps d'exécution nettement inférieur à celui obtenu pour le maillage le plus fin. On remarque par ailleurs que certains maillages grossiers affichent une erreur relative plus faible que d'autres configurations plus raffinées. Toutefois, en l'absence d'une étude de convergence appliquée également à la simulation numérique de référence, il n'est pas possible d'en tirer une conclusion définitive. Dans l'ensemble, l'erreur reste extrêmement faible, ce qui confirme que le modèle conserve une excellente précision même avec le maillage le plus grossier.

4.1.3. Influence de la saturation sur la convergence du modèle

Résultats

Le modèle statique complet, fondé sur un processus itératif, réévalue la force à chaque étape en tenant compte des effets de saturation. L'itération se poursuit jusqu'à ce que la force obtenue converge vers la valeur nécessaire pour compenser le poids supporté par le module électromagnétique, ce qui impose de recalculer le courant à chaque étape. Pour analyser ce comportement, la saturation est progressivement augmentée, sans modification de la géométrie, en augmentant la masse du véhicule. Les résultats correspondants, présentés dans le tableau 4.3, proviennent du modèle statique utilisé dans l'algorithme d'évaluation pour différentes masses. Deux courants sont distingués : I_{stat}^0 , première estimation sans prise en compte de la saturation, et I_{stat}^n , courant final obtenu après convergence avec saturation. Le tableau indique également le poids W à supporter, les forces de lévitation prédites par le modèle MEC ($F_{z,\text{stat}}^{\text{MEC}}$) et par le modèle numérique ($F_{z,\text{stat}}^{\text{FEM}}$), l'erreur relative entre ces deux valeurs, le nombre d'itérations n nécessaires pour atteindre la convergence ainsi que le champ magnétique maximal dans le fer B_{max} . Ces résultats permettent d'évaluer l'influence de la saturation sur la précision du modèle et sur la rapidité de convergence.

Tableau 4.3: Comparaison des résultats du modèle statique et du modèle éléments finis.

n	I_{stat}^0 [A]	I_{stat}^n [A]	W [kN]	$F_{z,\text{stat}}^{\text{MEC}}$ [kN]	$F_{z,\text{stat}}^{\text{FEM}}$ [kN]	Erreur [%]	B_{max} [T]
2	34,15	33,49	92,90	93,14	92,41	0,79	1,99
2	42,79	43,54	145,87	144,93	143,78	0,80	2,33
5	49,97	55,56	198,84	197,84	197,56	0,14	2,48
8	56,23	73,02	251,82	250,08	253,46	1,34	2,55
11	61,86	99,10	304,80	302,17	304,72	0,84	2,62
14	67,02	136,45	357,77	354,56	349,84	1,33	2,66
17	71,81	198,10	410,74	406,89	396,17	2,63	2,69
21	76,20	269,64	463,71	459,45	441,55	3,90	2,71

Discussions

On constate que le nombre d'itérations nécessaires avant convergence est nettement plus élevé pour les configurations fortement saturées, ce qui se traduit par un temps de calcul plus important. Ces solutions, très probablement non optimales, sont toutefois rapidement écartées lors du processus d'optimisation, limitant ainsi l'impact de ce ralentissement. L'analyse montre également que l'erreur entre le modèle MEC et la simulation numérique tend à croître avec la saturation, ce qui pourrait s'expliquer par la nécessité d'étendre la taille du domaine idéal évalué précédemment. Néanmoins, cette erreur demeure acceptable au regard des objectifs d'optimisation. Par ailleurs, l'écart entre

la première estimation du courant $\mathbf{I}_{\text{stat}}^0$ et le courant final convergé $\mathbf{I}_{\text{stat}}^n$ augmente avec la saturation, ce qui suggère qu'une meilleure estimation initiale, éventuellement associée à un facteur de relaxation, permettrait d'accélérer la convergence vers une valeur adaptée.

4.1.4. Influence de l'interpolation sur le modèle dynamique

Résultats

Comme mentionné dans la section 3.3, la distribution verticale du champ magnétique calculé par le modèle statique (B_z) est interpolée sur une grille réduite de dimension $N_x \times N_y$. Pour évaluer la qualité de cette interpolation, on calcule la grandeur :

$$\frac{1}{2\mu_0} \int_S B_z^2 dS$$

à partir du champ initial (avant interpolation) et du champ interpolé, puis on compare les deux résultats. Cette grandeur constitue une estimation grossière de la force de lévitation en négligeant les composantes B_x et B_y du champ magnétique d'entrefer. La figure 4.3(a) présente, pour différents niveaux de raffinement de la grille d'interpolation (allant de $N_x = N_y = 10$ à 200), l'erreur relative obtenue ainsi que le temps de calcul associé dans le modèle dynamique. Pour cela, comme indiqué dans l'étude de Louis Beauloye et Bruno Dehez [24], le nombre minimal d'harmoniques à considérer pour garantir la précision dans les directions $\hat{e}_y$ et $\hat{e}_x$ est respectivement donné par :

$$N \geq \frac{L_y}{\Delta y}, \quad M \geq \frac{L_x}{2 \cdot \Delta x}$$

où Δx et Δy représentent respectivement le pas spatial dans les directions x et y sur la grille d'interpolation.

Les figures 4.3(b) à (d) représentent respectivement : (b) la distribution du champ magnétique calculée à partir du modèle statique, (c) le champ interpolé sur une grille régulière de dimensions $N_x = N_y = 100$, et (d) le champ reconstruit par le modèle *Maxwell-Fourier* pour une vitesse de 700 km/h, avec $N = 44$ et $M = 90$.

Discussions

Bien que le modèle dynamique exige un temps de calcul important pour atteindre une précision satisfaisante, cela n'a pas empêché l'utilisation efficace du logiciel d'optimisation

