UCLouvain

École polytechnique de Louvain

Exploring Vibro-Jetting for Wind Turbine Monopile Installation Using MigFlow Software

Auteur: **Basile David**
Promoteurs: **Vincent Legat, Jonathan Lambrechts**
Lecteurs: **Michel Henry, Miltiadis Papalexandris**
Année académique 2025–2026
Master [120] : ingénieur civil électromécanicien

UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN
École polytechnique de Louvain
Rue Archimède, 1 bte L6.11.01, 1348 Louvain-la-Neuve, Belgique | **www.uclouvain.be/epl**

Résumé

Ce mémoire s'intéresse à l'utilisation de la technique de *vibro-jetting* pour l'installation de monopieux d'éoliennes offshore. L'objectif principal est d'étudier le comportement du sol et l'efficacité du procédé à l'aide du logiciel de simulation numérique *MigFlow*.

L'étude comprend une analyse du principe physique du vibro-jetting, la mise en place de modèles numériques représentatifs et l'évaluation de l'influence de différents paramètres tels que la pression d'injection, les propriétés du sol et les caractéristiques du monopieu.

Les résultats obtenus permettent de mieux comprendre les mécanismes d'interaction fluide–sol impliqués dans ce procédé et d'évaluer son potentiel pour améliorer l'installation des fondations d'éoliennes offshore.

Remerciements

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude à mes superviseurs, le Professeur Vincent Legat et Jonathan Lambrechts, pour leur encadrement, leurs conseils précieux et leur soutien tout au long de la réalisation de ce mémoire.
Mes remerciements vont également à toute l'équipe MigFlow avec laquelle j'ai eu la chance de travailler, et tout particulièrement à Michel Henry et Alexandre Pirot, pour leur disponibilité, leurs réponses toujours bienveillantes à mes nombreuses questions et leurs suggestions précieuses qui ont nourri ce travail.
Enfin, je souhaite remercier chaleureusement ma famille et mes amis pour leur soutien constant durant mes études et dans ce travail. Avec une mention spéciale à Alexandre Lemaigre pour ses retours et ses encouragements qui m'ont beaucoup aidé à avancer dans ce projet.

Utilisation de l'intelligence artificielle

Dans ce mémoire de master, des outils d'intelligence artificielle ont été utilisés afin d'améliorer la qualité globale du travail. Plus spécifiquement, Claude Code a été employé pour l'écriture de code et l'assistance à la rédaction, Grammarly pour la correction grammaticale et l'amélioration du style, et ChatGPT à diverses fins. Des outils tels que Scite.ai et Scispace ont également été utilisés pour la recherche bibliographique.

Table des matières

1 Introduction **7**
1.1 Fondations offshore et défi d'installation des monopieux 7
1.2 Méthodes d'installation traditionnelles et émergence du vibro-jetting . . 10
1.3 Problématique et objectifs du mémoire 13

2 Couplage PFEM-DEM pour la simulation des interactions fluide-grain **15**
2.1 Positionnement et historique du solveur 16
2.2 Architecture du couplage PFEM–DEM 17
2.3 Formulation mathématique du modèle 21
2.4 Maillage à raffinement adaptatif pour le jet d'injection 26

3 Caractérisation des régimes de fluidisation par jet **28**
3.1 Écoulement de référence : jet en milieu purement fluide 29
3.2 Fluidisation d'un lit granulaire à surface libre 31
3.3 Lit confiné : fluidisation et transport sous un sol sus-jacent 37

4 Réduction de la résistance d'enfoncement et implications industrielles **43**
4.1 Forces sur le pieu en fonction du débit d'injection 43
4.2 Sensibilité aux conditions aux limites du domaine 49
4.3 Influence de la pression en surface 62
4.4 Estimation énergétique à l'échelle d'un monopieu réel 66
4.5 Synthèse : implications pour le dimensionnement industriel 71

5 Conclusion **73**

A Code de simulation : `pile.py` **83**

B Génération d'un empilement polydisperse **90**

Chapter 1

Introduction

1.1 Fondations offshore et défi d'installation des monopieux

La transition énergétique constitue aujourd'hui un enjeu majeur à l'échelle mondiale. La réduction des émissions de gaz à effet de serre et la diminution de la dépendance aux énergies fossiles nécessitent un développement rapide des sources d'énergie renouvelables. Parmi celles-ci, l'énergie éolienne occupe une place centrale, en particulier dans sa version offshore.

Les parcs éoliens offshore présentent plusieurs avantages par rapport aux installations terrestres. Les vents y sont généralement plus forts et plus réguliers, ce qui permet d'obtenir une production d'électricité plus stable et plus élevée. De plus, l'implantation en mer limite les contraintes liées à l'occupation du sol et réduit l'impact visuel pour les populations locales. Ces caractéristiques ont conduit à une croissance rapide du nombre de parcs éoliens offshore au cours des dernières décennies.

En Belgique, l'énergie éolienne en mer occupe aujourd'hui une place importante dans le mix énergétique national. Les neuf parcs offshore installés en mer du Nord totalisent une capacité de 2,26 GW, représentant environ 8,7 % de la consommation nationale d'électricité. Cette contribution est appelée à croître dans les années à venir : le Plan National Énergie-Climat belge fixe un objectif de 4 GW d'éolien offshore à l'horizon 2030, soit près du double de la capacité actuelle[1].

L'augmentation de la puissance des turbines s'accompagne toutefois de défis techniques importants. Les éoliennes offshore modernes atteignent aujourd'hui des puissances supérieures à 10 MW et nécessitent des fondations de grande dimension. La solution la

[1] *Belgium's Integrated National Energy and Climate Plan 2021–2030*, Office des publications de l'Union européenne, 2020. `https://energy.ec.europa.eu/system/files/2020-09/be_final_necp_parta_en_0.pdf`

plus répandue pour les profondeurs d'eau modérées est la fondation de type monopieu : un cylindre métallique de grand diamètre, enfoncé profondément dans le sol marin afin d'assurer la stabilité de la structure [1, 2, 3].

Plusieurs types de fondations peuvent être utilisés selon la profondeur de l'eau, les conditions géotechniques du sol marin et la puissance de la turbine. Parmi les solutions les plus répandues, on retrouve notamment les fondations monopieu, les fondations gravitaires et les structures en treillis métallique (jacket). Ces différentes structures, illustrées à la figure 1.1[2], présentent des conceptions et des méthodes d'installation distinctes.

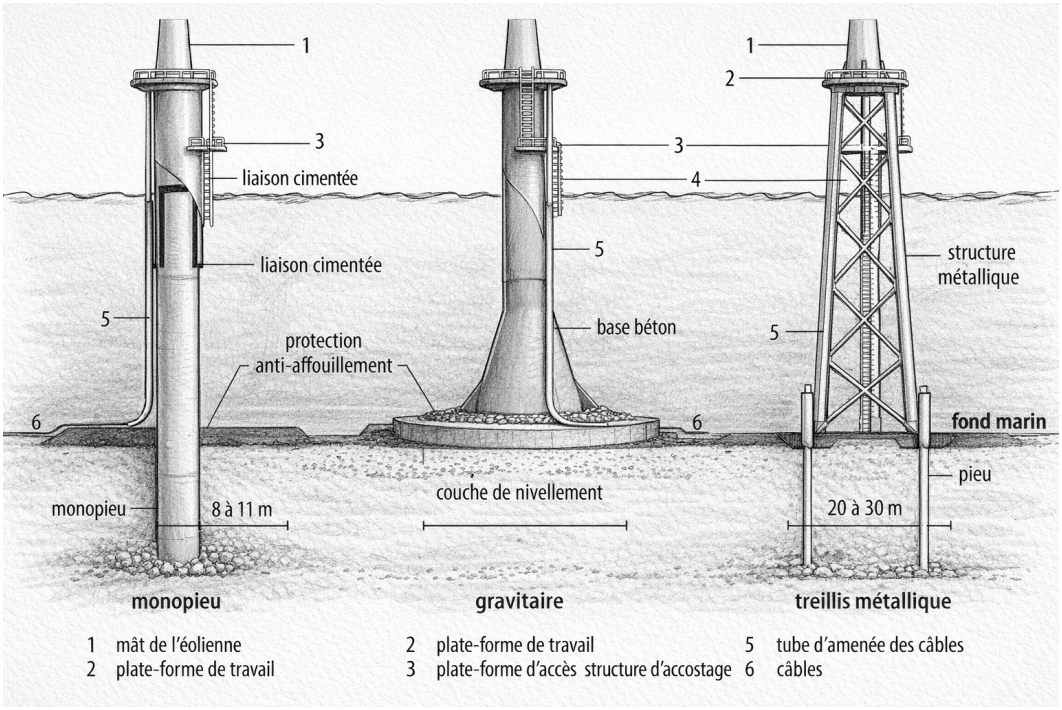


Figure 1.1: Principaux types de fondations pour les éoliennes offshore.

L'installation de ces monopieux constitue une étape critique dans la construction des parcs éoliens offshore. La méthode la plus couramment utilisée repose sur des marteaux hydrauliques qui génèrent des impacts répétés pour enfoncer la fondation dans le sol marin. Comme illustré à la figure 1.2, ce dispositif est positionné au sommet du pieu et lui transmet des impacts successifs. Bien que cette technique soit efficace et largement utilisée, elle présente plusieurs inconvénients : elle nécessite une grande quantité d'énergie, génère des niveaux élevés de bruit sous-marin et peut avoir un impact significatif sur la faune marine.

[2]Schéma : *Encyclopædia Universalis*, « Les trois principaux types de fondations pour les éoliennes posées en mer ». `https://www.universalis.fr/media/les-trois-principaux-types-de-fondations-pour-les-eoliennes-posees-en-mer-de200307/`

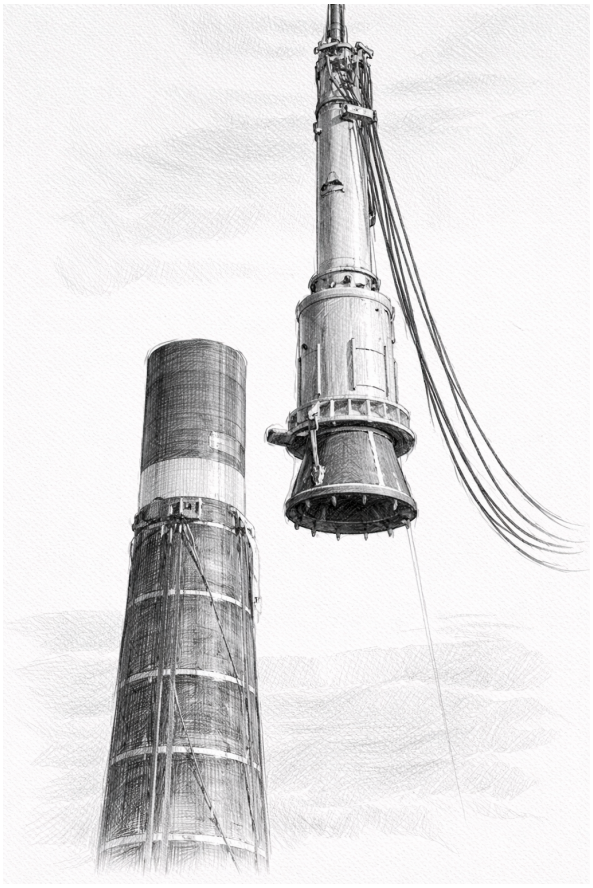


Figure 1.2: Marteau hydraulique utilisé pour l'enfoncement d'un monopieu lors de l'installation d'une éolienne offshore.

Ces limitations ont conduit l'industrie à s'intéresser à des méthodes alternatives d'installation. Parmi celles-ci, la technique du *vibro-jetting* apparaît comme une solution prometteuse. Elle consiste à injecter de l'eau sous pression à proximité de la pointe du monopieu afin de fluidiser localement le sol et de réduire la résistance à la pénétration. Cette approche pourrait permettre de diminuer l'énergie nécessaire à l'installation tout en réduisant les impacts environnementaux liés aux méthodes traditionnelles, notamment le bruit sous-marin.

Dans ce contexte, l'entreprise Fugro Belgium (SRL), spécialisée dans les services géotechniques et l'étude des sols marins, mène des investigations visant à mieux comprendre les mécanismes physiques associés au vibro-jetting. Le présent mémoire s'inscrit dans ce contexte de recherche, et la technique du vibro-jetting ainsi que la problématique industrielle associée seront présentées en détail dans les sections suivantes.

1.2 Méthodes d'installation traditionnelles et émergence du vibro-jetting

Les monopieux constituent aujourd'hui la solution de fondation la plus répandue pour les éoliennes offshore installées dans des profondeurs d'eau modérées. Leur popularité s'explique notamment par leur simplicité de conception, leur robustesse structurelle et leur relative facilité d'installation. Toutefois, l'augmentation progressive de la taille des turbines et des diamètres de monopieux impose des exigences croissantes en matière de méthodes d'installation.

Battage par impact

La technique historiquement la plus utilisée est le battage par impact (*pile driving*) à l'aide d'un marteau hydraulique. Malgré son efficacité, cette méthode présente plusieurs limitations. Les impacts répétés générés par le marteau produisent des niveaux très élevés de bruit sous-marin, pouvant atteindre des intensités importantes sur plusieurs kilomètres autour du site d'installation. Ces émissions acoustiques peuvent avoir un impact significatif sur la faune marine, en particulier sur les mammifères marins [4, 5]. En conséquence, de nombreuses réglementations imposent aujourd'hui des mesures de réduction du bruit, ce qui augmente la complexité et le coût des opérations d'installation.

Marteaux vibrants

Une alternative est l'utilisation de marteaux vibrants (*vibro-hammers*). Contrairement aux marteaux à impact, ces dispositifs génèrent des vibrations verticales à haute fréquence qui réduisent temporairement la résistance du sol autour du pieu. Les vibrations provoquent une mobilisation cyclique des grains, entraînant une diminution de la friction latérale et facilitant la pénétration du pieu. Les niveaux de bruit sous-marin générés sont généralement plus faibles, ce qui réduit l'impact environnemental. Cependant, l'efficacité de cette méthode dépend fortement des caractéristiques géotechniques du sol ; dans les sols très denses ou cohésifs, les vibrations seules peuvent être insuffisantes.

Forage

Dans les environnements géologiques complexes, notamment en présence de couches rocheuses ou de sols très compacts, il peut être nécessaire d'utiliser des techniques de forage. Cette méthode consiste à excaver le sol à l'aide d'un dispositif rotatif avant l'insertion du pieu, qui est ensuite scellé à l'aide d'un coulis de ciment. Bien que cette

technique permette d'installer des fondations dans des conditions difficiles, elle est plus lente et plus coûteuse que les méthodes de battage traditionnelles.

Fondation par succion

Les fondations par succion (*suction buckets* ou *suction caissons*) constituent une autre solution. La fondation est installée en créant une dépression à l'intérieur d'une structure cylindrique posée sur le fond marin : la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur du caisson entraîne sa pénétration progressive dans le sol. Cette technique présente plusieurs avantages, notamment une installation relativement silencieuse et la possibilité de retrait en fin de vie de l'infrastructure.

Tableau comparatif

Un résumé des principales techniques d'installation est présenté dans le tableau 1.1.

Table 1.1: Comparaison des principales méthodes d'installation des monopieux offshore

Méthode	Avantages	Inconvénients
Battage par impact	Installation rapide, technologie mature	Bruit sous-marin important
Battage vibratoire	Réduction du bruit, installation plus progressive	Efficacité dépendante du type de sol
Forage	Installation possible dans sols très denses ou rocheux	Coût élevé et temps d'installation important
Fondation par succion	Installation silencieuse, démontage possible	Domaine d'application limité

Principe du vibro-jetting

Le *vibro-jetting* est une technique d'installation qui vise à faciliter la pénétration d'un monopieu dans le sol marin en modifiant localement les propriétés mécaniques du sol. Contrairement aux méthodes traditionnelles basées uniquement sur des efforts mécaniques, cette approche repose sur une interaction couplée entre un fluide injecté et le milieu granulaire.

Le principe est relativement simple, comme illustré à la figure 1.3.[3] De l'eau est injectée sous pression à proximité de la pointe du pieu, généralement via des buses situées à sa base. Cette injection crée un écoulement localisé dans le sol qui perturbe

[3]Figures 1.3 et 1.4 issues d'Ecowende, « Ecowende pioneers innovative installation techniques ». `https://ecowende.nl/en/news/ecowende-pioneers-innovative-installation-techniques/`

l'arrangement des grains et augmente la pression interstitielle. Dans le cas des sols saturés, cette augmentation de pression réduit les contraintes effectives entre les grains, ce qui diminue la résistance au cisaillement du sol.

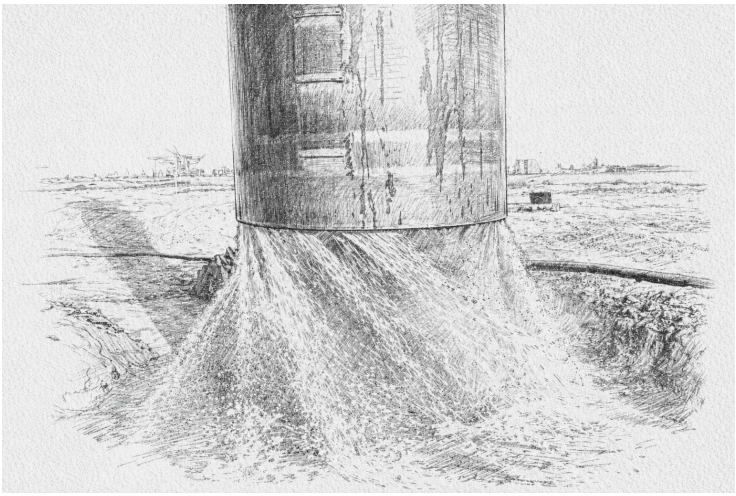


Figure 1.3: Schéma du principe de vibro-jetting montrant l'injection d'eau à la base du monopieu et la fluidisation locale du sol.