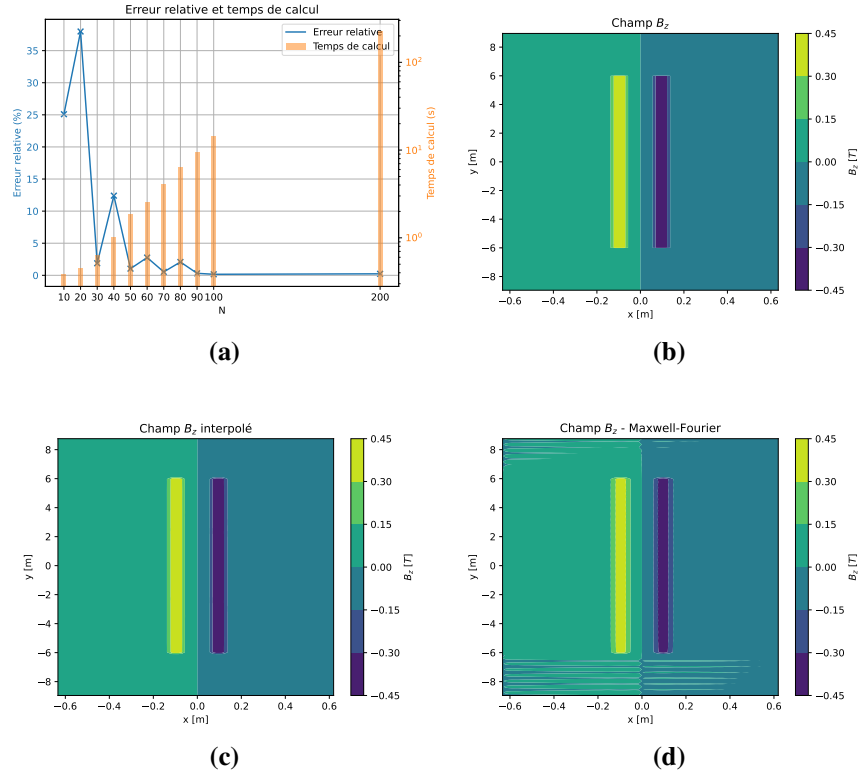


Figure 4.3: (a) Erreur relative entre la force simplifiée calculée par le modèle MEC et celle obtenue à partir du champ interpolé, (b) distribution du champ B_z issue du modèle MEC, (c) champ B_z obtenu par interpolation, (d) champ B_z calculé avec le modèle MF à 700 km/h.

Optimeed. L'interpolation du champ magnétique calculé par le modèle statique, ainsi que sa reconstruction via la méthode *Maxwell-Fourier*, s'effectue avec une bonne fidélité. Ce constat renforce la confiance dans la fiabilité du modèle, puisque le calcul de la force repose exclusivement sur la réévaluation du champ magnétique d'entrefer effectuée par le modèle dynamique.

4.2. Analyse des suspensions optimisées

Les optimisations sont effectuées sur la base des paramètres présentés dans le tableau 2.2 pour la suspension **EMS** et dans le tableau 2.3 pour la suspension **EDS**. A ces paramètres d'optimisation s'ajoutent des paramètres fixes, tels que le matériau ferromagnétique et ses propriétés, ainsi que les caractéristiques des aimants permanents, présentés dans le tableau 4.4. L'objectif n'est pas d'optimiser ces propriétés matérielles, mais bien de réaliser une optimisation paramétrique de la suspension, ce qui permet, le cas échéant,

de modifier ultérieurement le matériau ou d'autres paramètres fixes sans devoir recommencer toute l'optimisation. Pour la suspension **EMS**, le matériau ferromagnétique utilisé est un acier de type *1020 steel*, dont la perméabilité magnétique relative suit une caractéristique **B-H** présentée dans l'annexe B.1. La valeur indiquée dans le tableau 4.4 est employée pour la résolution sans prise en compte de la saturation, comme expliqué dans la section 3.2.2.

Tableau 4.4: Paramètres des systèmes **EMS** et **EDS**.

Type	Paramètre	Expression	Valeur	Unité
EMS	perméabilité magnétique des parties ferromagnétiques	μ_r	760	-
EMS	conductivité électrique des parties ferromagnétiques	σ	$1,12 \cdot 10^7$	S/m
EMS	résistivité électrique du bobinage	ρ_{fil}	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Ω/m
EMS	densité des parties ferromagnétiques	ρ_{fer}	7865	kg/m^3
EMS	densité du bobinage	$\rho_{bobinage}$	8950	kg/m^3
EDS	rémanence des aimants permanents	B_r	1,4	T
EDS	conductivité électrique de la plaque de réaction	σ	$3,5 \cdot 10^7$	S/m
EDS	perméabilité magnétique de la plaque de réaction	μ_r	1	-
EDS	densité des aimants permanents	ρ_{PM}	7500	kg/m^3

4.2.1. Comparaison des performances à grande vitesse

Résultats

La figure 4.4 illustre la convergence de l'algorithme d'optimisation génétique pour les suspensions **EMS** et **EDS**, dont les durées respectives d'exécution ont été de 4 et 6 heures. L'algorithme montre une bonne convergence dans les deux cas. Les paramètres optimisés sont présentés dans le tableau 4.5 pour la suspension **EMS** à gauche et **EDS** à droite. Ceux-ci se réfèrent aux paramètres introduits dans la section 2.5.

Tableau 4.5: Dimensions des suspensions **EMS** et **EDS** optimisées.

EMS

Expression	Valeur	Unité
l_{core}	92,65	mm
h_{core}	113,13	mm
h_p	53,89	mm
e_{branch}	26,73	mm
l_{coil}	39,2	mm
h_{coil}	73,64	mm
h_f	8,62	mm
l_f	11,2	mm
e_{base}	30,86	mm

EDS

Expression	Valeur	Unité
w_m	115,19	mm
t_m	77,11	mm
τ	5,74	m
p	2	-
l_m	11,47	m

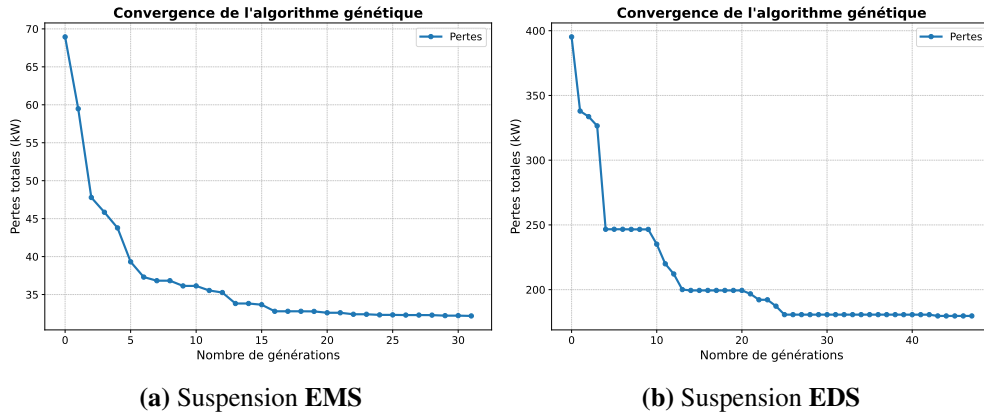


Figure 4.4: Convergence de l'algorithme d'optimisation génétique pour les suspensions **EMS** et **EDS**.

Les performances des suspensions optimisées sont présentées dans le tableau 4.6. Celles-ci reflètent les caractéristiques globales des quatre suspensions considérées. A 700 km/h, la suspension **EMS** subit une perte de 12,8% de sa force de lévitation. La force de traînée magnétique associée est près de neuf fois moindre que celle du véhicule équipé de suspensions **EDS**. Par ailleurs, la suspension **EDS** consomme environ cinq fois plus d'énergie que la suspension **EMS**.

Tableau 4.6: Performances des véhicules équipés des suspensions **EMS** et **EDS** optimisées à 700 km/h.