En pratique, cela se traduit par une forme de fluidisation locale du matériau autour de la pointe du pieu [6, 7]. Les grains deviennent plus mobiles et la structure du sol se relâche temporairement, ce qui permet au monopieu de s'enfoncer plus facilement sous l'effet de son propre poids, d'un effort appliqué, ou en combinaison avec des vibrations. Une fois l'injection arrêtée, les pressions interstitielles se dissipent progressivement et le sol retrouve ses propriétés mécaniques initiales, assurant ainsi la stabilité de la fondation.

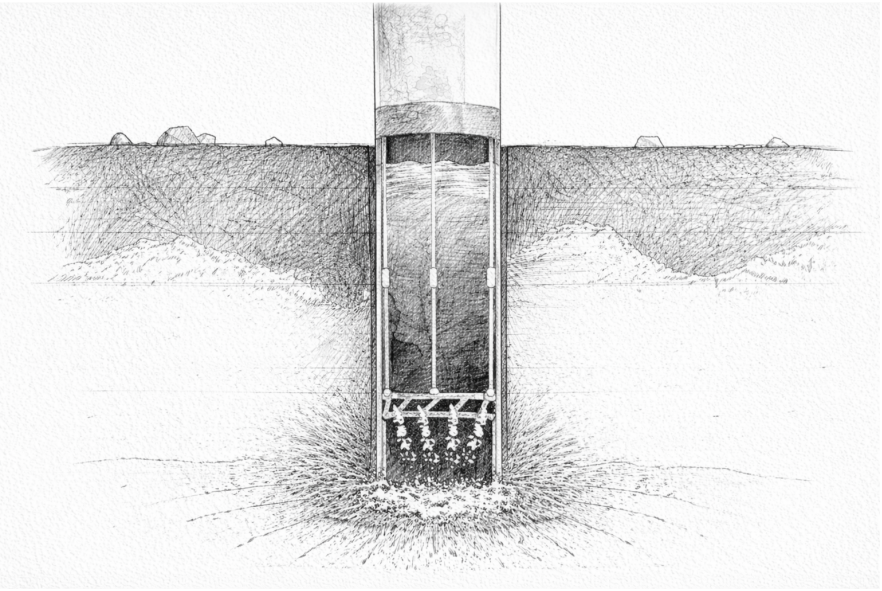


Figure 1.4: Jet d'eau utilisé pour fluidiser le sol lors de l'installation d'un monopieu offshore. On observe la mise en suspension des particules autour de la zone d'injection.

Ce mécanisme est particulièrement efficace dans les sols sableux, où la perméabilité permet à l'eau de circuler et de modifier rapidement l'état de contrainte. En revanche, dans les sols plus cohésifs comme les argiles, l'efficacité du procédé peut être limitée en raison d'une perméabilité plus faible et d'une dissipation plus lente des pressions interstitielles.

L'intérêt principal du vibro-jetting réside dans la réduction de la résistance à la pénétration du pieu, ce qui peut diminuer significativement l'énergie nécessaire à l'installation. De plus, cette technique permet de limiter le recours à des impacts répétés, réduisant ainsi les nuisances acoustiques sous-marines. Elle peut également être utilisée en complément d'autres méthodes, comme les marteaux vibrants, afin d'améliorer leur efficacité dans certaines conditions de sol.

1.3 Problématique et objectifs du mémoire

Ce mémoire s'inscrit dans le cadre d'une collaboration avec Fugro Belgium (SRL), entité belge du groupe Fugro, entreprise internationale spécialisée dans les services géotechniques et géophysiques pour l'ingénierie offshore. Fugro intervient notamment dans la caractérisation des sols marins et l'optimisation des méthodes d'installation des fondations d'éoliennes en mer du Nord, secteur dans lequel le *vibro-jetting* apparaît comme une piste prometteuse pour réduire les nuisances acoustiques et l'énergie nécessaire à la mise en place des monopieux.

Malgré l'intérêt croissant pour ce procédé, le comportement d'un sol granulaire soumis à une injection d'eau sous pression reste encore mal caractérisé. Le phénomène met en jeu une interaction complexe entre un fluide et un milieu granulaire : augmentation des pressions interstitielles, modification des contraintes effectives et fluidisation locale du sol. Ces mécanismes dépendent fortement de paramètres tels que la perméabilité, la vitesse d'injection, la granulométrie ou les conditions de confinement, et restent difficiles à étudier par voie expérimentale en raison du coût et de la complexité des essais à l'échelle réelle. Dans ce contexte, la simulation numérique constitue un outil particulièrement pertinent, car elle permet d'isoler l'effet de chaque paramètre dans des conditions contrôlées.

La problématique de ce mémoire peut ainsi être formulée comme suit : *comment modéliser et analyser, à l'aide d'un outil de simulation numérique tel que MigFlow, les mécanismes physiques du vibro-jetting afin d'évaluer son efficacité pour l'installation de monopieux offshore ?*

Pour répondre à cette question, le travail s'articule autour de quatre axes.

Le premier axe consiste à mettre en place un modèle numérique du procédé à l'aide du logiciel *MigFlow*, qui couple un solveur fluide par éléments finis (PFEM) à une méthode de dynamique des éléments discrets (DEM) pour la phase granulaire. Ce modèle doit être capable de représenter l'écoulement généré par l'injection d'eau, les forces hydrodynamiques exercées sur les grains et leur mise en mouvement progressive.

Le deuxième axe vise à caractériser le comportement du fluide et du milieu granulaire sous injection, depuis l'écoulement seul jusqu'à la fluidisation complète du lit de grains. Une analyse dimensionnelle basée sur la relation d'Ergun [8] et la loi de Kozeny-Carman permet de relier les paramètres de simulation aux grandeurs physiques caractéristiques (vitesse minimale de fluidisation v_{mf}, perméabilité K, rapport v_{inj}/v_{mf} entre la vitesse d'injection et ce seuil) et de mettre en évidence les différents régimes de fluidisation observés.

Le troisième axe porte sur l'évolution des forces exercées par les grains sur le pieu en fonction du débit d'injection, ainsi que sur la sensibilité de ces forces aux conditions aux limites du domaine (confinement latéral, surface libre ou fermée). L'objectif est de quantifier la réduction de résistance offerte par le procédé et d'identifier les régimes d'injection les plus efficaces.

Enfin, un quatrième axe examine l'influence d'une surcharge appliquée à la surface du milieu granulaire, représentative de la colonne d'eau présente en conditions offshore, sur les mécanismes de fluidisation et sur les forces transmises au pieu.

Chapter 2

Couplage PFEM-DEM pour la simulation des interactions fluide-grain

Reproduire numériquement le vibro-jetting suppose de représenter, dans un même cadre de calcul, deux phases qui interagissent fortement et à des échelles spatiales très différentes : un fluide injecté à haute vitesse et un assemblage de grains susceptible d'être mis en mouvement par cet écoulement. Le choix d'un cadre numérique adapté à ce couplage conditionne la fiabilité de toute analyse ultérieure. Ce chapitre présente donc MigFlow, ainsi que les modèles physiques qui le sous-tendent et la configuration de maillage spécifique au cas du vibro-jetting. Les paramètres physiques propres à chaque configuration de simulation (densités, vitesses d'injection, conditions aux limites) sont quant à eux introduits au fur et à mesure dans le chapitre suivant, où ils sont directement reliés aux résultats qu'ils permettent d'obtenir. Le script Python qui implémente le couplage fluide–grain et conduit l'ensemble des simulations de ce mémoire est par ailleurs reproduit et commenté pas à pas en annexe A.

MigFlow est un solveur open-source de simulation des écoulements granulaires immergés, développé à l'Institut de Mécanique, Matériaux et Génie Civil (iMMC) de l'UCLouvain [9]. Il résout les équations de Navier–Stokes moyennées en volume sur la phase fluide par la méthode des éléments finis, couplée à une description discrète du milieu granulaire par la dynamique des contacts non-lisses (*Non-Smooth Contact Dynamics*, NSCD) [10, 11, 9]. Le noyau de calcul est écrit en C pour la performance ; une interface Python permet à l'utilisateur de définir la géométrie, les conditions aux limites, les propriétés des grains et le schéma temporel sous forme de script. Cette architecture combine la rapidité d'exécution d'un code compilé et la souplesse d'un environnement de pilotage haut niveau, ce qui rend MigFlow particulièrement adapté à

l'exploration paramétrique conduite dans ce mémoire. Sur le plan applicatif, le solveur a déjà été employé par Fugro dans une étude exploratoire du jetting de monopieux où il a permis de distinguer les régimes de percolation (*seepage*) et de fluidisation autour d'un pieu partiellement enfoncé [12].

La présentation qui suit s'appuie principalement sur les travaux fondateurs de Constant, Dubois, Lambrechts et Legat [10, 13], les développements PFEM ultérieurs de Leyssens, Henry, Lambrechts, Legat et Remacle [14, 11], l'extension multi-physique et la trainée hydrodynamique sur des corps immergés de Henry, Coppin, Dorbolo, Legat et Lambrechts [9].

2.1 Positionnement et historique du solveur

Une difficulté multi-échelle

Les écoulements granulaires immergés combinent un fluide et un assemblage de particules solides interagissant dans différents types de situations : avalanches sous-marines et glissements de terrain [11], lits fluidisés industriels [9], transport de sédiments ou encore, dans le cadre de ce mémoire, jet d'eau pénétrant un sol sableux. La taille caractéristique d'un grain est typiquement très petite devant celle du domaine d'intérêt, ce qui crée une disparité d'échelles à l'origine de la difficulté de modélisation. Comme le soulignent Constant et al. [10], une résolution explicite de l'écoulement autour de chaque grain conduit à des coûts de calcul prohibitifs dès que le nombre de particules dépasse quelques milliers.

Face à ce dilemme, la littérature distingue traditionnellement deux familles d'approches. Les approches *continues* (*two-fluid models*) traitent grains et fluide comme deux fluides interpénétrants décrits par des équations de conservation moyennées et couplées par des lois de fermeture empiriques. Peu coûteuses, elles offrent une description macroscopique satisfaisante mais perdent toute information à l'échelle du grain individuel (trajectoires, contacts, forces locales). À l'opposé, les approches *discrètes* résolvent explicitement la dynamique de chaque grain par la méthode des éléments discrets (DEM) et la couplent à un solveur fluide. Selon que ce solveur est résolu à une échelle plus fine ou plus grossière que le grain, on parle de méthode *résolue* ou *non résolue*. La première fournit une description très fidèle mais demeure prohibitive pour des géométries de taille industrielle. Et la seconde, moins onéreuse, requiert l'introduction de lois empiriques pour modéliser l'interaction fluide–grain mais permet d'atteindre les échelles d'intérêt pour les applications.

Évolution de MigFlow

MigFlow relève de la seconde catégorie : le maillage fluide est plus grossier que la taille caractéristique des grains, dont les trajectoires sont néanmoins suivies individuellement. La première version du solveur, introduite en 2018, repose sur un couplage FEM–DEM avec fluide eulérien (maillage fixe) et grains lagrangiens, et a été validée sur le problème classique de la goutte de suspension [10]. Elle a ensuite été enrichie pour traiter l'invasion d'air dans un lit granulaire immergé [13], puis la traînée exercée par un écoulement granulaire dense sur un corps rigide [15].

Plus récemment, le solveur eulérien classique a été remplacé par une formulation entièrement lagrangienne du fluide, la *Particle Finite Element Method* (PFEM) [14]. Dans ce cadre, le maillage fluide est reconstruit à chaque pas de temps par triangulation de Delaunay. La détection de la frontière du domaine s'appuie sur un critère d'*α-shape* et la qualité du maillage est maintenue par un algorithme de raffinement de Delaunay spécifique. L'apport décisif de la PFEM, pour les configurations considérées dans ce mémoire, est de capturer naturellement les surfaces libres fortement déformées et les grandes déformations induites par le jet, sans recours à un suivi d'interface explicite (VOF, level-set). Cette version PFEM–DEM, étendue aux écoulements à surface libre et aux glissements de terrain [11], est celle utilisée pour toutes les simulations présentées dans la suite de ce mémoire. Elle a également été enrichie de transferts de chaleur et de masse, dans le cadre d'une étude sur le creusement spontané d'une goutte dans un lit granulaire chauffé [9].

2.2 Architecture du couplage PFEM–DEM

Vue d'ensemble

Dans sa version actuelle, MigFlow repose sur un couplage bidirectionnel entre deux méthodes numériques [11] :

- la *Particle Finite Element Method* (PFEM) pour la phase fluide, dans laquelle le domaine fluide est représenté par un nuage de particules lagrangiennes retriangulées à chaque pas de temps en un maillage non structuré sur lequel le mouvement du fluide est résolu par éléments finis ;
- la méthode des éléments discrets non-lisse (DEM / NSCD, *Non-Smooth Contact Dynamics*) pour la phase granulaire, qui calcule les trajectoires, vitesses et forces de contact de chaque grain individuellement.

Le couplage entre ces deux représentations est assuré par une procédure de projection L_2 détaillée plus loin : les champs discrets associés aux grains (fraction volumique solide, vitesse moyennée, force d'interaction fluide–grain) sont projetés sur le maillage fluide continu à chaque pas de temps, et réciproquement, les champs de pression et de vitesse fluide pilotent les forces exercées sur chaque grain.

La méthode PFEM pour la phase fluide

La PFEM est une méthode lagrangienne dans laquelle les degrés de liberté du fluide sont portés par des particules qui suivent le mouvement du fluide [16, 17, 14]. Contrairement aux méthodes eulériennes classiques qui travaillent sur un maillage fixe, la PFEM reconstruit à chaque pas de temps un nouveau maillage à partir du nuage de particules.

La première étape de l'algorithme consiste à trianguler le nuage de particules fluides par une triangulation de Delaunay, qui produit un maillage couvrant l'ensemble du domaine. Cette triangulation est construite de manière itérative : à partir d'un ensemble initial d'arêtes, chacune est testée selon le critère du cercle circonscrit ; lorsqu'une arête ne satisfait pas le critère, elle est basculée, et le processus se poursuit jusqu'à obtention d'une triangulation valide. La figure 2.1 illustre cette construction pas à pas sur un nuage de points.

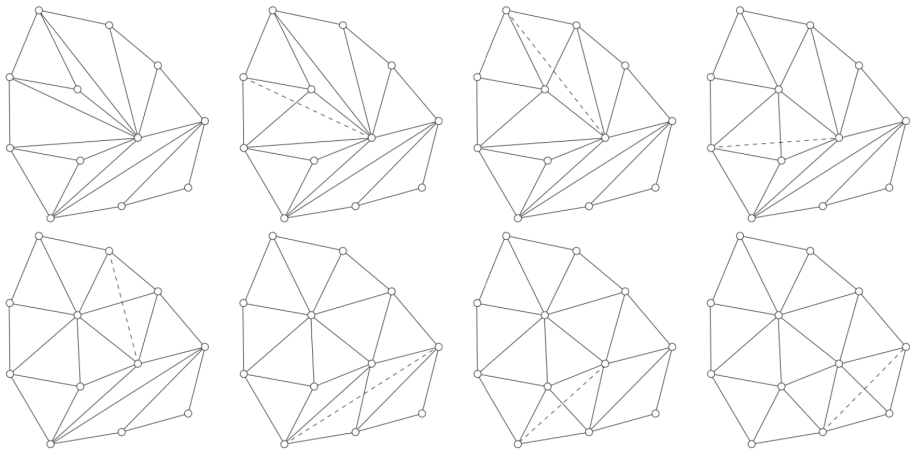


Figure 2.1: Illustration de la formation du maillage par triangulation de Delaunay [19].

La triangulation initiale couvre une enveloppe convexe trop large pour représenter le domaine fluide réel : il faut en éliminer les éléments qui ne correspondent à aucune zone

occupée par le fluide. C'est le rôle du critère de l'*α-shape* : un élément est conservé si son rayon circonscrit R_c satisfait $R_c < \alpha \cdot h(\mathbf{x})$, où $h(\mathbf{x})$ est un champ de taille prescrit et $\alpha \geq 1$ une tolérance géométrique. Les éléments trop grands (typiquement ceux qui « enjambent » la frontière du fluide) sont éliminés, ce qui révèle naturellement les surfaces libres et les parois. La figure 2.2 illustre ce critère sur un nuage de particules : l'élément vert, dont le cercle circonscrit est petit, est conservé ; l'élément rouge, dont le cercle circonscrit dépasse le seuil, est éliminé. Le maillage final ne contient que les éléments qui passent ce test.

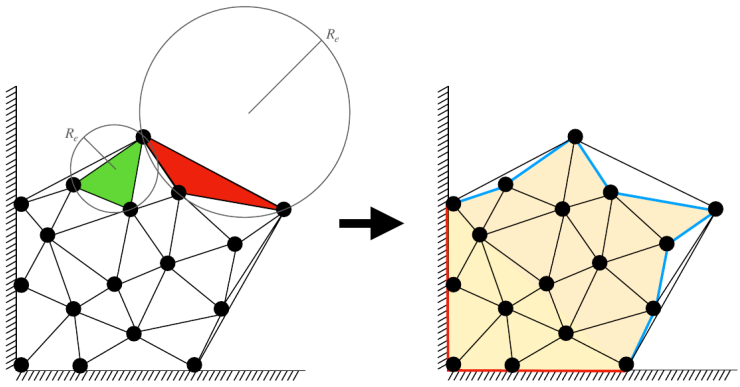


Figure 2.2: Critère de l'α-shape pour la détection du domaine fluide [14].

Les étapes restantes de l'algorithme enchaînent ensuite :

1. La qualité du maillage est améliorée par un algorithme de raffinement de Delaunay [14], qui insère et supprime des nœuds de façon à maintenir une triangulation de haute qualité avec des garanties théoriques sur les angles des éléments.

2. Les frontières du domaine (parois solides et surface libre) sont détectées automatiquement via l'α-shape et les conditions aux limites correspondantes sont appliquées.

3. Les équations de Navier-Stokes moyennées en volume sont résolues sur ce maillage par la méthode des éléments finis.

4. Les particules fluides sont advectées avec le champ de vitesse obtenu, et le processus recommence au pas de temps suivant.

Ce cadre lagrangien présente deux avantages majeurs pour les simulations de ce mémoire. D'une part, la surface libre est capturée naturellement sans recours à une

méthode de suivi d'interface explicite (VOF, level-set). D'autre part, les grandes déformations du domaine fluide induites par le jet d'injection sont gérées sans dégradation de la qualité du maillage grâce à la retriangulation systématique.

La méthode DEM non-lisse pour la phase granulaire

Les grains sont modélisés comme des corps rigides circulaires (disques en 2D), chacun caractérisé par sa masse m_i, son rayon r_i, sa position $\mathbf{x}_i$ et sa vitesse $\mathbf{v}_i$. La gestion des contacts entre grains adopte la dynamique de contact non-lisse (*Non-Smooth Contact Dynamics*, NSCD) [10]. Contrairement à la DEM lisse qui pénalise le recouvrement des grains via un ressort de contact, la méthode NSCD interdit toute interpénétration en imposant directement les conditions cinématiques au niveau des impulsions de contact. Elle se distingue en cela de la DEM régulière, issue des travaux fondateurs de Cundall et Strack [20] et largement employée pour la simulation des lits fluidisés [21], dans laquelle la force de contact dérive d'un modèle ressort–amortisseur dont le choix conditionne la dynamique reproduite [22].

Pour chaque paire de grains (i, j) susceptibles d'entrer en contact, on définit la distance de séparation $d_q = \|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\| - (r_i + r_j)$ et la normale unitaire $\mathbf{n}_q$ dirigée de i vers j ; la force de contact $\mathbf{f}_{ij}$ s'applique au point de contact entre les deux disques. Ces grandeurs géométriques, illustrées sur la figure 2.3, interviennent dans les deux lois de contact que la méthode NSCD satisfait de manière stricte à chaque pas de temps :

- la condition de Signorini (impénétrabilité) : la distance de séparation d_q entre deux grains ne peut pas devenir négative, et la force normale de contact F_n^q ne peut être que répulsive ($F_n^q \geq 0$, $d_q \cdot F_n^q = 0$) ;
- la loi de friction de Coulomb : la composante tangentielle de la force de contact est bornée par $\mu_c \cdot F_n^q$, le coefficient μ_c dépendant de la nature du contact (grain–grain ou grain–paroi).

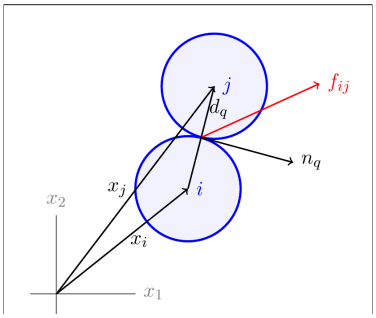


Figure 2.3: Géométrie du point de contact entre deux grains [18].

Les forces de contact sont résolues itérativement à chaque pas de temps par un solveur de contacts qui traite séquentiellement chaque paire en contact potentiel jusqu'à convergence. Le pas de temps de la phase solide est rendu adaptatif : il est calculé de façon à ce que le grain le plus rapide ne parcoure pas plus d'un rayon de grain par pas de temps, assurant ainsi la détection fiable de tous les contacts.

Dans les simulations de ce mémoire, les coefficients de friction sont fixés à $\mu_s = 0{,}4$ pour les contacts grain–grain (représentatif de la friction sable–sable) et $\mu_w = 0{,}3$ pour les contacts grain–paroi (représentatif de la friction sable–acier).

2.3 Formulation mathématique du modèle

Équations de la phase fluide : Navier–Stokes moyennées en volume (VANS)

Les équations régissant la phase fluide dans un milieu biphasique sont obtenues par une procédure de moyenne volumique des équations de Navier–Stokes classiques, originellement formalisée par Anderson & Jackson [23] dans le contexte des lits fluidisés et reprise par la suite dans toutes les implémentations non résolues [10]. Cette opération est nécessaire car le maillage fluide est plus grossier que la taille des grains : les équations décrivent le comportement moyen du fluide à l'échelle d'une cellule de calcul pouvant contenir plusieurs grains.

On définit la fraction de vide $\varepsilon \in [0, 1]$ comme la fraction volumique locale occupée par le fluide. Par définition, $(1 - \varepsilon)$ est la fraction volumique occupée par les grains. Dans les zones sans grain, $\varepsilon = 1$; dans un empilement dense de disques 2D, ε prend typiquement une valeur voisine de 0,40. En notant $\mathbf{u}$ la vitesse fluide, p la pression dynamique, ρ la densité du fluide, η sa viscosité dynamique, $\mathbf{g}$ l'accélération gravitationnelle, $\mathbf{v}$ la vitesse moyenne des grains dans le volume de contrôle et $\mathbf{f}$ la densité volumique de force d'interaction fluide–grain, les équations de conservation moyennées (*Volume-Averaged Navier–Stokes*, VANS) s'écrivent :

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot (\varepsilon\, \mathbf{u} + (1 - \varepsilon)\, \mathbf{v}) = 0, \tag{2.1}$$

$$\varepsilon\, \rho\, \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \varepsilon\, \rho\, \mathbf{g} + (1 - \varepsilon)\, \mathbf{f}, \tag{2.2}$$

où le tenseur des contraintes de Cauchy est défini comme :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\, \mathbf{I} + \varepsilon\, \eta \left(\boldsymbol{\nabla} \mathbf{u} + \boldsymbol{\nabla}^T \mathbf{u} \right). \tag{2.3}$$

où $\mathbf{I}$ est le tenseur identité.

L'équation de continuité (2.1) exprime la conservation de la masse du mélange : le terme $(1-\varepsilon)\,\mathbf{v}$ tient compte du flux de volume occupé par les grains mobiles. L'équation de quantité de mouvement (2.2) traduit l'équilibre dynamique de la phase fluide, avec trois contributions : les forces visqueuses et de pression (tenseur $\boldsymbol{\sigma}$), la gravité et la force d'interaction fluide–grain. Lorsqu'il n'y a pas de grains ($\varepsilon = 1$, $\mathbf{v} = \mathbf{0}$, $\mathbf{f} = \mathbf{0}$), ces équations se réduisent aux équations de Navier-Stokes incompressibles classiques.

Discrétisation par éléments finis et stabilisation PSPG

Les équations VANS sont discrétisées sur le maillage fluide par la méthode des éléments finis avec des fonctions de forme linéaires $\mathcal{P}_1$ pour la vitesse et la pression (interpolation d'égal ordre). Cette combinaison ne satisfait pas la condition inf-sup de Ladyženskaja–Babuška–Brezzi (LBB) nécessaire à la stabilité du problème de point-selle [10]. En l'absence de stabilisation, des modes spurieux de pression haute fréquence apparaissent et la simulation diverge.

La stabilisation adoptée est du type *Pressure-Stabilizing Petrov–Galerkin* (PSPG) : un terme résiduel de l'équation de quantité de mouvement pondéré par le gradient des fonctions test de pression est ajouté à la formulation variationnelle. Le paramètre de stabilisation ξ, calculé élément par élément, est donné par [11] :

$$\xi = \left[\left(\frac{2}{\Delta t} \right)^2 + \left(\frac{4\eta}{\rho\, h^2} \right)^2 \right]^{-1/2}, \tag{2.4}$$

où h est la taille caractéristique de l'élément et Δt le pas de temps. Ce paramètre est d'ordre $\mathcal{O}(h^2/\nu)$ (avec $\nu = \eta/\rho$ la viscosité cinématique), ce qui assure la convergence vers la solution exacte à mesure que le maillage est raffiné.

La formulation faible discrète stabilisée conduit à un système linéaire à résoudre à chaque pas de temps : trouver $(\mathbf{u}^h, p^h)$ tel que :

$$\begin{aligned} 0 &= \int_V \boldsymbol{\nabla} \cdot \left(\varepsilon \mathbf{u}^h + (1-\varepsilon)\mathbf{v}^h \right) \hat{p}^h \,\mathrm{d}V + \sum_i \xi \int_V \mathbf{R}(\mathbf{u}^h, p^h) \cdot \boldsymbol{\nabla} \hat{p}^h \,\mathrm{d}V, \\ 0 &= \int_V \left(\varepsilon \rho \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}^h}{\mathrm{d}t} - \varepsilon \rho \mathbf{g} - (1-\varepsilon)\mathbf{f}^h \right) \cdot \hat{\mathbf{u}}^h \,\mathrm{d}V - \int_V \boldsymbol{\nabla} \cdot \left(\boldsymbol{\sigma}^h \right) \cdot \hat{\mathbf{u}}^h \,\mathrm{d}V, \end{aligned} \tag{2.5}$$

où $\hat{\mathbf{u}}^h$ et $\hat{p}^h$ sont les fonctions test et $\mathbf{R}(\mathbf{u}^h, p^h)$ le résidu de l'équation de quantité de mouvement.

Dynamique des grains : équations de Newton–Euler et contacts NSCD

Chaque grain p est traité comme un corps rigide circulaire de masse m_p, de volume V_p, de moment d'inertie I_p et de diamètre d_p. Sa dynamique est gouvernée par les équations de Newton–Euler :

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{y}_p}{\mathrm{d}t} = \mathbf{v}_p, \tag{2.6}$$

$$m_p \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_p}{\mathrm{d}t} = m_p\,\mathbf{g} + \mathbf{F}_c^p + \mathbf{F}_p, \tag{2.7}$$

$$I_p \frac{\mathrm{d}\omega_p}{\mathrm{d}t} = M_p + M_c^p, \tag{2.8}$$

où $\mathbf{y}_p$ est la position du centre du grain, $\mathbf{v}_p$ sa vitesse de translation, ω_p sa vitesse de rotation angulaire, $\mathbf{F}_c^p$ et M_c^p les forces et moments résultant de tous les contacts actifs impliquant le grain p, $\mathbf{F}_p$ la force d'interaction fluide–grain et M_p le moment associé.

La résolution des contacts par la méthode NSCD est réalisée de façon itérative. À chaque itération, pour chaque paire de grains en contact potentiel, l'impulsion de contact est mise à jour de façon à satisfaire simultanément la condition de Signorini et la loi de Coulomb. La configuration d'équilibre est atteinte lorsque toutes les paires de contact sont traitées sans modification significative des impulsions.

Force d'interaction fluide–grain : corrélation de Dallavalle–Di Felice

Dans le cadre non résolu, la force exercée par le fluide sur un grain ne peut pas être calculée directement à partir des gradients de vitesse au voisinage immédiat du grain : le maillage est trop grossier pour résoudre la couche limite autour de chaque particule. Elle est donc paramétrée par une loi empirique fondée sur la porosité locale et le nombre de Reynolds du grain. Le choix de cette loi conditionne directement la qualité prédictive du modèle non résolu, ce qui explique l'attention qui lui a été portée dans la littérature [24].

La force exercée par le fluide sur le grain p se réduit ici à la contribution du gradient de pression et de la traînée ; les forces de portance, de Basset et de masse ajoutée sont négligées, conformément aux hypothèses retenues dans les implémentations de référence :

$$\mathbf{F}_p = \int_{V_p} \left(\mathbf{f}_p^{\mathrm{drag}} - \boldsymbol{\nabla} p \right) \mathrm{d}V_p. \tag{2.9}$$

La densité de force de traînée est modélisée par la corrélation de Dallavalle–Di Felice,

dont la fonction de voidage rend compte de l'effet de la porosité locale sur la traînée d'un grain au sein d'un assemblage dense [24] :

$$\mathbf{f}_p^{\mathrm{drag}} = \underbrace{\varepsilon^{-2,8}\left(0{,}77\sqrt{\varepsilon\,\mathrm{Re}_p} + 5{,}88\right)^2 \frac{\eta}{d_p^2}}_{\gamma} (\mathbf{u} - \mathbf{v}_p)\,, \tag{2.10}$$

où $\mathrm{Re}_p = \rho\, d_p\, \|\mathbf{u} - \mathbf{v}_p\|/\eta$ est le nombre de Reynolds du grain calculé avec la vitesse relative locale, et γ est un coefficient de traînée volumique. Le facteur $\varepsilon^{-2,8}$ quantifie l'influence des grains voisins sur la traînée d'un grain individuel : plus le milieu est dense (faible ε), plus la traînée par grain est amplifiée par rapport au cas d'un grain isolé, conformément aux données expérimentales sur les lits fluidisés.

Couplage fluide–grain par projection L_2

Pour que la présence des grains influence les équations du fluide, leurs champs discrets doivent être transférés sur le maillage fluide continu. Cette opération est réalisée par une projection L_2 avec les fonctions de forme nodales τ_i ; elle généralise l'approche par centroïde de particule (*Particle Centroid Method*, PCM) classiquement utilisée en CFD–DEM, qui souffre d'une limitation forte sur la taille du maillage par rapport au diamètre des grains [11]. La projection L_2 s'affranchit de cette contrainte et préserve la conservation stricte de la masse et de la quantité de mouvement entre les phases. Trois champs sont projetés à chaque pas de temps :

$$\int_V (1-\varepsilon)\,\tau\,\mathrm{d}V = \sum_p \int_{V_p} \tau\,\mathrm{d}V_p, \tag{2.11}$$

$$\int_V (1-\varepsilon)\,\mathbf{v}^h \cdot \boldsymbol{\nabla}\tau\,\mathrm{d}V = \sum_p \int_{V_p} \mathbf{v}_p \cdot \boldsymbol{\nabla}\tau\,\mathrm{d}V_p, \tag{2.12}$$

$$\int_V (1-\varepsilon)\,\mathbf{f}^h\,\tau\,\mathrm{d}V = -\sum_p \int_{V_p} \left(\mathbf{f}_p^{\mathrm{drag}} - \boldsymbol{\nabla} p^h\right)\tau\,\mathrm{d}V_p. \tag{2.13}$$

L'équation (2.11) projette la fraction volumique solide $(1-\varepsilon)$, ce qui permet au solveur fluide de connaître la porosité en chaque nœud du maillage. L'équation (2.12) projette la vitesse moyennée des grains, utilisée dans l'équation de continuité. L'équation (2.13) projette la force d'interaction, qui apparaît comme terme source dans l'équation de quantité de mouvement.

Pour calculer les intégrales sur le volume de chaque grain V_p, le disque est subdivisé en sous-éléments définis par son intersection avec les éléments du maillage fluide. Le centroïde de chaque sous-élément est calculé analytiquement, ce qui garantit une

intégration exacte de fonctions linéaires et assure la conservation stricte de la masse et de la quantité de mouvement [11]. La figure 2.4 illustre ce principe : chaque grain (cercle noir) est découpé par les arêtes des triangles qui le recouvrent, et les centroïdes des sous-éléments d'intersection (points rouges) servent à évaluer les intégrales. La carte de couleur représente la fraction de vide ε obtenue par projection sur les nœuds du maillage : elle est proche de 1 dans le fluide libre et diminue fortement dans le lit de grains dense.

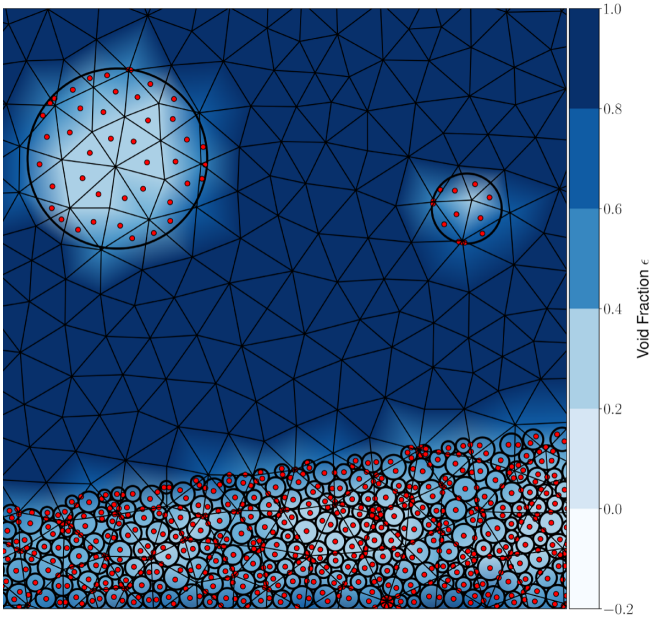


Figure 2.4: Projection L_2 du volume des grains sur le maillage fluide [11].

Schéma temporel semi-implicite

La force d'interaction fluide–grain peut être une source importante d'instabilité numérique lorsqu'elle est traitée de façon explicite, car son amplitude peut être très grande comparée aux termes d'inertie dans les milieux denses. MigFlow utilise un schéma semi-implicite pour cette force [10] : la vitesse prédite du grain $\mathbf{v}^*$ anticipe les valeurs futures de la vitesse fluide $\mathbf{u}^{n+1}$ et du gradient de pression $\boldsymbol{\nabla} p^{n+1}$:

$$\mathbf{v}^* = \left[\frac{m}{\Delta t} + \gamma^n\right]^{-1} \left[\frac{m}{\Delta t}\,\mathbf{v}^n + m\,\mathbf{g} + \mathbf{F}_c^n + V\Big(-\boldsymbol{\nabla} p^{n+1} + \gamma^n\,\mathbf{u}^{n+1}\Big)\right]. \tag{2.14}$$

Cette formulation couple implicitement la force de traînée à la vitesse fluide tout en maintenant une résolution séquentielle des deux phases. Elle assure la stabilité numérique même lorsque le rapport $\gamma^n\,\Delta t/m$ est grand, c'est-à-dire lorsque la traînée est dominante devant l'inertie du grain – situation typique des milieux granulaires

denses immergés.

2.4 Maillage à raffinement adaptatif pour le jet d'injection

La qualité prédictive d'une simulation FEM–DEM dépend directement de l'adéquation entre le maillage fluide et les échelles spatiales du problème. Cette adéquation est doublement contrainte : d'une part, le maillage doit être suffisamment fin pour résoudre les gradients hydrodynamiques engendrés par le jet d'injection, en particulier au voisinage des singularités géométriques ; d'autre part, et conformément à l'hypothèse du modèle non résolu, la taille caractéristique des éléments doit rester supérieure au diamètre des grains afin que la projection L_2 soit bien définie [11]. La présente section décrit la stratégie de maillage adoptée pour concilier ces deux exigences dans la configuration du vibro-jetting.