	$F_{y,dyn}$ (N)	$F_{z,dyn}$ (kN)	$F_{z,stat}$ (kN)	W_{susp} (kN)	P_J (kW)	P_{lr} (kW)	P_{tot} (kW)	$F_{z,dyn}/F_{y,dyn}$
EMS	419,28	229,76	263,48	264,0	60,0	81,52	141,52	548
EDS	3696,6	242,64	0,00	241,88	0,00	718,8	718,8	65,64

Discussions

On constate que les dimensions globales des modules **EMS** et **EDS** sont très proches, tant en largeur qu'en longueur. La largeur totale du module **EMS**, incluant ses extensions, est de 115,05 mm, ce qui correspond quasiment à celle des aimants permanents constituant la suspension **EDS**. Seule la suspension **EMS** est représentée à la figure 4.5(a), en raison de la complexité de sa géométrie. A titre de comparaison, la figure 4.5(b) montre une configuration inspirée du Maglev Changsha [20].

L'optimisation conduit à une réduction notable de la largeur du module et à une plaque de réaction près de deux fois plus épaisse par rapport à la suspension de la figure 4.5(b). Ces résultats présentent une cohérence partielle avec l'étude de Yamamura S. et Ito T. [25], publiée en 1975. Dans cette étude, les auteurs développent une analyse

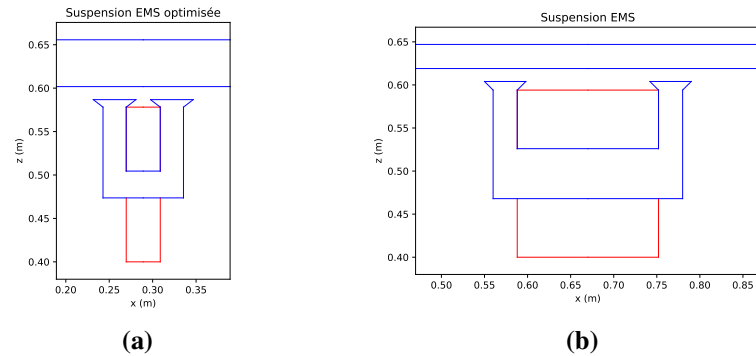


Figure 4.5: Géométrie de la suspension **EMS** (a) optimisée et (b) de référence.

théorique du champ magnétique dans l'entrefer d'un système de lévitation électromagnétique **EMS** en tenant compte des effets des courants de Foucault. Ils proposent des formulations analytiques permettant de calculer les forces de lévitation et de traînée magnétique en fonction de la vitesse et des paramètres géométriques du système. Ils soulignent notamment que la longueur des électroaimants doit être importante. Dans le cas contraire plusieurs électroaimants doivent être montés en partageant la même excitation électrique. Ils indiquent également que l'épaisseur de la plaque de réaction doit être réduite ou bien subdivisée en couches de 1 à 2 cm d'épaisseur. De plus, ils recommandent que la largeur de la plaque de réaction soit minimisée et que le rapport entre l'entrefer et la longueur de l'électroaimant demeure inférieur à 10^{-2} afin de limiter la traînée magnétique.

Sur la base de ces recommandations, il apparaît que le résultat obtenu, à savoir une plaque de réaction particulièrement épaisse, entre en contradiction avec les conclusions de Yamamura et Ito. En revanche, concernant la largeur, bien que la plaque de réaction reste conséquente pour permettre une utilisation du modèle dynamique, l'optimisation montre que la solution optimale est atteinte en réduisant la largeur du module électromagnétique. Cette configuration libère ainsi de l'espace, ouvrant la possibilité d'utiliser une plaque de réaction moins large tout en maintenant de bonnes performances. De plus, pour la suspension **EMS** optimisée, le rapport entre l'entrefer et la longueur de l'électroaimant est de $1,25 \cdot 10^{-3}$, soit une valeur nettement inférieure à la recommandation évoquée dans l'article mentionné précédemment. Les mêmes constatations peuvent être faites pour la suspension **EDS**.

On peut observer que, dans ces configurations, la suspension **EMS** présente un rapport sustentation/traînée magnétique ($F_{z,dyn}/F_{y,dyn}$) environ huit fois supérieur à celui de la suspension **EDS** à la vitesse nominale de 700 km/h. Cela traduit une efficacité bien supérieure du système **EMS**, capable de générer une sustentation importante pour une

résistance magnétique relativement faible, alors que le système **EDS**, dans ces conditions, produit beaucoup moins de sustentation par unité de traînée.

Afin d'améliorer davantage les performances du système **EMS**, il est envisageable d'y ajouter un système à aimants permanents, capable de supporter seul le poids du véhicule, comme le suggère l'article [20]. Dans ce cas, seul le courant de compensation serait requis pour maintenir la lévitation en dynamique, réduisant considérablement la consommation électrique de l'électroaimant. Le bobinage de la suspension **EMS** présente une résistance électrique de $12,9\Omega$ et est parcouru par un courant total de $34,1\text{ A}$. A cela, $32,1\text{ A}$ sont nécessaires pour assurer la lévitation en statique, tandis que seulement 2 A suffisent pour compenser la perte de lévitation à une vitesse de 700 km/h . Cette réduction se traduit par un gain de $42,25\%$ sur les pertes totales du système. Ainsi, un véhicule équipé de cette suspension **EMS** améliorée ne présenterait plus que $81,73\text{ kW}$ de pertes électromagnétiques.

On peut également comparer ces performances à celles de systèmes déjà existants. A cet effet, le tableau 4.7 présente les données disponibles concernant les performances du projet Hyperloop Hardt, introduit dans la section 2.3, ainsi que celles de la suspension³ de la figure 4.5(b). Les paramètres géométriques de cette dernière sont repris dans le tableau 4.1. Il est à noter qu'aucune information relative à la dégradation de la force de lévitation avec la vitesse n'est disponible pour le système *Hyperloop Hardt*. On observe que le système de suspension **EMS** optimisé est de loin le plus performant parmi tous les systèmes considérés. Il présente une consommation énergétique plus de deux fois inférieure à celle du système proposé dans le projet *Hyperloop Hardt* ainsi qu'un rapport sustentation/traînée magnétique 3.65 fois supérieur. Cette efficacité met en évidence la pertinence de l'approche d'optimisation adoptée, qui permet d'atteindre une configuration à la fois réaliste et énergétiquement avantageuse.

Tableau 4.7: Forces et puissances pour deux cas de suspension à 700 km/h .

	$F_{y,dyn}(\text{N})$	$F_{z,dyn}(\text{kN})$	$F_{z,stat}(\text{kN})$	$W_{susp}(\text{kN})$	$P_J(\text{kW})$	$P_{Tr}(\text{kW})$	$P_{tot}(\text{kW})$	$F_{z,dyn}/F_{y,dyn}$
Hardt	1650	-	-	245,25	-	320,8	-	150
EMS 1	2041,26	347,9	372,67	371,59	16,16	396,91	413,07	170,43

4.2.2. Evolution des performances en fonction de la vitesse

On regarde ici l'évolution des forces de traînée magnétique ainsi que des pertes liées de chacune des suspensions en fonction de la vitesse. On commence en mode statique et on évalue les suspensions **EDS** et **EMS** optimisées ainsi que la suspension **EMS 1** jusqu'à une vitesse de 1000 km/h .