Le domaine de calcul est une coupe transversale 2D en forme de " U" (figure 2.5) : le rectangle du sol est creusé d'une cavité rectangulaire correspondant à l'intérieur du pieu vide. Les frontières sont étiquetées en groupes physiques (`Bottom`, `Top`, `Left`, `Right`, `Left2`, `Right2`, `Injector`) qui sont directement utilisées par MigFlow pour appliquer les conditions aux limites du fluide et des grains, fixées au cas par cas au chapitre suivant. La géométrie est construite et étiquetée via l'API Python de `gmsh` ; le maillage en lui-même est produit par le script `mesh_refined.py`.

Le maillage généré est triangulaire non structuré, à éléments linéaires $\mathcal{P}_1$ pour la vitesse et la pression : cette interpolation d'égal ordre est celle pour laquelle la stabilisation PSPG décrite plus haut a été conçue. La taille locale des éléments est pilotée par trois champs de distance hiérarchisés, qui rendent compte des différents niveaux de finesse requis par le problème :

- $h = 1{,}5$ mm aux coins inférieurs de l'injecteur, où la singularité géométrique induit les gradients de vitesse les plus élevés et conditionne la précision de la traînée locale exercée sur les grains voisins ;
- $h = 3$ mm le long des parois de l'injecteur (`Left2`, `Right2`, `Injector`), zone de développement du jet ;
- $h = 7$ mm le long des parois externes du domaine (`Left`, `Right`, `Bottom`) ;
- $h = 28$ mm au centre du domaine, loin de toute paroi.

La taille effective en chaque point est le minimum des trois champs `Threshold`, de sorte que la contrainte la plus restrictive l'emporte systématiquement. Dans toutes les zones susceptibles d'être occupées par les grains, on vérifie que $h > d_p = 2\,r_p$, où d_p désigne le diamètre du grain : cette inégalité garantit qu'un grain donné intersecte plusieurs éléments fluides adjacents, condition nécessaire à la bonne définition de la projection L_2 entre les deux phases [10, 11]. Le maillage final résultant compte 5491 triangles (figure 2.5).

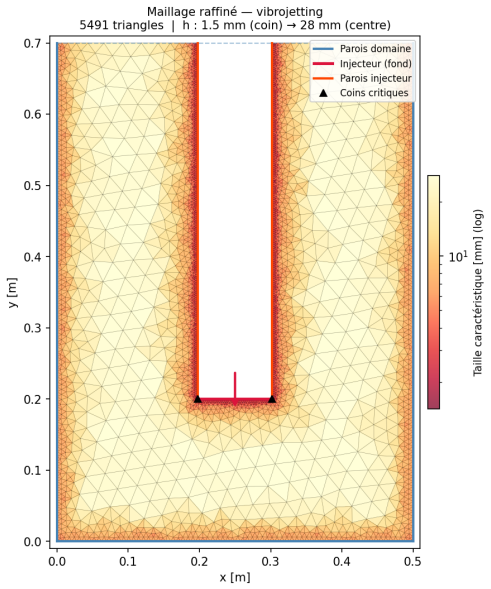


Figure 2.5: Maillage à raffinement adaptatif utilisé pour les simulations (5491 triangles). La couleur indique la taille caractéristique locale (échelle logarithmique) : rouge foncé près des coins de l'injecteur ($h \approx 1{,}5$ mm), jaune clair au centre du domaine ($h \approx 28$ mm).

Ce maillage est conservé identique pour l'ensemble des simulations présentées au chapitre suivant. Seuls les paramètres physiques propres à chaque configuration (vitesses d'injection, conditions aux limites, présence ou non d'une surcharge) sont modifiés : ils sont introduits localement, en regard des résultats qu'ils permettent d'obtenir.

Chapter 3

Caractérisation des régimes de fluidisation par jet

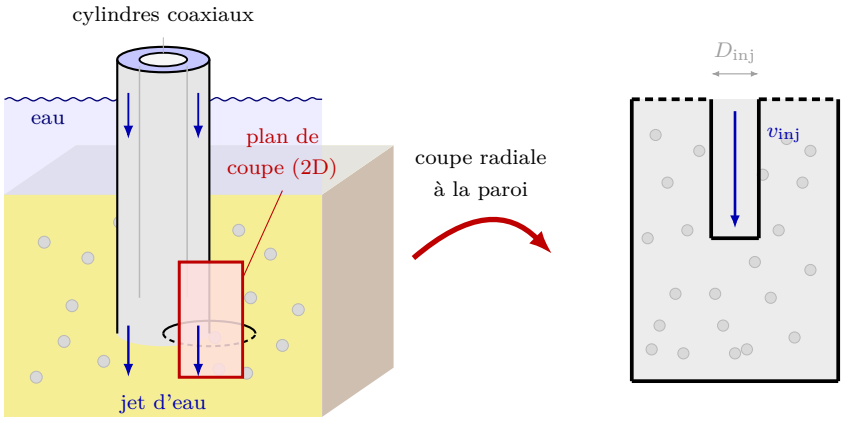
Le vibro-jetting repose sur la capacité d'un jet d'eau à transformer localement un sol granulaire en un milieu fluidisé, dans lequel les grains perdent leurs contacts porteurs et la résistance à la pénétration du pieu s'effondre. Avant de quantifier la réduction des forces qui en résulte sur les parois du pieu, il convient d'identifier les régimes hydrodynamiques qui gouvernent ce changement d'état. Ce chapitre s'attache donc à caractériser, à l'aide du solveur PFEM–DEM décrit au chapitre 2, les mécanismes par lesquels un jet d'eau induit la fluidisation d'un lit granulaire dans la configuration bidimensionnelle retenue.

La progression suit trois niveaux de complexité croissante. La section 3.1 analyse d'abord le jet en l'absence de grains, afin d'identifier la structure de l'écoulement de référence et les cellules de recirculation qui en découlent. La section 3.2 introduit ensuite un lit granulaire à surface libre et établit le seuil de fluidisation par l'équation d'Ergun, puis trois régimes successifs sont distingués selon la vitesse d'injection imposée. La section 3.3 examine enfin la configuration confinée représentative d'un pieu partiellement enfoncé, dans laquelle le sol sus-jacent retient les grains mobilisés et modifie la distribution spatiale de la résistance hydraulique.

Une hypothèse commune à l'ensemble de ces simulations mérite d'être posée d'emblée. Le pieu est considéré comme *stationnaire* : la vitesse de pénétration réelle, de l'ordre du centimètre par seconde, reste très faible devant les vitesses caractéristiques de fluidisation, et son déplacement sur l'échelle de temps d'un cycle d'injection est négligeable. Cette approximation quasi-statique simplifie considérablement le problème tout en préservant les mécanismes hydrauliques et granulaires essentiels au vibro-jetting.

Avant d'aborder ces configurations, il convient d'expliquer comment la géométrie réelle du procédé se ramène au domaine effectivement simulé ; la figure 3.1 en résume

le principe. En pratique, l'eau n'est pas injectée par un orifice ponctuel : elle circule dans l'espace annulaire compris entre les deux cylindres coaxiaux qui forment la base du monopieu, avant d'être éjectée dans le sol au voisinage de la pointe. Simuler cette géométrie complète en trois dimensions serait prohibitif ; on isole donc une petite tranche radiale prélevée à la paroi du pieu 3.1a. Dans ce plan, la double paroi se réduit à deux parois verticales, l'espace annulaire à un injecteur de largeur D_{inj} et le sol environnant à un lit de grains bidimensionnel. C'est ce domaine qui sert de support à toutes les configurations étudiées dans ce chapitre et le suivant.



(a) Monopieu réel (3D) (b) Domaine bidimensionnel

Figure 3.1: Du monopieu réel (a) au domaine bidimensionnel (b).

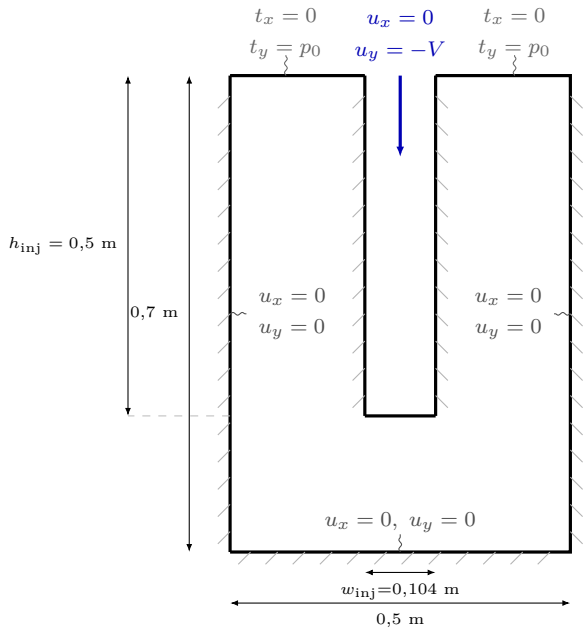
3.1 Écoulement de référence : jet en milieu purement fluide

L'analyse du jet en l'absence de grains constitue un préalable indispensable. Elle révèle la structure de l'écoulement (champ de vitesse, zones de recirculation, distribution de pression) que toute interaction avec un lit granulaire viendra ensuite perturber, et fournit un point de référence sur lequel s'appuieront les interprétations des configurations suivantes.

Configuration et conditions aux limites

Le domaine est confiné latéralement et en bas par des parois solides imposant une condition de non-glissement ($u_x = u_y = 0$). La surface supérieure constitue une frontière ouverte (traction imposée $t_x = 0$, $t_y = p_0$) permettant au fluide de s'échapper librement du domaine. L'injection d'eau est modélisée par une vitesse imposée $u_y = -V$ à la

sortie de l'injecteur, avec $V = 1$ m/s.



Conditions aux limites du domaine de simulation sans milieu granulaire. Hachures : parois solides ($u_x = u_y = 0$) sur les côtés, le fond et les parois de l'injecteur. Tirets : surface libre ($t_x = 0$, $t_y = p_0$).

Résultats

Le champ de vitesse au régime permanent ($t = 10$ s) est présenté à la figure 3.2. La première observation est géométrique : la distance entre la sortie de l'injecteur et le fond du domaine vaut $h_{\text{fond}} = 0{,}2$ m, soit environ deux diamètres d'injection ($D_{\text{inj}} = 0{,}104$ m). Or la longueur du cœur potentiel d'un jet plan est classiquement estimée à $L_c \approx 6\, D_{\text{inj}} \approx 0{,}62$ m [25]. Le jet n'a donc jamais la place de se développer librement : il atteint le fond avant tout élargissement significatif, ce que confirme le champ de vitesse où les vitesses élevées restent concentrées sur l'axe de l'injecteur jusqu'à l'impact.

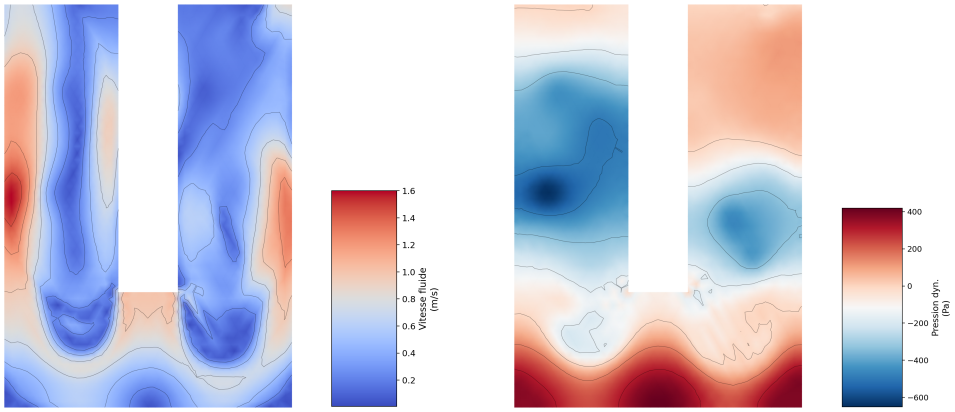


Figure 3.2: Champ de vitesse au régime permanent ($t = 10$ s) en domaine confiné sans milieu granulaire. Magnitude de la vitesse en m/s (gauche) et pression dynamique $p^* = p_{\text{total}} - p_{\text{hydro}}$ en Pa (droite).

Après impact sur le fond, le fluide est contraint de remonter de part et d'autre de l'injecteur, formant deux cellules de recirculation symétriques. Cette structure est fondamentale pour la suite de l'analyse : lorsqu'un milieu granulaire sera présent, ce sont précisément ces cellules qui assureront le transport ascendant des particules le long des parois du pieu, mécanisme central du vibro-jetting. L'absence de grains dans la présente configuration permet de l'identifier sans qu'aucun effet annexe ne vienne la masquer.

Le champ de pression dynamique $p^* = p_{\text{total}} - \rho g(H - y)$, où H désigne la hauteur du domaine et y la cote verticale mesurée depuis le fond, obtenu en retranchant la composante hydrostatique, complète cette lecture en révélant les gradients moteurs de l'écoulement. Les zones de dépression (bleu) coïncident avec les régions de forte vitesse ascendante dans les cellules de recirculation, conformément au théorème de Bernoulli. Les zones de surpression (rouge) correspondent aux régions de décélération, en particulier à la base du domaine où le jet impacte le fond. L'amplitude de ces écarts reste faible devant la pression hydrostatique totale ($\rho g H \approx 6900$ Pa), ce qui confirme que la dynamique est pilotée par la quantité de mouvement du jet et non par un différentiel de pression imposé.

3.2 Fluidisation d'un lit granulaire à surface libre

La première configuration avec grains mobiles autorise les particules à se déplacer librement sous l'effet du jet. Le domaine est délimité par des parois solides sur trois côtés (fond et flancs) et une surface libre en partie haute, par laquelle le fluide peut s'évacuer et les grains s'échapper. Cette géométrie représente physiquement le tout

début du processus d'installation : le pieu pénètre dans le sol et le sable environnant est encore libre de remonter vers le milieu marin. L'objectif est d'identifier le seuil de vitesse d'injection à partir duquel la fluidisation du lit granulaire devient observable, et de caractériser les régimes qui s'y succèdent.

Configuration et conditions aux limites

Le domaine mesure 0,5 m × 0,7 m. L'injecteur de largeur $D_{\text{inj}} = 0{,}104$ m est positionné en partie haute, ses parois constituant les faces du pieu (non-glissement). La surface libre ($t_x = 0$, $t_y = p_0$) permet au fluide de sortir librement par le haut. Les grains ont un rayon $r_p = 4{,}5$ mm et une densité $\rho_p = 2650$ kg/m^3 ; ils peuvent s'échapper par la surface libre mais sont bloqués par les trois parois solides.

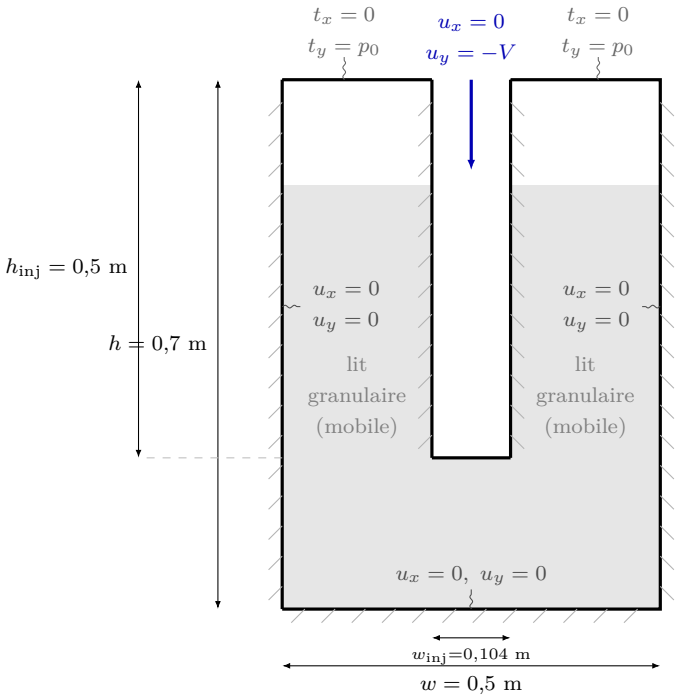


Schéma du domaine de simulation à l'échelle. Hachures : parois solides (non-glissement, $u_x = u_y = 0$) sur les côtés, le fond et les parois de l'injecteur. Tirets : surface libre ($t_x = 0$, $t_y = p_0$). Zone grisée : lit granulaire mobile.

Vitesse minimale de fluidisation

Avant d'examiner les résultats numériques, il est utile d'établir analytiquement le seuil de vitesse au-delà duquel les forces hydrodynamiques suffisent à soulever les grains. La fluidisation d'un lit granulaire correspond à l'état dans lequel les contraintes effectives entre particules s'annulent : le fluide supporte alors intégralement le poids

apparent du solide et le milieu acquiert un comportement collectif de type fluide, dans lequel les grains peuvent se réarranger librement.

Le critère de fluidisation s'obtient en égalisant la perte de charge par unité de hauteur au poids apparent du lit par unité de volume :

$$\left.\frac{\Delta p}{L}\right|_{v_{mf}} = (\rho_p - \rho_f)\,(1-\phi_{mf})\,g \tag{3.1}$$

où Δp est la perte de charge sur la hauteur de lit L, ρ_f la masse volumique du fluide et ϕ_{mf} la porosité du lit au seuil de fluidisation, c'est-à-dire la fraction de volume occupée par l'eau entre les grains au moment où débute la fluidisation (de sorte que $1-\phi_{mf}$ est la fraction effectivement occupée par les grains). La perte de charge dans le lit granulaire est décrite par la corrélation d'Ergun [8], construite à partir de données expérimentales sur des lits fixes et robuste sur une large plage de régimes d'écoulement :

$$\frac{\Delta p}{L} = \underbrace{150\,\frac{\mu\,(1-\phi)^2}{\phi^3\,d_p^2}}_{\text{Kozeny-Carman}}\,v + \underbrace{1{,}75\,\frac{\rho_f\,(1-\phi)}{\phi^3\,d_p}}_{\text{Burke-Plummer}}\,v^2 \tag{3.2}$$

où μ est la viscosité dynamique du fluide, ϕ la porosité du lit (identique à la fraction de vide ε introduite au chapitre 2) et v la vitesse de filtration, c'est-à-dire la vitesse superficielle du fluide à travers le lit. Le terme de Kozeny-Carman traduit la dissipation visqueuse dans les chenaux tortueux interparticulaires ; linéaire en v, il domine pour $Re_p = \rho_f v d_p/\mu \lesssim 10$. Le terme de Burke-Plummer traduit les pertes inertielles (traînée de pression) à la surface des grains ; quadratique en v, il prend le dessus pour $Re_p \gtrsim 10^2$. La transition entre ces deux régimes est continue, sans paramètre d'ajustement supplémentaire, ce qui fait la force de la corrélation d'Ergun sur l'ensemble des régimes pratiques, des filtres lents aux fluidiseurs industriels.

En substituant (3.2) dans (3.1) avec les paramètres de la simulation ($d_p = 9\times10^{-3}$ m, $\phi_{mf} = 0{,}40$, $\rho_p = 2650$ kg/m^3, $\rho_f = 1000$ kg/m^3, $\mu = 10^{-3}$ Pa · s, $g = 9{,}81$ m/s^2), on résout l'équation du second degré en v_{mf} :

$$v_{mf} \approx 0{,}07 \text{ m/s} \tag{3.3}$$

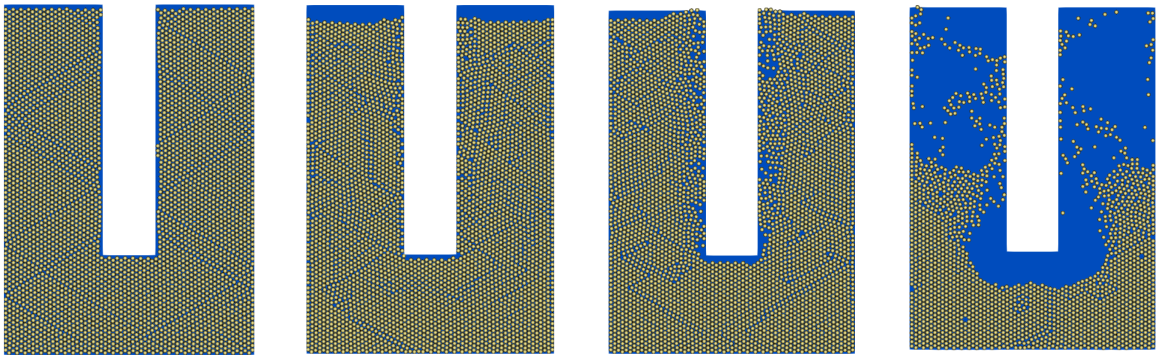
Un recoupement avec la corrélation empirique de Wen & Yu [26], qui relie directement le Reynolds de fluidisation au nombre d'Archimède $Ar = g\,d_p^3\,\rho_f\,(\rho_p-\rho_f)/\mu^2$ sans passer explicitement par l'équation de perte de charge :

$$Re_{mf} = \left(33{,}7^2 + 0{,}0408\,Ar\right)^{1/2} - 33{,}7, \qquad v_{mf} = \frac{Re_{mf}\,\mu}{\rho_f\,d_p}$$

confirme le même ordre de grandeur et renforce la confiance dans la valeur retenue ; l'articulation physique entre ces deux corrélations, et la signification des constantes qu'elles font intervenir, sont analysées en détail par Niven [27]. Le rapport adimensionnel v_{inj}/v_{mf} servira par la suite d'indicateur canonique du régime de fluidisation.

Résultats : trois régimes de fluidisation

La figure 3.3 compare l'état initial du lit à son comportement pour trois vitesses d'injection croissantes, judicieusement choisies pour balayer la plage qui encadre v_{mf}.



(a) État initial, $t = 0$ s | (b) $v_{\text{inj}} = 10^{-3}$ m/s, $t = 2$ s | (c) $v_{\text{inj}} = 0{,}07$ m/s $\approx v_{mf}$, $t = 2$ s | (d) $v_{\text{inj}} = 1$ m/s $\approx 14\, v_{mf}$, $t = 2$ s

Figure 3.3: Évolution du lit granulaire en fonction de la vitesse d'injection. (a) État de référence avant injection. (b) Régime non fluidisé : structure intacte, la gravité domine. (c) Régime de transition : fluidisation localisée sous l'injecteur, en accord avec v_{mf}. (d) Régime fortement fluidisé : transport généralisé des grains vers la surface libre.

À faible vitesse ($v_{\text{inj}} = 10^{-3}$ m/s $\approx v_{mf}/70$), le lit reste intact (figure 3.3b), ce qui confirme par ailleurs l'absence d'artefacts numériques susceptibles de mobiliser les grains à débit nul. Lorsque la vitesse atteint le seuil $v_{\text{inj}} \approx v_{mf} = 0{,}07$ m/s, une zone localement déstructurée apparaît sous l'injecteur (figure 3.3c), en bon accord avec la prédiction théorique. Pour $v_{\text{inj}} = 1$ m/s $\approx 14\, v_{mf}$, la fluidisation devient généralisée (figure 3.3d) : le lit perd sa structure et les grains s'échappent par la surface libre. Ce dernier régime est représentatif des conditions opérationnelles du vibro-jetting.

Interprétation physique des trois régimes

Régime de Darcy : filtration visqueuse ($v_{\text{inj}} \ll v_{mf}$). La loi de Darcy, établie expérimentalement en 1856 par Henry Darcy lors de l'étude des filtres à sable alimentant les fontaines de Dijon [28], constitue le cadre fondamental de l'hydraulique des milieux

poreux. Elle établit une relation de proportionnalité entre la vitesse de filtration v et le gradient de pression moteur :

$$v = \frac{K}{\mu}\left(\frac{\Delta p}{L} - \rho_f\, g\right), \tag{3.4}$$

où K [m^2] désigne la perméabilité intrinsèque, uniquement fonction de la géométrie des pores et indépendante du fluide. Cette linéarité est valide tant que la dissipation d'énergie est exclusivement visqueuse, soit pour $Re_p = \rho_f v d_p/\mu \lesssim 1$–$10$. À ce régime correspond une structure d'écoulement de type Stokes autour de chaque grain : aucun décollement de couche limite ne survient, aucun sillage ne se forme, et les forces de traînée sont entièrement déterminées par la viscosité du fluide, indépendamment de sa densité. Dans ce régime, la perméabilité $K \approx 8{,}0 \times 10^{-8}$ m^2 est la seule grandeur caractéristique du milieu : elle est donnée par le terme de Kozeny-Carman de l'équation d'Ergun (3.2), déjà présentée, et synthétise la tortuosité des chenaux interparticulaires et la surface spécifique du milieu.

Dans la simulation à $v_{\text{inj}} = 10^{-3}$ m/s, on calcule $Re_p \approx 9$, soit en limite haute du régime de Darcy. La figure 3.3b confirme ce diagnostic : la structure granulaire demeure rigoureusement intacte, aucun grain n'est mobilisé, et le champ de pression est quasi-hydrostatique. Ce cas remplit une fonction méthodologique essentielle : il permet de garantir que le couplage FEM-DEM ne génère pas d'artefacts numériques susceptibles de déclencher une fluidisation artificielle à faible vitesse. Les conditions opératoires du vibrojetting ($v_{\text{inj}} \geq v_{mf}$) dépassent structurellement le domaine de validité de Darcy, comme le confirme quantitativement le paragraphe suivant.

Régime de Forchheimer : résistance inertielle ($Re_p \gtrsim 10$, $v_{\text{inj}} \lesssim v_{mf}$). Dès 1901, des mesures systématiques sur l'écoulement en milieux poreux à plus grande vitesse mirent en évidence une déviation croissante et non linéaire par rapport à la proportionnalité de Darcy. Philipp Forchheimer [29] proposa de corriger cette déviation en ajoutant un terme quadratique en vitesse :

$$-\frac{\Delta p}{L} = \frac{\mu}{K}\, v + \beta\, \rho_f\, v^2, \tag{3.5}$$

où β [m^{-1}] est le coefficient inertiel de Forchheimer. L'interprétation physique de ce terme est bien établie [30, 31] : lorsque la vitesse interstitielle augmente, les filets fluides qui contournent les grains subissent un gradient de pression adverse suffisant pour provoquer le décollement de la couche limite, générant des vortices de sillage stationnaires à l'aval de chaque grain. La dissipation par traînée de pression (*form drag*), absente en régime de Stokes, croît comme v^2 et prend le relais de la dissipation

visqueuse. Il s'agit d'une instabilité inertielle à l'échelle du pore, distincte d'une turbulence macroscopique : les fluctuations restent confinées dans les pores individuels, et la loi de Forchheimer (3.5) capture leur effet intégré sur la perte de charge globale. La transition Darcy–Forchheimer est continue et progressive, sans seuil abrupt, ce qui justifie l'usage de la corrélation d'Ergun sur l'ensemble de la plage $1 \lesssim Re_p \lesssim 10^3$.

Le terme de Burke-Plummer de l'équation d'Ergun (3.2) est précisément le terme inertiel de Forchheimer, avec $\beta = 1{,}75\,(1-\phi)/(\phi^3\, d_p) \approx 430$ m^{-1} dans notre géométrie. Le rapport entre contribution inertielle et contribution visqueuse s'exprime simplement comme :

$$\frac{\text{Forchheimer}}{\text{Darcy}} = \frac{1{,}75\,\rho_f\, d_p}{150\,\mu\,(1-\phi)}\, v_{\text{inj}} \approx 175\, v_{\text{inj}} \qquad (v_{\text{inj}} \text{ en m/s}), \tag{3.6}$$

ce qui situe la vitesse de croisement Darcy–Forchheimer à $v^* = 150\,\mu\,(1-\phi)/[1{,}75\,\rho_f\, d_p] \approx$ 5,7 mm/s. Ainsi, à $v_{\text{inj}} = 10^{-3}$ m/s, le ratio vaut 0,18 (Darcy légèrement dominant) ; à $v_{\text{inj}} = v_{mf} = 0{,}07$ m/s, il atteint 12 (Forchheimer largement dominant) ; et à $v_{\text{inj}} = 0{,}3$ m/s, il est de 52, conformément à l'estimation déjà présentée à la section précédente. L'ensemble de la plage opératoire du vibrojetting se situe donc en régime de Forchheimer, bien avant le seuil de fluidisation. La corrélation de Di Felice [24] utilisée par MigFlow pour le calcul de la force grain-fluide intègre cette dépendance en Re_p via un exposant de traînée variant continûment entre la limite de Stokes et le régime de Newton, garantissant une représentation physiquement cohérente des forces hydrodynamiques sur l'ensemble de la gamme de vitesse simulée.

Régime fluidisé : suspension granulaire et transport actif ($v_{\text{inj}} \geq v_{mf}$). La fluidisation constitue une transition de phase mécanique du milieu granulaire, qualitativement distincte des régimes précédents. Au-delà de v_{mf}, le gradient de pression hydrodynamique imposé par le fluide sur l'assemblage de grains compense exactement, puis dépasse, le poids apparent du milieu. Les contraintes effectives intergranulaires s'annulent, le réseau de contacts porteurs qui conférait au milieu sa rigidité de solide se désintègre, et le milieu acquiert une mobilité collective de type fluide : les grains deviennent libres de se réarranger sous l'action des forces hydrodynamiques et de la gravité. Ce phénomène est à la base des lits fluidisés industriels (réacteurs chimiques, sécheurs, calcinateurs) dont la dynamique est traitée en détail dans [32, 33].

La rhéologie de la suspension dense formée par les grains fluidisés dépend fortement de la compacité locale. Guazzelli & Pouliquen [34, 35] montrent que la viscosité effective d'une suspension de sphères rigides non colloïdales croît avec la fraction volumique solide $(1-\phi)$ et diverge à l'approche d'une compacité critique correspondant à la transition de *jamming* (empilement aléatoire compact, $(1-\phi_c) \approx 0{,}60$–$0{,}64$). Dans notre configuration,

deux zones coexistent avec des comportements rhéologiques radicalement différents : la zone fluidisée sous l'injecteur, caractérisée par une porosité élevée ($\phi \to 1$, suspension diluée), où les interactions hydrodynamiques dominent sur les contacts directs et le transport granulaire est gouverné par la traînée fluide-grain ; et la zone compacte non mobilisée ($\phi \approx 0{,}40$, $Re_{p,\,\mathrm{local}} \approx 0$), qui se situe à la limite du jamming, où les chaînes de contacts constituent la structure portante et où toute déformation macroscopique est bloquée par les forces de contact.

D'un point de vue opérationnel, la condition $v_{\mathrm{inj}} \geq v_{mf}$ est nécessaire mais non suffisante à l'efficacité du vibrojetting. À $v_{\mathrm{inj}} \approx v_{mf}$ (figure 3.3c), la déstabilisation est localisée : les grains sont soulevés au voisinage immédiat de l'injecteur mais ne sont pas transportés à distance, et la résistance globale du milieu demeure élevée. Il s'agit de la fluidisation incipiente : suppression des contraintes effectives dans un volume limité, sans création d'un chemin de moindre résistance susceptible d'autoriser l'avancement du pieu. Cette mise en suspension localisée au-dessus du point d'injection, et la cavité fluidisée en forme de cheminée qui l'accompagne, ont fait l'objet d'études expérimentales dédiées dans des lits granulaires immergés [36, 37, 38]. À $v_{\mathrm{inj}} = 14\, v_{mf}$ (figure 3.3d), les grains sont non seulement soulevés mais activement advectés par le jet, formant un panache granulaire ascendant qui vide progressivement la zone sous-injecteur [39] : c'est la condition du vibrojetting efficace. La pression disponible représente alors environ 17 fois celle nécessaire à la seule fluidisation statique, ce qui assure un transport granulaire actif même en présence des forces de confinement. La règle empirique adoptée en pratique (injection à $v_{\mathrm{inj}} \geq 5$–$10\, v_{mf}$) traduit précisément cette exigence de transport au-delà de la simple mise en suspension.

Cette configuration de référence illustre clairement la cascade de régimes du vibro-jetting. Elle présente néanmoins une limite : les parois latérales solides imposent des contraintes artificielles sur l'écoulement et empêchent le sol environnant d'interagir avec la zone fluidisée. La section suivante introduit un confinement supérieur des grains afin de s'affranchir de cette contrainte.

3.3 Lit confiné : fluidisation et transport sous un sol sus-jacent

La configuration à surface libre étudiée à la section 3.2 correspond au tout début de l'opération de vibro-jetting, lorsque le pieu n'a pas encore pénétré dans le sol. Dès que la pointe s'enfonce, en revanche, le sable mobilisé par le jet ne peut plus s'évacuer librement vers le milieu marin : il est retenu par la masse de sol qui surmonte la zone d'injection. Ce confinement modifie profondément la résistance hydraulique du système

et redistribue la pression interstitielle dans toute la hauteur du lit. La présente section quantifie ces effets sur une configuration représentative d'un pieu partiellement enfoncé.

Configuration et conditions aux limites

Le domaine reprend les dimensions des sections précédentes, soit $0{,}5\,\mathrm{m} \times 0{,}7\,\mathrm{m}$, avec un injecteur de largeur $D_{\mathrm{inj}} = 0{,}104$ m positionné en partie haute. Les parois du fond, des flancs et de l'injecteur imposent une condition de non-glissement ($u_x = u_y = 0$), et les grains ont un rayon $r_p = 4{,}5$ mm pour une densité $\rho_p = 2650$ kg/m^3. La particularité de la configuration réside dans la condition imposée à la frontière supérieure ($y = h = 0{,}7$ m) : pour le solveur fluide, il s'agit d'une surface libre ($t_x = 0$, $t_y = p_0 = 0$) qui autorise l'évacuation du fluide ; pour les grains, cette même frontière est un segment DEM rigide qui les confine dans le domaine. Ce double rôle reproduit la présence d'un sol sus-jacent lors de l'enfoncement du pieu : le fluide peut s'infiltrer vers le haut comme à travers un milieu semi-perméable, tandis que les grains restent prisonniers de la cellule de simulation. La vitesse d'injection est maintenue à $v_{\mathrm{inj}} = 0{,}3$ m/s à la pointe de l'injecteur, soit environ quatre fois le seuil de fluidisation $v_{mf} \approx 0{,}07$ m/s établi à la section 3.2 (équations 3.2–3.3).

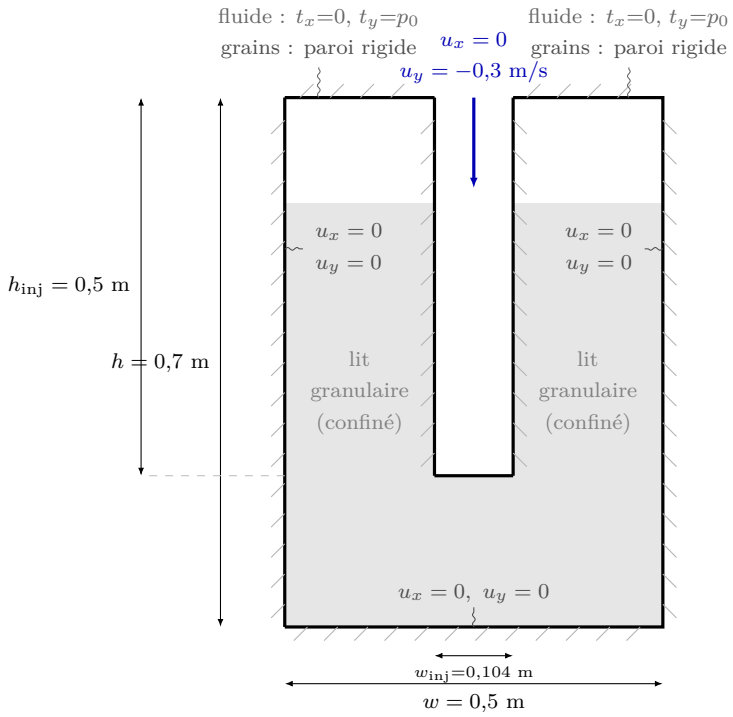


Schéma du domaine de simulation à l'échelle. Hachures : parois solides (non-glissement, $u_x = u_y = 0$) sur le fond, les flancs et l'injecteur. Frontière haute : hachures (paroi DEM, grains confinés) superposées à des tirets (surface libre fluide, $t_x = 0$, $t_y = p_0$). Zone grisée : lit granulaire.