³Les résultats pour la suspension illustrée en figure 4.5(b) ont été obtenus à partir du modèle complet de la suspension **EMS** présenté en figure 2.4.

Résultats

Les figures 4.6(a) et (b) illustrent respectivement l'évolution de la force de traînée magnétique en fonction de la vitesse pour un module de suspension (**EMS**, **EDS** et **EMS 1**) et les pertes énergétiques associées à cette traînée.

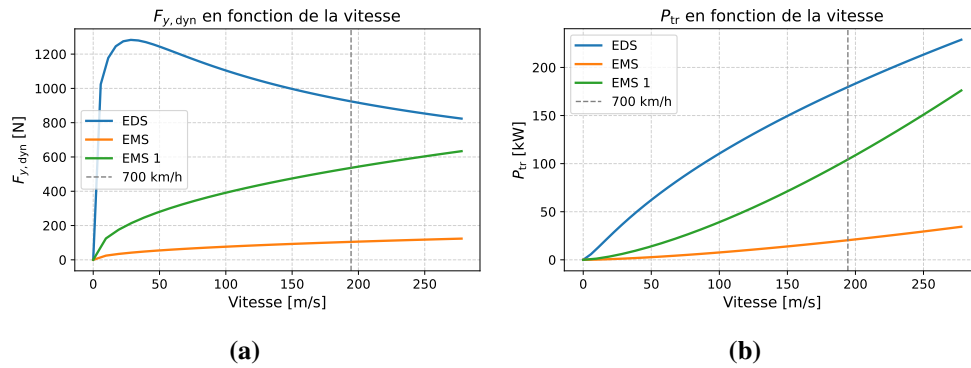


Figure 4.6: Evolution de (a) la force de traînée magnétique et des (b) pertes par traînée magnétique pour les suspensions optimisées **EMS** et **EDS** ainsi que la suspension **EMS 1**.

Les figures 4.7(a) et (b) illustrent l'évolution de la force de lévitation en fonction de la vitesse pour les différentes suspensions considérées. Les courbes en trait plein représentent la force de lévitation exprimée en kN, tandis que les pointillés verticaux et horizontaux indiquent respectivement la vitesse nominale de fonctionnement des systèmes et le poids du véhicule à supporter.

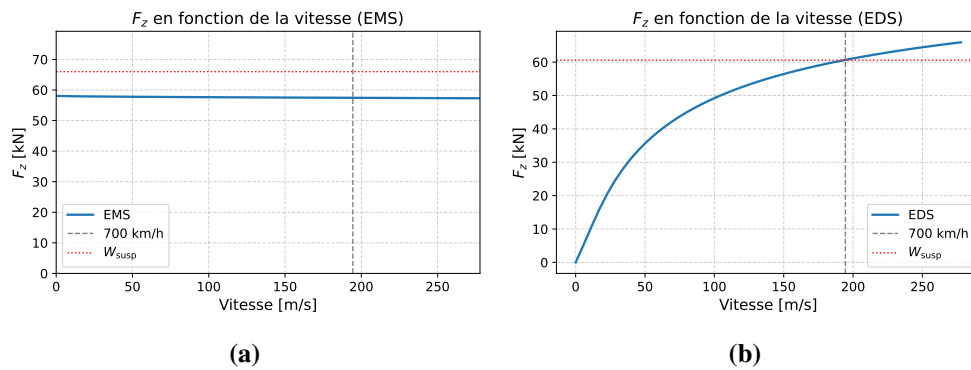


Figure 4.7: Evolution de la force de lévitation en fonction de la vitesse pour les suspensions optimisées (a) **EMS** et (b) **EDS**.

Discussions

On observe une évolution de la force de traînée magnétique conforme aux attentes. En effet, Seong-Hwi Kim *et al.* [12] étudient l'évolution de cette traînée sur une plage de vitesses allant jusqu'à 1200 km/h en fonction de la perméabilité magnétique relative de la plaque de réaction. Ils montrent que, pour une plaque de réaction à faible perméabilité relative ($\mu_r = 1$, cas de la suspension **EDS**), la force de traînée magnétique atteint un maximum à basse vitesse avant de décroître. À l'inverse, pour une perméabilité relative plus élevée ($\mu_r = 1000$, cas de la suspension **EMS**), la force de traînée croît de manière monotone avec la vitesse, ce qui est cohérent avec les résultats présentés dans la figure 4.6(a). Ces observations confirment les performances supérieures de la suspension **EMS** optimisée sur l'ensemble de la plage de vitesses considérée. Par ailleurs, l'augmentation des pertes par traînée magnétique (figure 4.6(b)) semble être significativement moins sensible à la vitesse dans le cas de la suspension **EMS**, en comparaison avec les deux autres configurations.

Cependant, on observe un écart significatif entre la force de lévitation calculée par le modèle dynamique à vitesse nulle et le poids réel que le module doit supporter. Cette erreur atteint environ 11.84%, ce qui suggère qu'une incertitude importante pourrait également affecter le calcul de la force de traînée magnétique. Dès lors, les résultats obtenus dans ces conditions pourraient ne pas être exploitables de manière fiable.

4.2.3. Optimisation complémentaire de la suspension EMS

Afin d'obtenir un résultat plus cohérent, une seconde optimisation est proposée pour la suspension **EMS**. Une fois le modèle statique évalué, une première simulation du modèle dynamique est réalisée à vitesse nulle. L'écart observé entre la force calculée par le modèle statique et celle obtenue via le modèle *Maxwell-Fourier* est alors utilisé comme facteur de correction, appliqué à la seconde évaluation du modèle dynamique à grande vitesse.

Résultats

La convergence du processus d'optimisation est illustrée à la figure 4.8. Les paramètres géométriques correspondant à la configuration optimale sont regroupés dans le tableau 4.8, tandis que les performances associées à cette configuration sont détaillées dans le tableau 4.9.

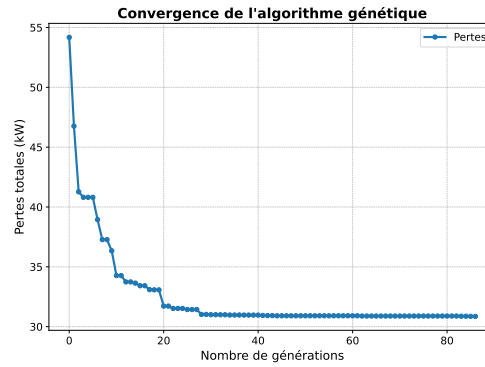


Figure 4.8: Convergence de l'algorithme d'optimisation génétique pour la suspension EMS tenant compte d'un facteur de correction.

Tableau 4.8: Dimensions de la seconde suspension EMS optimisée.