Régime hydrodynamique attendu. Avant d'examiner les résultats numériques, il est utile de situer le régime d'écoulement attendu pour cette configuration. Le nombre de Reynolds particulaire à la vitesse d'injection vaut

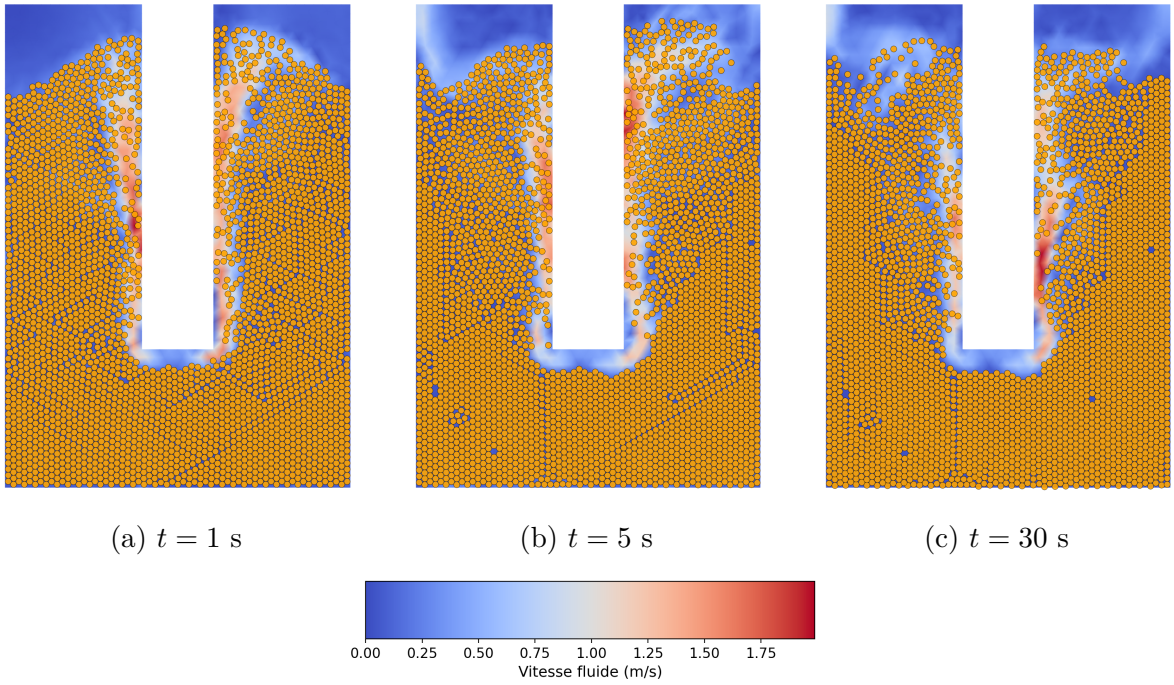
$$Re_p = \frac{\rho_f \, v_{\text{inj}} \, d_p}{\mu} = \frac{1000 \times 0{,}3 \times 9 \times 10^{-3}}{10^{-3}} \approx 2700, \tag{3.7}$$

ce qui place l'écoulement très au-dessus de la limite de validité de la loi de Darcy et, conformément à l'analyse de la section 3.2, dans le régime inertiel de Forchheimer. Le rapport au seuil de fluidisation,

$$\frac{v_{\text{inj}}}{v_{mf}} \approx \frac{0{,}30}{0{,}07} \approx 4{,}3, \tag{3.8}$$

indique de surcroît un régime franchement supercritique, dans lequel le transport actif des grains doit l'emporter sur la simple mise en suspension. En appliquant la corrélation d'Ergun (3.2) sur la hauteur de lit $L \approx 0{,}2$ m située directement sous la pointe de l'injecteur, la perte de charge atteint $\Delta p \approx 33{,}4$ kPa, soit environ 17 fois la pression critique de fluidisation statique ($\Delta p_{\text{crit}} \approx 1{,}94$ kPa). Cette marge est caractéristique

d'un vibro-jetting efficace : la pression hydraulique disponible dépasse largement le seuil de mise en suspension, ce qui garantit non seulement le soulèvement mais aussi le transport effectif des grains. Le confinement supérieur ajoute toutefois une difficulté propre, en concentrant le gradient de pression interstitielle sur toute la hauteur du domaine, comme le révèle l'analyse des champs en régime établi.



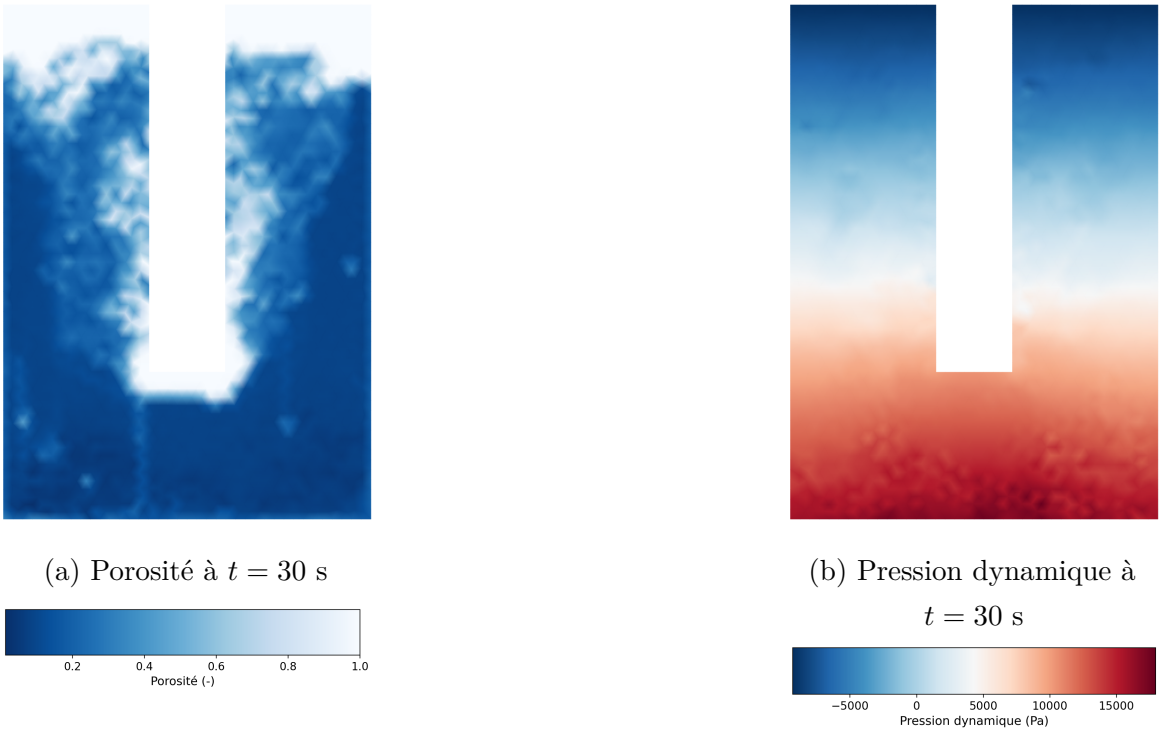
(a) $t = 1$ s (b) $t = 5$ s (c) $t = 30$ s

Figure 3.4: Évolution temporelle du champ de vitesse fluide (m/s) et des grains (orange) en configuration de profondeur, $v_{\text{inj}} = 0{,}3$ m/s. (a) Établissement du jet et mobilisation initiale des grains. (b) Régime quasi-permanent atteint dès $t \approx 5$ s : zone fluidisée sous l'injecteur et couche dense accumulée sous le segment supérieur. (c) État à $t = 30$ s, quasi identique à (b), confirmant la stabilité du régime.

Évolution temporelle et redistribution granulaire. Dans les premières secondes, le jet s'établit sous la pointe de l'injecteur et une zone de décompaction granulaire se développe localement : les grains commencent à se mobiliser vers le haut (figure 3.4a). L'effet du confinement se manifeste rapidement : les grains ne pouvant s'échapper, ils s'accumulent contre le segment solide et forment une couche dense en partie haute du domaine. Le fluide, contraint de traverser cette couche pour rejoindre la frontière de sortie, voit sa résistance hydraulique augmenter, mécanisme cohérent avec le terme inertiel de l'équation d'Ergun appliqué à un milieu localement compacté.

Ce régime est déjà pleinement établi à $t \approx 5$ s (figure 3.4b) : la zone fluidisée sous l'injecteur et la couche dense en haut du domaine coexistent de façon stable. La

comparaison avec l'état à $t = 30$ s (figure 3.4c) confirme que la configuration évolue peu au-delà de ce point : la distribution spatiale de porosité est bimodale et figée, avec une zone dilatée ($\phi \to 1$) sous l'injecteur et une zone dense ($\phi \approx \phi_0 = 0{,}40$) accumulée en haut.



(a) Porosité à $t = 30$ s

(b) Pression dynamique à $t = 30$ s

Figure 3.5: État du domaine en régime quasi-permanent ($t = 30$ s). (a) Champ de porosité : zone fluidisée (porosité élevée) sous l'injecteur et couche dense accumulée contre le segment supérieur. (b) Pression dynamique : gradient soutenu sur toute la hauteur du domaine, reflet de la résistance hydraulique imposée par le confinement granulaire.

Champs de porosité et pression dynamique en régime établi. Le champ de porosité en régime établi (figure 3.5a) illustre le résultat de la redistribution granulaire : une zone centrale dilatée sous l'injecteur, où la fluidisation a érodé le lit, et une couche compacte accumulée sous le segment. La pression dynamique (figure 3.5b) présente un gradient vertical soutenu sur l'ensemble de la hauteur du domaine. Ce gradient est la signature hydraulique du confinement : le fluide doit vaincre la résistance de la couche dense pour atteindre la frontière de sortie, ce qui augmente la pression interstitielle au niveau de la pointe de l'injecteur au-delà de ce que prédirait le seul terme gravitaire.

Ce résultat porte une signification physique importante pour la suite de l'analyse. La résistance opposée à la pénétration d'un pieu partiellement enfoncé n'est pas uniquement

mécanique : au frottement direct grain–pieu s'ajoute une contribution hydraulique liée au confinement granulaire, qui maintient une surpression interstitielle s'opposant à l'écoulement. La marge de pression hydraulique disponible, soit environ dix-sept fois le seuil de mise en suspension, assure néanmoins qu'un régime de fluidisation actif se maintient sous le confinement.

Les trois configurations étudiées dans ce chapitre dessinent une image cohérente des mécanismes hydrodynamiques du vibro-jetting. Le jet en milieu purement fluide a révélé la structure de l'écoulement de référence, dominée par des cellules de recirculation symétriques qui assureront ensuite le transport ascendant des grains. L'introduction d'un lit à surface libre a permis d'établir analytiquement le seuil de fluidisation v_{mf} et d'identifier les trois régimes successifs (Darcy, Forchheimer, fluidisé) qui se succèdent lorsque l'on accroît la vitesse d'injection. Enfin, la configuration confinée a montré comment le sol sus-jacent redistribue la pression interstitielle sans abolir le mécanisme de fluidisation locale. Ces résultats constituent le socle hydrodynamique sur lequel s'appuie le chapitre suivant, consacré aux forces que le lit granulaire exerce sur les parois du pieu et à la traduction quantitative de ces mécanismes en termes industriels.

Chapter 4

Réduction de la résistance d'enfoncement et implications industrielles

Le chapitre précédent a caractérisé les régimes hydrodynamiques par lesquels un jet d'eau induit la fluidisation d'un lit granulaire. Il reste à mesurer ce que ces régimes signifient concrètement pour l'opération industrielle, à savoir la réduction de la résistance opposée par le sol à la pénétration du pieu et l'énergie hydraulique qu'il faut mobiliser pour y parvenir. Tel est l'objet du présent chapitre.

L'analyse procède en quatre temps. La section 4.1 mesure directement les forces que les grains exercent sur les parois du pieu lorsque la vitesse d'injection balaye une plage couvrant le seuil v_{mf}, en comparant les configurations monodisperse et polydisperse afin d'évaluer la robustesse des conclusions vis-à-vis de la granulométrie. La section 4.2 examine ensuite la sensibilité de ces résultats au choix particulier des conditions aux limites du domaine de calcul, étape indispensable pour distinguer les mécanismes physiques intrinsèques au vibro-jetting de ceux qui dépendent du cadre numérique. La section 4.3 aborde la question complémentaire de l'effet de la profondeur d'enfoncement, modélisée par une surcharge appliquée à la frontière supérieure. La section 4.4 effectue enfin la mise à l'échelle vers un chantier réel et compare l'énergie hydraulique requise à celle d'un battage par impact, livrant ainsi un ordre de grandeur quantitatif du gain énergétique attendu.

4.1 Forces sur le pieu en fonction du débit d'injection

La question opérationnelle centrale du vibro-jetting est celle du débit d'injection optimal : trop faible, le jet ne fluidise pas suffisamment le sol pour réduire la résistance

d'enfoncement du pieu ; trop élevé, il consomme une énergie hydraulique disproportionnée et risque de déstabiliser localement le sable. Le seuil de fluidisation v_{mf} établi au chapitre 3 fournit une borne inférieure naturelle, mais il ne suffit pas à lui seul à prédire l'évolution des efforts transmis aux parois du pieu. La présente section quantifie donc directement ces efforts en imposant une suite de débits croissants à une même simulation, ce qui permet d'observer la transition entre régime non fluidisé et régime fluidisé sur les deux composantes de la force grain–paroi.

L'analyse compare deux configurations granulaires : une configuration monodisperse, dans la continuité directe du chapitre précédent, et une configuration polydisperse introduite pour évaluer la robustesse des résultats vis-à-vis d'une granulométrie plus réaliste. Les conclusions opérationnelles dégagées en fin de section porteront sur la plage de débits qui minimise la résistance d'enfoncement.

Introduction à la polydispersité

Les simulations précédentes reposaient sur un ensemble de grains monodisperses de rayon $r_p = 4{,}5$ mm. Cette hypothèse simplifie la modélisation mais s'écarte de la réalité géotechnique : un sable marin présente une distribution de tailles s'étendant sur plusieurs décades, caractérisée par son coefficient d'uniformité $C_u = d_{60}/d_{10}$ et son coefficient de courbure C_c. La polydispersité influe directement sur la compacité de l'empilement granulaire, car les petits grains viennent combler les interstices laissés par les grands, et donc sur la porosité au repos ϕ_0 et, par voie de conséquence, sur la vitesse minimale de fluidisation v_{mf}.

Pour quantifier cet effet, une nouvelle simulation est conduite avec une distribution uniforme de rayons entre $r_{min} = 2{,}25$ mm et $r_{max} = 4{,}5$ mm, soit un diamètre moyen $d_{moy} = 6{,}75$ mm. La vitesse minimale de fluidisation est recalculée par l'équation d'Ergun avec ce diamètre moyen :

$$v_{mf}^{\text{poly}} \approx 0{,}060 \text{ m/s} \qquad \text{contre} \qquad v_{mf}^{\text{mono}} \approx 0{,}070 \text{ m/s}. \tag{4.1}$$

La réduction de 14% de v_{mf} s'explique par le diamètre moyen plus faible, qui augmente la surface spécifique du lit et donc la résistance hydraulique par unité de débit ; en contrepartie, la vitesse de percolation nécessaire pour équilibrer le poids immergé des grains est atteinte à un débit plus bas. En pratique, un sable polydisperse se fluidise donc plus facilement qu'un sable monodisperse de même grain maximal.

Les grains sont générés par un algorithme de dépôt balistique rapide (*fastdeposit_2d*), qui produit un empilement aléatoire dense compatible avec la géométrie du domaine (voir annexe B pour une description qualitative de la procédure de génération). Le nombre

de grains déposés est sensiblement plus élevé que dans la configuration monodisperse grâce au remplissage des interstices, ce qui accroît la masse totale du lit granulaire et les forces de contact à l'état initial.

Protocole à débit croissant

Afin d'explorer systématiquement l'influence de la vitesse d'injection sur les forces exercées sur le pieu, les deux simulations, monodisperse et polydisperse, adoptent un protocole à paliers croissants identique :

$$v_{\text{inj}} \in \{0{,}00;\ 0{,}05;\ 0{,}10;\ 0{,}15;\ 0{,}20;\ 0{,}25;\ 0{,}30;\ 0{,}35;\ 0{,}40\}\ \text{m/s}, \tag{4.2}$$

chaque palier étant maintenu pendant $\Delta t = 2$ s, pour une durée totale de 18 s. Les forces de contact exercées par les grains sur les flancs du pieu sont enregistrées à chaque pas de temps et post-traitées pour extraire les composantes horizontale F_x et verticale F_y.

Ce protocole présente l'avantage de balayer en une seule simulation l'ensemble de la plage opérationnelle pertinente, depuis l'enfoncement sans injection jusqu'au régime de forte fluidisation, tout en maintenant suffisamment longtemps chaque palier pour permettre l'établissement d'un quasi-régime.