Expression	Valeur	Unité
l_{core}	95,44	mm
h_{core}	116,11	mm
h_p	51,1	mm
e_{branch}	25,66	mm
l_{coil}	44,12	mm
h_{coil}	76,05	mm
h_f	8,45	mm
l_f	11,04	mm
e_{base}	31,61	mm

Tableau 4.9: Performances du véhicule équipé de la seconde suspension EMS optimisées à 700 km/h.

	$F_{y,dyn}(N)$	$F_{z,dyn}(kN)$	$F_{z,stat}(kN)$	$W_{susp}(kN)$	$P_f(kW)$	$P_{tr}(kW)$	$P_{tot}(kW)$	$F_{z,dyn}/F_{y,dyn}$
EMS 2	492,99	259,94	266,06	268,54	41,5	95,84	137,36	527,27

Discussions

On observe que la baisse de la force de lévitation n'est plus que de 2,3%, ce qui correspond à une diminution relativement faible par rapport à l'optimisation initiale. Les dimensions obtenues sont par ailleurs pratiquement identiques à celles de la première suspension optimisée, ce qui tend à confirmer que la géométrie proposée constitue très probablement la configuration optimale, même en tenant compte du léger décalage dans le calcul de la force de lévitation fourni par le modèle dynamique. Ce constat met toutefois en lumière certaines limitations de l'approche retenue.

Les raisons de cet écart peuvent être multiples et mettent en avant les limitations de

la méthode proposée pour calculer les performances à grande vitesse de la suspension EMS :

- Uniquement la composante B_z du champ magnétique d'entrefer est injecté dans le modèle dynamique Maxwell-Fourier. Les composantes B_x et B_y ne pouvant pas être reproduite de manière fidèle sur base du modèle statique 2D, leur contribution dans le modèle dynamique est donc écartée.
- Une validation ne pouvant être complète peut également être à l'origine de cet écart important. En effet, la procédure de validation du modèle Maxwell-Fourier présente certaines particularités comme indiqué dans la section 3.3.

Chapitre 5

Perspectives

Ce chapitre décrit les perspectives que peut ouvrir le travail réalisé dans le cadre de ce mémoire. Dans un premier temps, on propose une série d'améliorations du modèle de la suspension **EMS**, en mettant en évidence ses principales limitations. Ensuite, on traite de la validation expérimentale par modèle réduit.

5.1. Modèle de la suspension EMS

Bien que les résultats obtenus pour les suspensions optimisées apparaissent globalement cohérents, certaines incertitudes subsistent quant aux valeurs numériques, suggérant ainsi des limitations au modèle développé dans le cadre de cette étude (section 2.5).

La première limitation réside dans le fait que seule la composante verticale du champ magnétique dans l'entrefer est injectée dans le modèle dynamique. Ce choix se justifie par la fiabilité accrue de son calcul et par son caractère prédominant dans le calcul de la force de lévitation. Toutefois, cette prédominance pourrait ne pas être vérifiée pour toutes les configurations. Il serait envisageable de développer un modèle statique tridimensionnel basé sur un modèle **MEC** 3D afin de prendre en compte l'ensemble des composantes, mais cela entraînerait un temps de calcul sensiblement plus élevé.

La seconde limitation tient au fait que le modèle dynamique ne prend pas en compte la saturation magnétique, contrairement au modèle statique. Pour une meilleure cohérence entre les deux approches, il serait pertinent de développer un modèle dynamique intégrant cet effet.

5.2. Validation expérimentale par modèle réduit

Dans la continuité de cette étude, on propose de mettre en place un banc d'essai expérimental afin de valider les performances et la fiabilité du modèle développé. Ce dispositif permettrait de reproduire les configurations de la suspension **EMS** optimisée et de mesurer directement les grandeurs physiques, telles que la force de lévitation et la force de traînée magnétique à une vitesse donnée.

Chapitre 6

Conclusion

Cette étude a permis de confirmer l'absence d'analyses comparatives approfondies entre les systèmes de sustentation **EMS** et **EDS** concernant leurs performances énergétiques lors de déplacements à grande vitesse. L'objectif de ce mémoire était de créer un cadre méthodologique permettant cette comparaison. Pour cela on a développé un modèle complet en vue d'évaluer les performances de la suspension **EMS**.

Une comparaison suivant une approche d'optimisation a été mise au point. Elle intègre une sélection de géométries de suspension ainsi qu'une identification précise des pertes énergétiques affectant les performances de ces systèmes. Cette méthodologie garantit une évaluation équitable et objective des différentes technologies étudiées.

Le développement et la validation d'un modèle semi-analytique dédié à l'analyse des performances statiques des suspensions **EMS** constituent l'une des contributions principales de ce travail. Ce modèle, conçu pour être intégré dans l'environnement d'optimisation *Optimeed*, permet une évaluation complète des performances tout en proposant un temps de calcul réduit. Sa fiabilité a été démontrée par confrontation avec les résultats issus des logiciels numériques *FEMM* et *Comsol Multiphysics*, accompagnée d'une analyse détaillée des performances numériques et de la précision obtenue.

L'analyse comparative des résultats entre la suspension **EMS** optimisée grâce au modèle développé et la suspension **EDS** optimisée par des modèles semi-analytiques existants montre l'avantage énergétique de la suspension **EMS**. Ces performances dépassent non seulement celles de la suspension **EDS**, mais également celles de la solution initialement proposée par le projet *Hyperloop Hardt*. L'évolution de ces performances en fonction de la vitesse pour la suspension **EMS**, bien que nécessitant une validation expérimentale plus poussée, s'avère cohérente avec les attentes théoriques et confirme la pertinence de cette technologie pour les applications de transport à très grande vitesse.

Ce travail a également permis d'ouvrir la voie à d'autres perspectives de recherche, en particulier la mise en œuvre d'un modèle réduit permettant une validation expérimentale de l'approche de modélisation proposée dans ce mémoire.

Annexe A

A.1. Formulation mathématique des matrices χ_x et χ_z

1. Matrice χ_x

Soit $N_{\psi_x} = p, N_{\psi_z} = m - 1$ et $N_\psi = N_{\psi_x} \cdot N_{\psi_z}$.

Définition de la matrice W :

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$$

Matrice identité :

$$I = I_{N_{\psi_x}-1} \in \mathbb{R}^{(N_{\psi_x}-1) \times (N_{\psi_x}-1)}$$

Produit de Kronecker entre I et W :

$$A = I \otimes W \in \mathbb{R}^{(N_{\psi_x}-1) \times 2(N_{\psi_x}-1)}$$

Matrice X par bloc diagonal :

$$X = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N_{\psi_x} \times (2(N_{\psi_x}-1)+1)}$$

Matrice de différences finies Y :

$$Y_{\psi_z} \in \mathbb{R}^{N_{\psi_z} \times (N_{\psi_z}+1)}, \quad (Y_{\psi_z})_{i,j} = \begin{cases} -1 & \text{si } j = i \\ +1 & \text{si } j = i + 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{pour } i = 0, \dots, N_{\psi_z} - 1$$

Produit de Kronecker final :

$$\chi_x = Y \otimes X \in \mathbb{R}^{N_\psi \times (N_{\psi_z}+1) \cdot (2(N_{\psi_x}-1)+1)}$$

2. Matrice χ_z

Matrice de différences finies Y_{ψ_x} :

$$Y_{\psi_x} \in \mathbb{R}^{(N_{\psi_x}-1) \times N_{\psi_x}}, \quad (Y_{\psi_x})_{i,j} = \begin{cases} -1 & \text{si } j = i \\ +1 & \text{si } j = i + 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad i = 0, \dots, N_{\psi_x} - 2$$

Vecteur ligne Z :

$$Z = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times N_{\psi_x}}$$

Empilement vertical :

$$Y_z = \begin{bmatrix} Y_{\psi_x} \\ Z \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N_{\psi_x} \times N_{\psi_x}}$$

Concaténation horizontale :

$$M = [Y_z \quad Y_z] \in \mathbb{R}^{N_{\psi_x} \times 2N_{\psi_x}}$$

Matrice identité :

$$I = I_{N_{\psi_z}} \in \mathbb{R}^{N_{\psi_z} \times N_{\psi_z}}$$

Produit de Kronecker final :

$$\chi_z = I \otimes M \in \mathbb{R}^{N_{\psi_z} N_{\psi_x} \times N_{\psi_z} \cdot 2N_{\psi_x}}$$

Ces deux matrices sont utilisées pour lier les grandeurs de maille aux grandeurs de branche dans les direction x et z . A titre d'exemple, la matrice topologique pour un réseau de blocs bidirectionnels 3×3 , soit 9 cellules s'écrit de la manière suivante :

$$[\mathcal{X}] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Annexe B

B.1. Approximation de la perméabilité magnétique apparente par une fonction sigmoïdale

L'objectif est d'approcher la perméabilité magnétique relative apparente du matériau utilisé, à savoir le fer doux de type *1020 steel*, définie de la manière suivante :

$$\mu_r(B) = \frac{B}{\mu_0 H}. \quad (\text{B.1})$$

La caractéristiques **B-H** du matériau sont illustrées à la figure B.1, tandis que les points représentatifs de cette courbe sont répertoriés dans le tableau B.1.

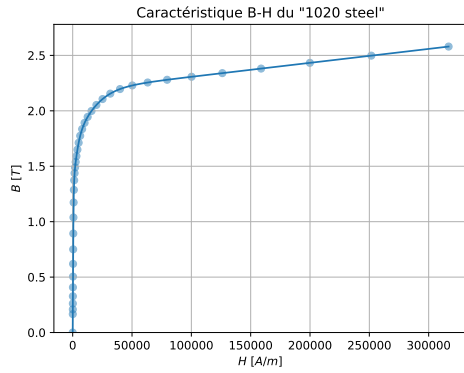
Pour approcher la courbe de la fonction de la perméabilité magnétique apparente B.1, une fonction sigmoïdale a été retenue, dont les paramètres sont repris dans le tableau B.2 :

$$\mu_r(B) = \frac{L}{1 + e^{-k(B-B_0)}}.$$

Ce choix de fonction présente l'avantage d'offrir une expression analytique continue et dérivable en tout point, permettant un calcul direct de la perméabilité différentielle par dérivation :

$$\frac{\partial \mu_r}{\partial B} = \frac{k L e^{-k(B-B_0)}}{\left(1 + e^{-k(B-B_0)}\right)^2}.$$

Les variations de $\mu_r(B)$ et de $\mu_{r,d}(B)$ sont illustrées à la figure 3.10(b). On constate que

Tableau B.1: Valeurs représentatives pour le fer doux *1020 steel*.**Figure B.1:** Caractéristique **B-H** du fer doux type *1020 steel*.

H (A/m)	B (T)
0.000000	0.000000
79.577472	0.166252
100.182101	0.208725
126.121793	0.261635
158.777930	0.327146
199.889571	0.407495
251.646061	0.504604
316.803620	0.619366
398.832128	0.750502
502.099901	0.893195
632.106325	1.038258
795.774715	1.173276
1001.821011	1.286731
1261.217929	1.373533
1587.779301	1.437658
1998.895710	1.489189
2516.460605	1.538344
3168.036204	1.591321
3988.321282	1.649723
5020.999013	1.711927
6321.063250	1.774712
7957.747155	1.834976
10018.210114	1.891442
12612.179293	1.945262
15877.793010	1.998705
19988.957103	2.052852
25164.606052	2.106184
31680.362037	2.155149
39883.212823	2.196375
50209.990127	2.229008
63210.632497	2.255450
79577.471546	2.280053
100182.101136	2.307136
126121.792926	2.339975
158777.930096	2.381044
199889.571030	2.432708
251646.060522	2.497748
316803.620370	2.579627

l'ajustement obtenu (courbe bleue) reproduit fidèlement le comportement magnétique issu des données de référence fournies par le logiciel *FEMM*.

Tableau B.2: Paramètres de la fonction sigmoïdale utilisée pour l'approximation de la perméabilité.

B_0	k	L
1.37	-4.5	1638.3

Annexe C

C.1. Extension longitudinale du champ d'entrefer

On obtient la distribution du champ B_z aux extrémités du module à partir du modèle **MEC** en utilisant la géométrie de la figure C.1. Les paramètres caractéristiques de cette suspension sont repris dans le tableau C.1. Cette configuration permet de reproduire l'évasement du champ B_z normalisé par rapport à sa valeur maximale le long de la direction $\hat{e}_y$. Pour cela, on évalue le modèle **MEC** en injectant un courant de 1AA dans le bobinage. La distribution ainsi obtenue est conservée sur l'intervalle $[0, \frac{l_2+l_3}{2}]$ (voir figure 3.3 (a)). Cette distribution est ensuite normalisée par la valeur maximale du champ dans l'entrefer comme illustré dans la figure C.2.

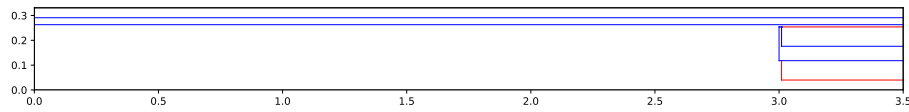


Figure C.1: Géométrie utilisée pour calculer l'évasement du champ d'entrefer.

La distribution normalisée ainsi obtenue est ensuite multipliée par la valeur locale du

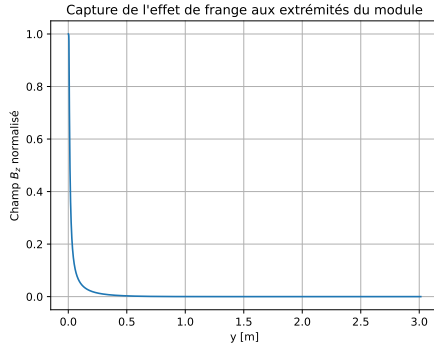


Figure C.2: Effet de frange normalisée sur base du champ magnétique moyen d'entrefer.