Évolution des forces grain→paroi en fonction du débit

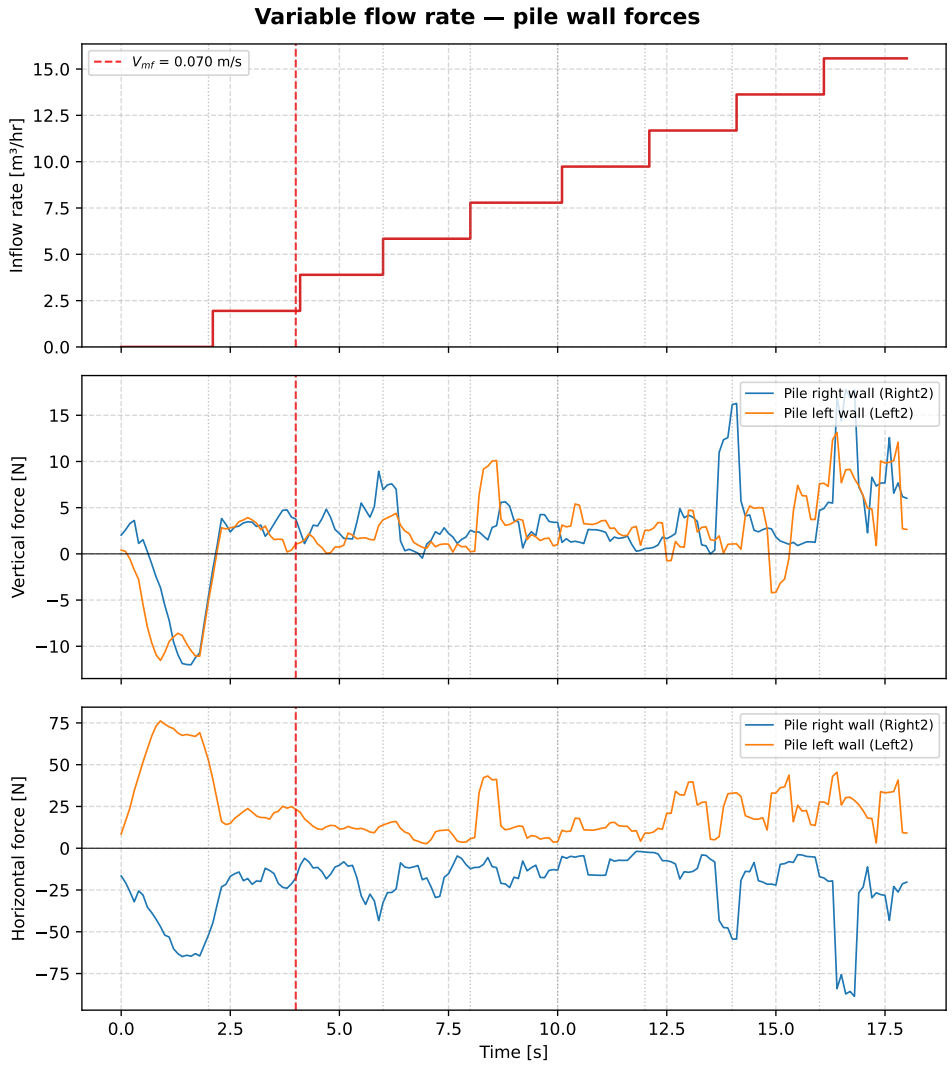


Figure 4.1: Forces exercées par les grains sur les parois du pieu en fonction du temps, configuration monodisperse. Graphe supérieur : débit d'injection [m^3/h]. Graphe central : force verticale F_y [N] sur les parois gauche (orange) et droite (bleu). Graphe inférieur : force horizontale F_x [N]. La ligne rouge tiretée indique le palier correspondant à $v_{mf} \approx 0{,}07$ m/s. Les lignes grises pointillées délimitent les changements de palier.

La figure 4.1 fait apparaître une évolution des forces en trois phases distinctes, qui correspondent aux trois régimes hydrodynamiques identifiés au chapitre précédent.

Pendant le premier palier ($t \in [0, 2)$ s, $v_{\text{inj}} = 0$), aucun fluide n'est injecté. Le milieu granulaire repose dans son état compacté naturel et l'ensemble du poids immergé des grains se transmet par contacts directs. Les efforts sur les parois du pieu atteignent alors leur valeur maximale, sur les deux composantes verticale et horizontale. Cette

situation correspond à celle d'un enfoncement classique par battage : la résistance de frottement latéral est maximale et la progression dans le sol exige un effort important.

Dès le deuxième palier ($t \in [2, 4)$ s, $v_{\text{inj}} = 0{,}05$ m/s), l'injection est activée. Bien que cette vitesse reste inférieure à $v_{mf} \approx 0{,}07$ m/s, la pression interstitielle s'élève sensiblement au voisinage de l'injecteur. Cette surpression réduit la contrainte effective de contact grain–paroi en supportant une fraction du poids immergé des grains, et l'on observe une chute marquée des forces sur les deux parois. La transition entre régime d'enfoncement pur et régime assisté par jet est ainsi clairement repérable.

Le minimum d'efforts est atteint entre $t \approx 2{,}5$ s et $t \approx 6$ s, soit pendant les paliers $v_{\text{inj}} = 0{,}05$ m/s et $v_{\text{inj}} = 0{,}10$ m/s, ce dernier correspondant précisément au franchissement de v_{mf}. La force de traînée exercée par le fluide équilibre alors le poids immergé des grains, et le lit granulaire devient partiellement suspendu : les contacts directs grain–paroi sont réduits au minimum. La composante verticale F_y change de signe autour de ce seuil, traduisant un effort net dirigé vers le haut qui décharge la pointe de l'injecteur. C'est dans cette fenêtre de débit que l'efficacité du vibro-jetting est maximale, la résistance latérale étant minimisée pour un débit encore modéré.

À partir de $t = 6$ s ($v_{\text{inj}} \geq 0{,}15$ m/s), les signaux divergent de façon croissante. En régime de forte surfluidisation, les grains ne sont plus simplement soutenus par le fluide mais activement transportés : des avalanches surviennent, certaines particules sont éjectées hors de la zone d'influence du jet et d'autres viennent combler les vides ainsi créés. Cette dynamique stochastique se manifeste par des oscillations de plus grande amplitude sur les signaux de force, dans les deux directions, ainsi que par une asymétrie croissante entre les parois gauche et droite. L'accroissement du débit au-delà de v_{mf} ne réduit donc pas proportionnellement la résistance ressentie par le pieu ; il accroît au contraire la variabilité des efforts et le risque d'instabilités locales.

Comparaison avec la configuration polydisperse

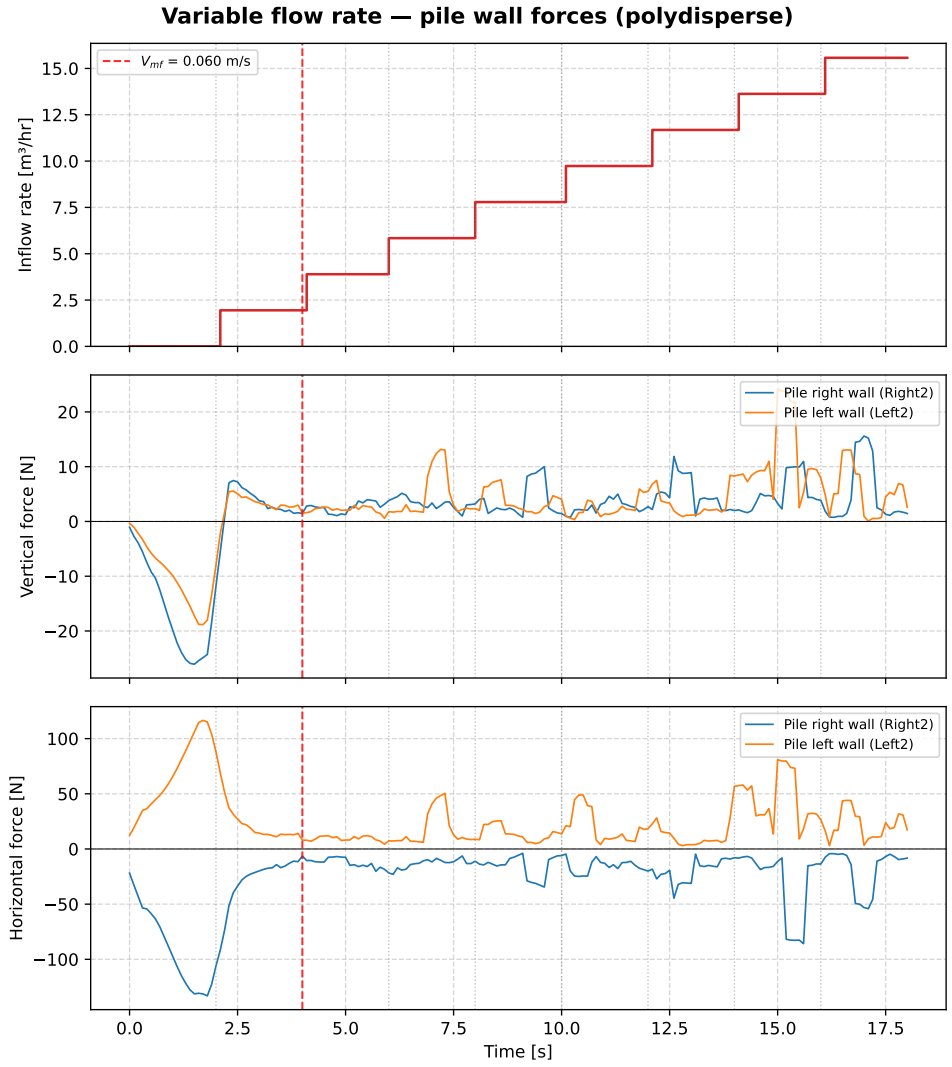


Figure 4.2: Forces exercées par les grains sur les parois du pieu, configuration polydisperse. Même organisation que la figure 4.1. La ligne rouge tiretée correspond ici à $v_{mf}^{\text{poly}} \approx 0{,}060$ m/s, calculée avec le diamètre moyen $d_{moy} = 6{,}75$ mm.

La figure 4.2 rapporte les mêmes grandeurs pour la configuration polydisperse. Le comportement global est qualitativement identique : maximum des efforts lors du premier palier sans injection, chute rapide à l'apparition du jet, minimum autour de v_{mf}, divergence croissante au-delà. Plusieurs différences quantitatives méritent toutefois d'être soulignées.

La vitesse minimale de fluidisation étant plus faible pour le lit polydisperse ($v_{mf}^{\text{poly}} \approx 0{,}060$ m/s contre 0,070 m/s), la transition vers le régime de forces minimales s'amorce légèrement plus tôt dans le protocole. Cette observation est cohérente avec l'interprétation

physique : un lit incorporant des grains plus fins offre une plus grande surface spécifique et atteint plus rapidement la pression interstitielle nécessaire pour équilibrer le poids immergé des particules.

Les forces horizontales présentent par ailleurs une asymétrie plus marquée entre les parois gauche et droite. Cette asymétrie résulte de la distribution aléatoire des tailles de grains : un empilement polydisperse comporte des zones localement plus denses ou plus poreuses, qui ouvrent des chemins d'écoulement préférentiels et induisent une répartition non uniforme de la pression interstitielle sur les deux flancs du pieu. La force horizontale moyenne sur la paroi gauche, calculée sur $t \in [3, 18]$ s, s'élève à 19,8 N en configuration polydisperse contre 18,0 N en configuration monodisperse, soit un écart d'environ 10 %. Cette différence modeste suggère que la polydispersité influe davantage sur la variabilité temporelle des efforts que sur leur valeur moyenne.

Les conclusions qualitatives établies sur le lit monodisperse, c'est à dire l'existence d'un débit optimal autour de v_{mf} et changement de régime au-delà, se conservent donc pour une granulométrie étalée, ce qui conforte la robustesse des mécanismes identifiés. Ces conclusions, établies aussi bien pour le lit monodisperse que polydisperse, reposent néanmoins sur un même jeu de conditions aux limites. Il est donc important d'analyser l'impact de ces conditions limites, c'est l'objet de la section suivante.

4.2 Sensibilité aux conditions aux limites du domaine

Les résultats présentés à la section précédente reposent sur un choix particulier de conditions aux limites : parois solides imposant un non-glissement à gauche, à droite et au fond du domaine, frontière supérieure ouverte au fluide ($t_y = p_0 = 0$) mais fermée aux grains par un segment DEM rigide. Ce cadre reproduit le scénario d'un pieu partiellement enfoncé dans un sol confiné, sans prétendre épuiser à lui seul l'éventail des situations physiques possibles. Il est donc indispensable d'établir, avant toute conclusion industrielle, quelle part des mécanismes observés relève de la physique intrinsèque du vibro-jetting et quelle part dépend du cadre numérique particulier retenu. La présente section répond à cette interrogation en comparant la simulation de référence à trois variantes dans lesquelles une seule condition aux limites est modifiée.

La géométrie de base est celle de la section 3.3 (0,5 m × 0,7 m, injecteur de largeur $D_{\text{inj}} = 0{,}104$ m), garnie de la granulométrie polydisperse introduite plus haut ; le lit occupe 94 % de la hauteur du domaine et la vitesse d'injection est maintenue constante à $v_{\text{inj}} = 0{,}3$ m/s pendant 10 s. L'analyse porte sur deux régions sensibles : la zone basse, autour de la pointe de l'injecteur, où s'organise la fluidisation et où sont

transmises les forces grain–pieu, et la zone supérieure, par laquelle s'opère l'évacuation du fluide. Chacune des trois variantes étudiées cible une question physique précise. Pour la configuration de référence, les conditions aux limites sont celles déjà détaillées et schématisées à la section 3.3 ; pour chacune des variantes, un schéma dédié ci-dessous distingue explicitement les conditions imposées au fluide et celles imposées aux grains, afin de rendre lisible *où* chacun peut passer ou être arrêté à la frontière.

Sommet libre — **rôle du confinement supérieur des grains.** Le segment DEM qui retenait les grains à la frontière supérieure est supprimé : les particules peuvent en principe s'échapper vers le haut, comme dans la configuration à surface libre de la section 3.2. La frontière fluide reste, elle, une surface libre ($t_x = 0$, $t_y = p_0$). Cette modification reproduit le scénario d'un pieu en début d'enfoncement, lorsque le sol sus-jacent n'est pas encore présent au-dessus de la zone d'injection. L'enjeu est d'évaluer si la couche dense accumulée contre le segment supérieur, identifiée à la section 3.3 comme source d'une résistance hydraulique persistante, joue un rôle structurant sur les champs au voisinage du pieu. Le schéma de la figure 4.3 précise les conditions aux limites résultantes : par rapport à la référence, seule la double condition appliquée à la frontière haute change (fluide inchangé, grains désormais libres).

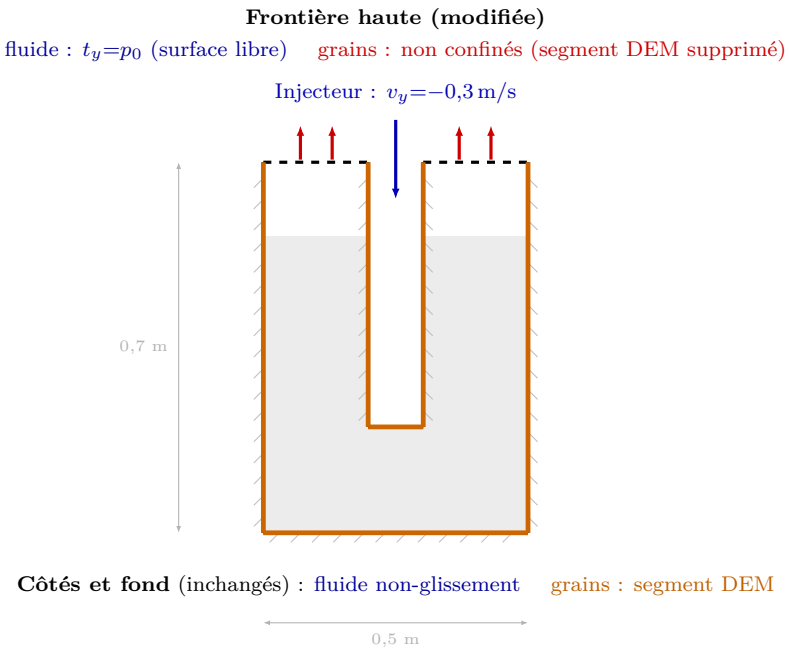


Figure 4.3: Conditions aux limites pour la variante *sommet libre*. Trait noir épais + hachures grises à l'extérieur : paroi non-glissement pour le fluide ($u_x = u_y = 0$). Tirets : frontière fluide ouverte ($t_y = p_0$). Trait orange épais le long d'une frontière : segment DEM bloquant les grains. Flèches rouges montantes : les grains peuvent franchir la frontière haute (modification par rapport à la référence), mais le transport effectif au débit étudié reste marginal — voir le bilan quantitatif dans le texte.

***Fond ouvert* — rôle des cellules de recirculation.** La paroi imperméable du fond est remplacée par une frontière ouverte à pression nulle ($p = 0$), ce qui autorise le fluide à traverser le lit et à sortir par le bas plutôt que de remonter par les flancs du pieu. Le segment DEM qui retient les grains au fond est, en revanche, conservé : les grains restent confinés dans le domaine, c'est exclusivement le sort du fluide qui change. Cette configuration n'a pas d'équivalent industriel direct car un sol marin n'est pas drainé mais son analyse reste néanmoins intéressante : elle supprime mécaniquement les cellules de recirculation identifiées à la section 3.1 comme moteur du transport granulaire. Une insensibilité des champs au voisinage de l'injecteur indiquerait que la fluidisation locale se suffit à elle-même ; à l'inverse, une réduction de la cavité fluidisée prouverait que la recirculation contribue activement à l'érosion du lit autour du pieu. Le schéma de la figure 4.4 explicite cette double condition au fond (fluide ouvert, grains confinés), qui dissocie pour la première fois les deux phases à cette frontière.

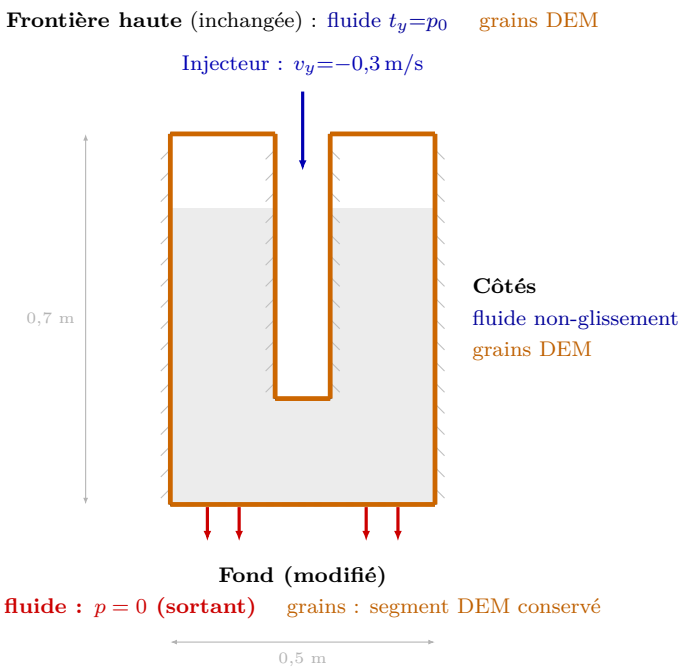


Figure 4.4: Conditions aux limites pour la variante *fond ouvert*. Le fond est désormais ouvert pour le fluide (tirets, $p = 0$, flèches rouges descendantes) mais conserve son segment DEM pour les grains (trait orange épais) : c'est la seule frontière où les deux phases sont traitées différemment. Le reste du domaine est inchangé par rapport à la référence.