Tableau C.1: Dimensions pour l'extension de la distribution du champ longitudinal.

Expression	Valeur [m]
l_p	7.0
h_p	0.28
e_{branch}	0.1
e_{base}	0.058
l_{core}	1.0
h_{core}	0.136
l_{coil}	0.8
h_{coil}	0.078
l_f	0.0
h_f	0.0
e_{gap}	0.009

champ dans l'entrefer, évaluée sur toute la largeur du système. Cette opération permet d'étendre, dans la direction longitudinale, le profil du champ pour chaque configuration calculée. On obtient ainsi une représentation tridimensionnelle cohérente du champ magnétique, intégrant à la fois la variation transversale et l'évasement longitudinal.

Liste des figures

1.1	(a) Système Maglev <i>HSST</i> [7], (b) système Maglev <i>Changsha Maglev Express</i> [9].	4
2.1	Les différentes géométries des suspensions EMS [13].	8
2.2	Coupes (a) transversale et (b) longitudinale de la topologie générale de la suspension EMS retenue dans le cadre de cette étude ainsi que sa paramétrisation.	8
2.3	Vue d'ensemble de la géométrie de la suspension EDS retenue dans le cadre de cette étude ainsi que sa paramétrisation.	9
2.4	Description du modèle d'évaluation des pertes magnétiques de la suspension EMS	14
3.1	Volume de contrôle utilisé pour l'intégration du tenseur des contraintes de Maxwell.	17
3.2	(a) Bloc bidirectionnel, (b) réseau de blocs bidirectionnels.	20
3.3	(a) Géométrie pour la modélisation du modèle MEC 2D, (b) sous-domaine du maillage à densité variable.	21
3.4	Exemple de la stratégie de maillage sur une géométrie quelconque. . . .	22
3.5	Force magnétomotrice induite par le bobinage.	25
3.6	Lignes de coupe pour la validation transversale (H_0 à H_4) et longitudinale (L_0 à L_1).	28

3.7	Comparaison des composantes B_x et B_z issues des modèles FEM et MEC sur les cinq lignes caractéristiques (L_0 à L_4).	29
3.8	Caractéristique B-H d'un matériau quelconque et description géométrique des perméabilités magnétiques relatives apparentes (en bleu) et différentielles (en rouge).	31
3.9	Description de l'algorithme de résolution par la méthode de <i>Newton-Raphson</i>	32
3.10	(a) Caractéristique B-H du matériau "1020 steel", (b) perméabilité magnétique relative apparente et différentielle.	33
3.11	Comparaison des composantes B_x et B_z issues des modèles FEM et MEC dans l'entrefer (H_3).	35
3.12	Evolution de l'erreur quadratique moyenne en fonction du courant injecté dans le bobinage de l'électroaimant.	36
3.13	Géométrie de la suspension EMS utilisée dans <i>Comsol Multiphysics</i> . . .	37
3.14	Comparaison de la distribution longitudinale du champ magnétique B_z calculé au centre de l'entrefer entre le modèle MEC et le logiciel <i>Comsol Multiphysics</i>	38
3.15	Distribution du champ B_z au centre de l'entrefer pour une simulation (a) MEC et (b) <i>Comsol Multiphysics</i>	38
3.16	Géométrie implémentée dans <i>Comsol Multiphysics</i> pour la validation du modèle <i>Maxwell-Fourier</i>	42
3.17	(a) Evolution des forces de lévitation et de traînée magnétique en fonction de la vitesse, (b) erreur relative commise entre la référence issue de <i>Comsol Multiphysics</i> et les 2 méthodes proposées.	43
4.1	Impact des dimensions sur le calcul de la force en fonction du niveau de saturation.	46
4.2	Erreurs relatives du calcul des forces entre le modèle statique et le modèle éléments finis.	48

4.3	(a) Erreur relative entre la force simplifiée calculée par le modèle MEC et celle obtenue à partir du champ interpolé, (b) distribution du champ B_z issue du modèle MEC , (c) champ B_z obtenu par interpolation, (d) champ B_z calculé avec le modèle MF à 700km/h.	51
4.4	Convergence de l'algorithme d'optimisation génétique pour les suspensions EMS et EDS	53
4.5	Géométrie de la suspension EMS (a) optimisée et (b) de référence. . . .	54
4.6	Evolution de (a) la force de traînée magnétique et des (b) pertes par traînée magnétique pour les suspensions optimisées EMS et EDS ainsi que la suspension EMS 1	56
4.7	Evolution de la force de lévitation en fonction de la vitesse pour les suspensions optimisées (a) EMS et (b) EDS	56
4.8	Convergence de l'algorithme d'optimisation génétique pour la suspension EMS tenant compte d'un facteur de correction.	58
B.1	Caractéristique B-H du fer doux type <i>1020 steel</i>	68
C.1	Géométrie utilisée pour calculer l'évasement du champ d'entrefer. . . .	69
C.2	Effet de frange normalisée sur base du champ magnétique moyen d'entrefer.	70

Liste des tableaux

2.1	Spécifications techniques utilisées pour le dimensionnement des modules de suspensions EMS et EDS	10
2.2	<i>Paramètres d'optimisation</i> du système EMS	13
2.3	<i>Paramètres d'optimisation</i> du système EDS	15
3.1	Paramètres caractéristiques du maillage progressif.	23
3.2	Définitions des matrices et vecteurs utilisés dans les équations du circuit magnétique équivalent 2D.	24
3.3	Dimensions de la suspension pour la validation du modèle MEC	27
3.4	Performances de convergence de la résolution par <i>Newton-Raphson</i> pour plusieurs niveaux de courant.	34
3.5	Dimensions de la suspension pour la validation de l'extension longitudinale du champ d'entrefer.	37
3.6	Comparaison du calcul de la force entre le modèle statique et <i>Comsol Multiphysics</i>	39
3.7	Dimensions de la suspension pour la validation du modèle <i>Maxwell-Fourier</i>	41
4.1	Dimensions de la suspension pour l'évaluation du modèle MEC	45
4.2	Influence du raffinement du maillage sur la précision et le temps de calcul du modèle statique.	47

4.3	Comparaison des résultats du modèle statique et du modèle éléments finis.	49
4.4	Paramètres des systèmes EMS et EDS	52
4.5	Dimensions des suspensions EMS et EDS optimisées.	52
4.6	Performances des véhicules équipés des suspensions EMS et EDS optimisées à 700 km/h.	53
4.7	Forces et puissances pour deux cas de suspension à 700 km/h.	55
4.8	Dimensions de la seconde suspension EMS optimisée.	58
4.9	Performances du véhicule équipé de la seconde suspension EMS optimisées à 700 km/h.	58
B.1	Valeurs représentatives pour le fer doux <i>1020 steel</i>	68
B.2	Paramètres de la fonction sigmoïdale utilisée pour l'approximation de la perméabilité.	68
C.1	Dimensions pour l'extension de la distribution du champ longitudinal. .	70

Bibliographie

- [1] N. Prasad, S. Jain, and S. Gupta, “Electrical Components of Maglev Systems: Emerging Trends,” en, *Urban Rail Transit*, vol. 5, no. 2, Jun. 2019, ISSN: 2199-6687, 2199-6679.
- [2] S. Suzuki, M. Kawashima, Y. Hosoda, and T. Tanida, “HSST-03 system,” en, *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 20, no. 5, pp. 1675–1677, Sep. 1984, ISSN: 0018-9464.
- [3] Doh Young Park, Byung Chun Shin, and Hyungsuk Han, “Korea’s Urban Maglev Program,” en, *Proceedings of the IEEE*, vol. 97, no. 11, pp. 1886–1891, Nov. 2009, ISSN: 0018-9219, 1558-2256.
- [4] J. Meins, L. Miller, and W. Mayer, “The high speed Maglev transport system TRANSRAPID,” en, *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24, no. 2, pp. 808–811, Mar. 1988, ISSN: 0018-9464, 1941-0069.
- [5] R. Nasiri-Zarandi and A. Hekmati, “A Review of Suspension and Traction Technologies in Maglev Trains,” en, in *2019 International Power System Conference (PSC)*, Tehran, Iran: IEEE, Dec. 2019, pp. 129–135, ISBN: 978-1-7281-5273-8.
- [6] D. Jingfang, L. Zhiqiang, and Y. Xin, “Numerical analysis of eddy current effect of EMS system for medium-low speed maglev train,” en, in *2017 2nd International Conference on Robotics and Automation Engineering (ICRAE)*, Shanghai: IEEE, Dec. 2017, pp. 301–305, ISBN: 978-1-5386-1306-1.
- [7] J. Du and H. Ohsaki, “Analysis of Eddy Current in the EMS-Maglev System,” en,
- [8] K. Sawada, “1. Superconducting Maglev,” en, 2000.
- [9] J. Ding, X. Yang, Z. Long, and N. Dang, “Three-Dimensional Numerical Analysis and Optimization of Electromagnetic Suspension System for 200 km/h Maglev Train Considering Eddy Current Effect,” en, *IEEE Access*, vol. 6, 2018, ISSN: 2169-3536. DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2876599.

- [10] Q. Yang and J. Li, “Influence of eddy current induced in steel rails on suspension force of EMS high-speed maglev system,” in *2017 36th Chinese Control Conference (CCC)*, IEEE, 2017.
- [11] S. Sadeghi, M. Saeedifard, and C. Bobko, “Dynamic Modeling and Simulation of Propulsion and Levitation Systems for Hyperloop,” en, in *2021 13th International Symposium on Linear Drives for Industry Applications (LDIA)*, Wuhan, China: IEEE, Jul. 2021.
- [12] S.-H. Kim, J. Lee, C.-S. Kim, and H.-W. Lee, “Drag Force Analysis of Superconducting EDS Type Hyperloop System According to Changes in Tube Material Properties,” en, IEEE, May 2024, ISBN: 979-8-3503-6221-3.
- [13] H.-S. Han and D.-S. Kim, *Magnetic Levitation* (Springer Tracts on Transportation and Traffic), en. Dordrecht: Springer Netherlands, 2016, vol. 13.
- [14] L. Beauloye and B. Dehez, “Permanent Magnet Electrodynamics Suspensions Applied to MAGLEV Transportation Systems: A Review,” en, *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, vol. 9, no. 1, pp. 748–758, Mar. 2023, ISSN: 2332-7782, 2372-2088.
- [15] J. K. Noland, “Prospects and Challenges of the Hyperloop Transportation System: A Systematic Technology Review,” en, *IEEE Access*, vol. 9, pp. 28 439–28 458, 2021, ISSN: 2169-3536.
- [16] H. W. Derbas, J. M. Williams, A. C. Koenig, and S. D. Pekarek, “A Comparison of Nodal- and Mesh-Based Magnetic Equivalent Circuit Models,” en, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 24, Jun. 2009, ISSN: 0885-8969. DOI: 10.1109/TEC.2008.2002037.
- [17] Y. Benmessaoud, F. Dubas, R. Beniamineand, and M. Hilairet, “Three-dimensional automatic generation magnetic equivalent circuit using mesh-based formulation,” en, in *2017 20th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, Sydney, Australia: IEEE, Aug. 2017, pp. 1–6, ISBN: 978-1-5386-3246-8.
- [18] Y. Benmessaoud, F. Dubas, and M. Hilairet, “Combining the Magnetic Equivalent Circuit and Maxwell–Fourier Method for Eddy-Current Loss Calculation,” en, *Mathematical and Computational Applications*, vol. 24, no. 2, p. 60, Jun. 2019.
- [19] D. C. Meeker, *Finite element method magnetics*, <http://www.femm.info>, Version 4.2, 2015.
- [20] Y. He and Q. Lu, “Permanent Magnet or Additional Electromagnet Compensation Structures of End Electromagnet Module for Mid-Low Speed Maglev Train,” en, *World Electric Vehicle Journal*, vol. 13, no. 5, p. 72, Apr. 2022, ISSN: 2032-6653. DOI: 10.3390/wevj13050072.

- [21] N. Verbeek, F. Baudart, and B. Dehez, “Loop Formulation in Hybrid Analytical Modeling for Solving 2-D Nonlinear Magnetostatic Problems,” en, *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 57, no. 8, pp. 1–9, Aug. 2021, Publisher: Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). DOI: 10 . 1109 / tmag . 2021 . 3083418.
- [22] B. Boomiraja and R. Kanagaraj, “Convergence Behaviour of Newton-Raphson Method in Node- and Loop-Based Non-linear Magnetic Equivalent Circuit Analysis,” en, in *2020 IEEE International Conference on Power Electronics, Smart Grid and Renewable Energy (PESGRE2020)*, IEEE, Jan. 2020, pp. 1–6. DOI: 10 . 1109 / PESGRE45664 . 2020 . 9070682.
- [23] COMSOL AB, *COMSOL Multiphysics®* v6.2, [https : / / www . comsol . com](https://www.comsol.com), Stockholm, Sweden, 2024.
- [24] L. Beauloye and B. Dehez, “A 3-D Hybrid Analytical Model of a Permanent Magnet Electrodynamic Suspension,” en, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, pp. 1–13, 2025, ISSN: 0885-8969, 1558-0059.
- [25] S. Yamamura and T. Ito, “Analysis of speed characteristics of attracting magnet for magnetic levitation of vehicles,” en, *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 11, no. 5, pp. 1504–1507, Sep. 1975, ISSN: 0018-9464.

UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN
École polytechnique de Louvain

Rue Archimède, 1 bte L6.11.01, 1348 Louvain-la-Neuve, Belgique | www.uclouvain.be/epl