***Domaine élargi* — rôle des parois latérales.** La largeur du domaine est doublée ($w = 1{,}0$ m au lieu de 0,5 m), le pieu et l'injecteur restant centrés et le lit polydisperse étant redéposé par l'algorithme balistique sur la nouvelle géométrie. Toutes les conditions aux limites sont identiques à la référence (paroi fluide sur les trois côtés solides, surface libre en haut, segment DEM sur les quatre côtés du domaine et autour du pieu) — seule la géométrie change. Les parois latérales gauche et droite, à 0,2 m du pieu dans la référence, s'éloignent ainsi à 0,45 m. L'objectif est de tester si ces parois confinent artificiellement la recirculation et la zone fluidisée. La proximité des champs autour du pieu dans les deux configurations validerait alors le caractère suffisamment large du domaine de référence pour l'analyse des forces grain–pieu. Le schéma de la figure 4.5 restitue la géométrie élargie à l'échelle.

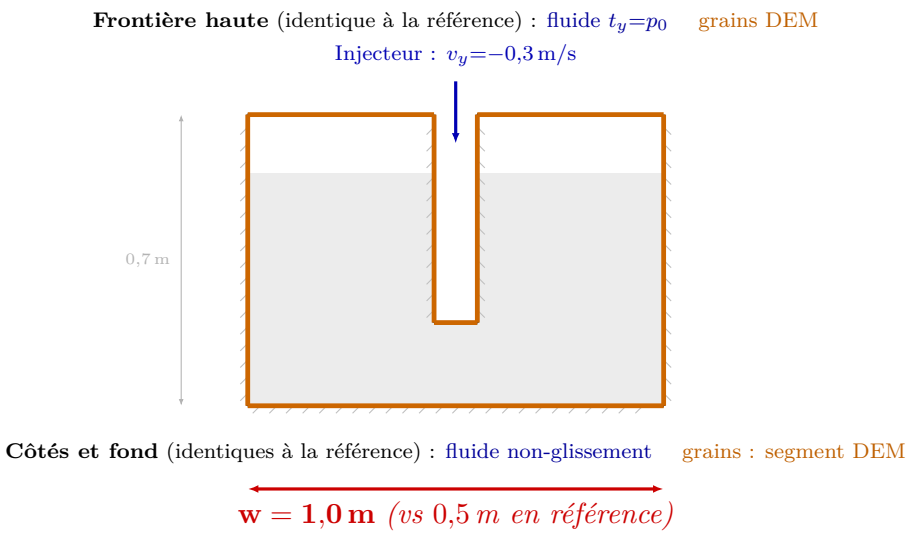
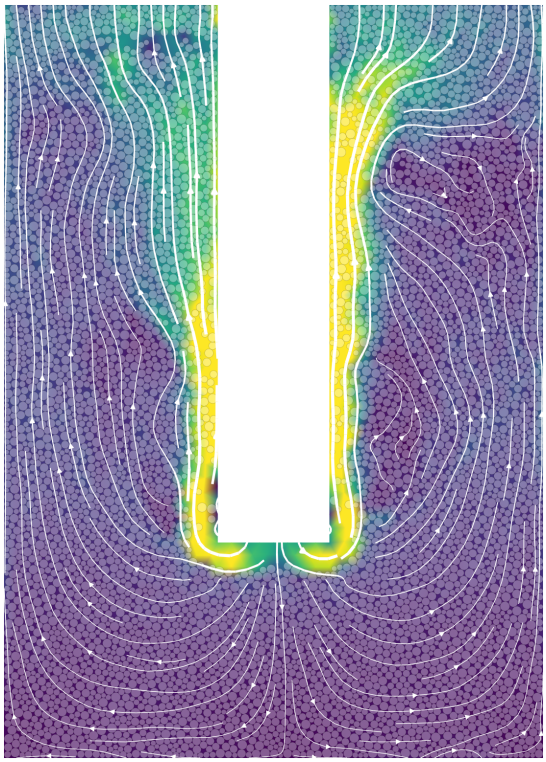
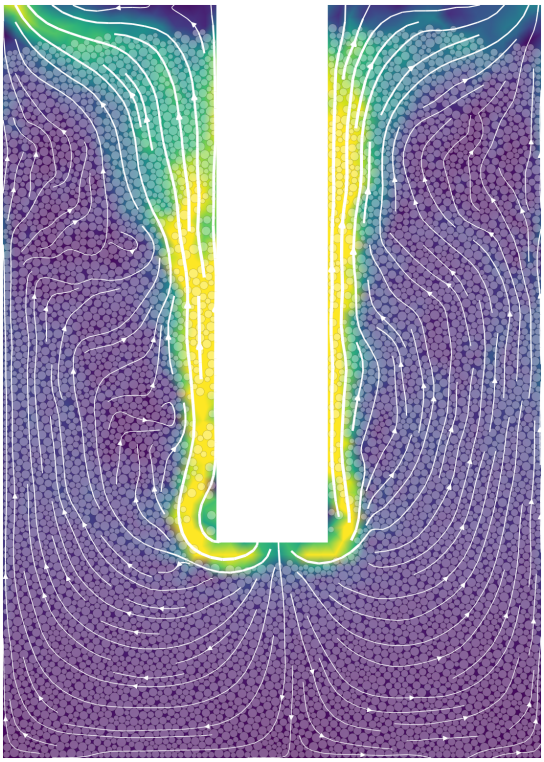


Figure 4.5: Conditions aux limites pour la variante *domaine élargi*. Les conditions imposées au fluide et aux grains sur chaque frontière sont identiques à celles de la référence ; seule la largeur du domaine double, faisant passer la distance pieu–paroi de 0,2 à 0,45 m.

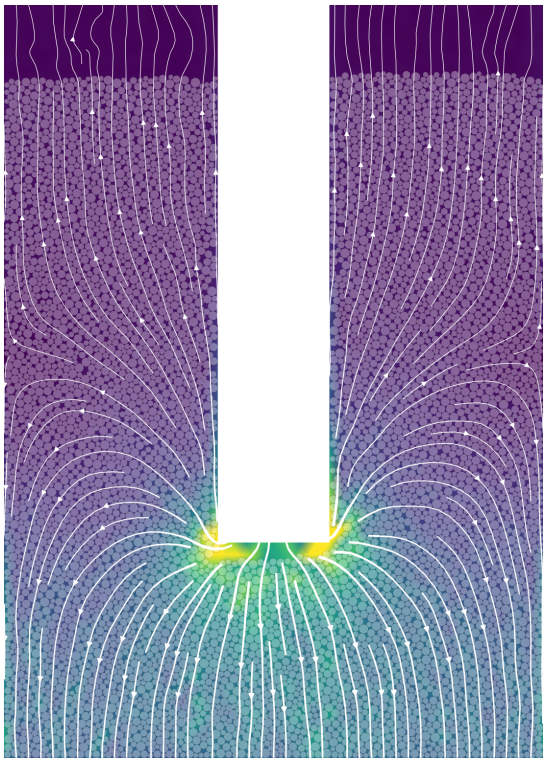
Les schémas précédents fixent le cadre des quatre configurations comparées ; il reste à en examiner les conséquences sur l'écoulement et sur les champs au voisinage du pieu. Les figures qui suivent rassemblent, pour ces quatre cas et en régime établi ($t = 10$ s), les grandeurs les plus révélatrices : les lignes de courant (figure 4.6), la magnitude de la vitesse fluide sur l'ensemble du domaine (figure 4.7), des vues rapprochées de la pointe de l'injecteur (figure 4.8) puis de la zone d'évacuation supérieure (figure 4.9), et enfin la distribution de la pression dynamique (figure 4.10). Leur analyse détaillée, configuration par configuration, est développée dans les paragraphes qui suivent.



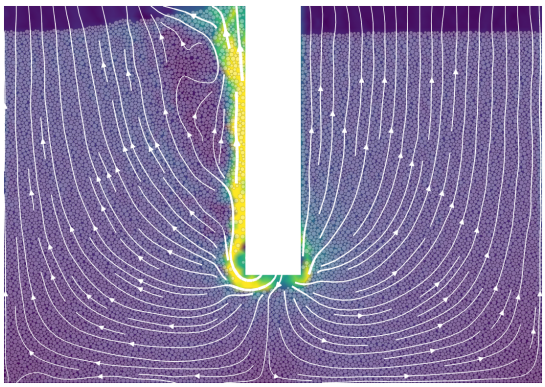
(a) Référence



(b) Sommet libre

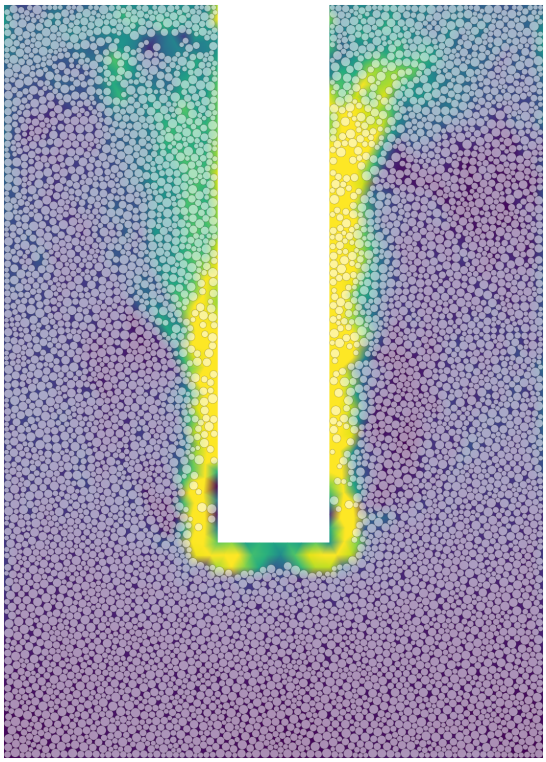


(c) Fond ouvert

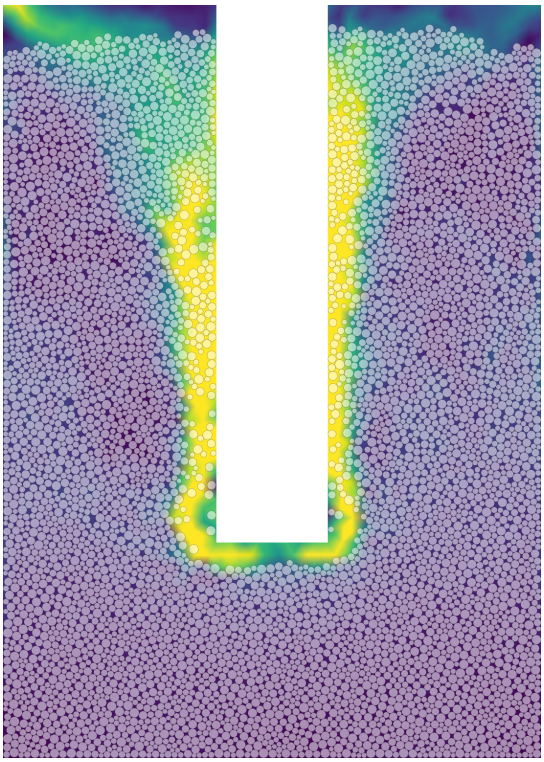


(d) Domaine élargi

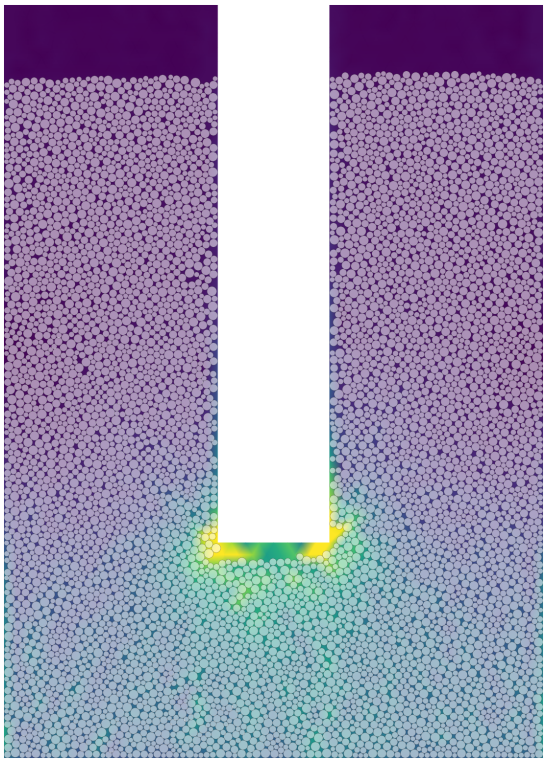
Figure 4.6: Champ de vitesse du fluide à $t = 10$ s sur l'ensemble du domaine, avec lignes de courant. L'échelle de couleurs (du bleu foncé au jaune, saturée à 0,5 m/s) traduit la magnitude de la vitesse ; les lignes blanches matérialisent l'orientation instantanée de l'écoulement. Cette représentation rend visibles d'un seul coup d'œil la cavité fluidisée sous l'injecteur, les cellules de recirculation et la zone d'évacuation.



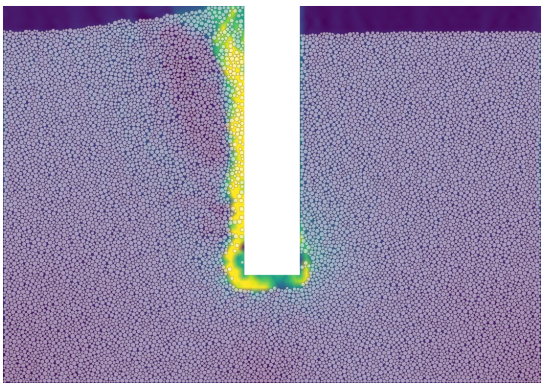
(a) Référence



(b) Sommet libre

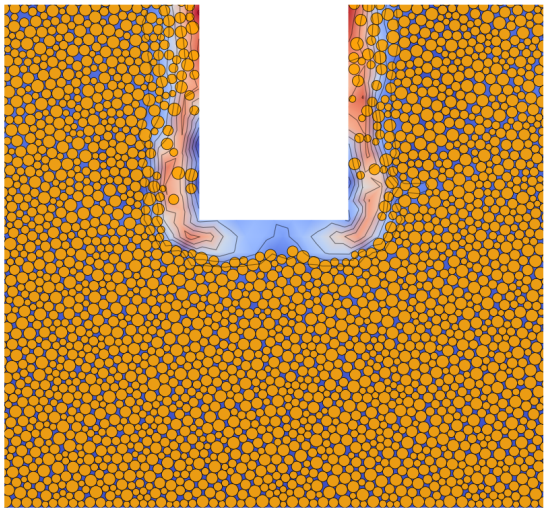


(c) Fond ouvert

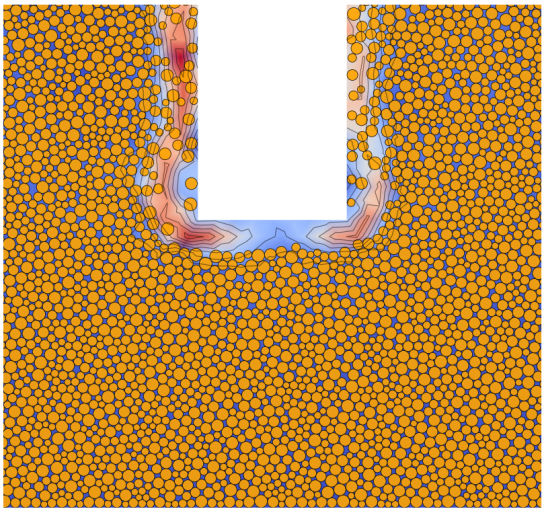


(d) Domaine élargi

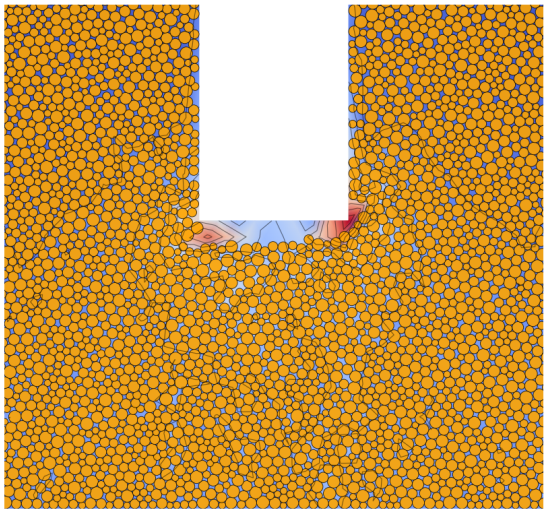
Figure 4.7: Magnitude de vitesse fluide à $t = 10$ s, même échelle de couleurs que la figure 4.6 mais sans superposition de lignes de courant. La lecture est facilitée loin du pieu, où les vitesses sont faibles : on visualise immédiatement les zones où le fluide est immobile (violet sombre) et où il circule activement (vert/jaune).



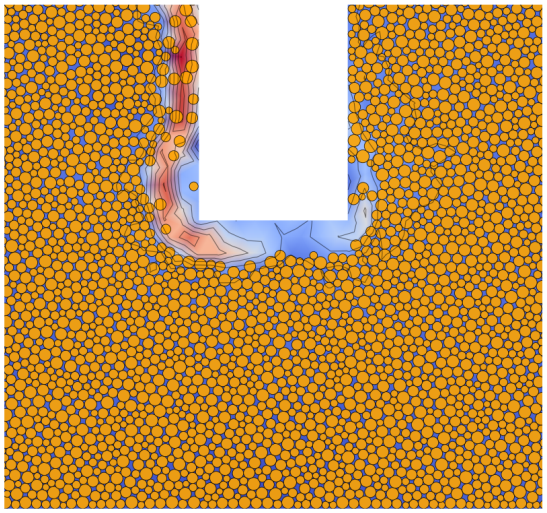
(a) Référence



(b) Sommet libre

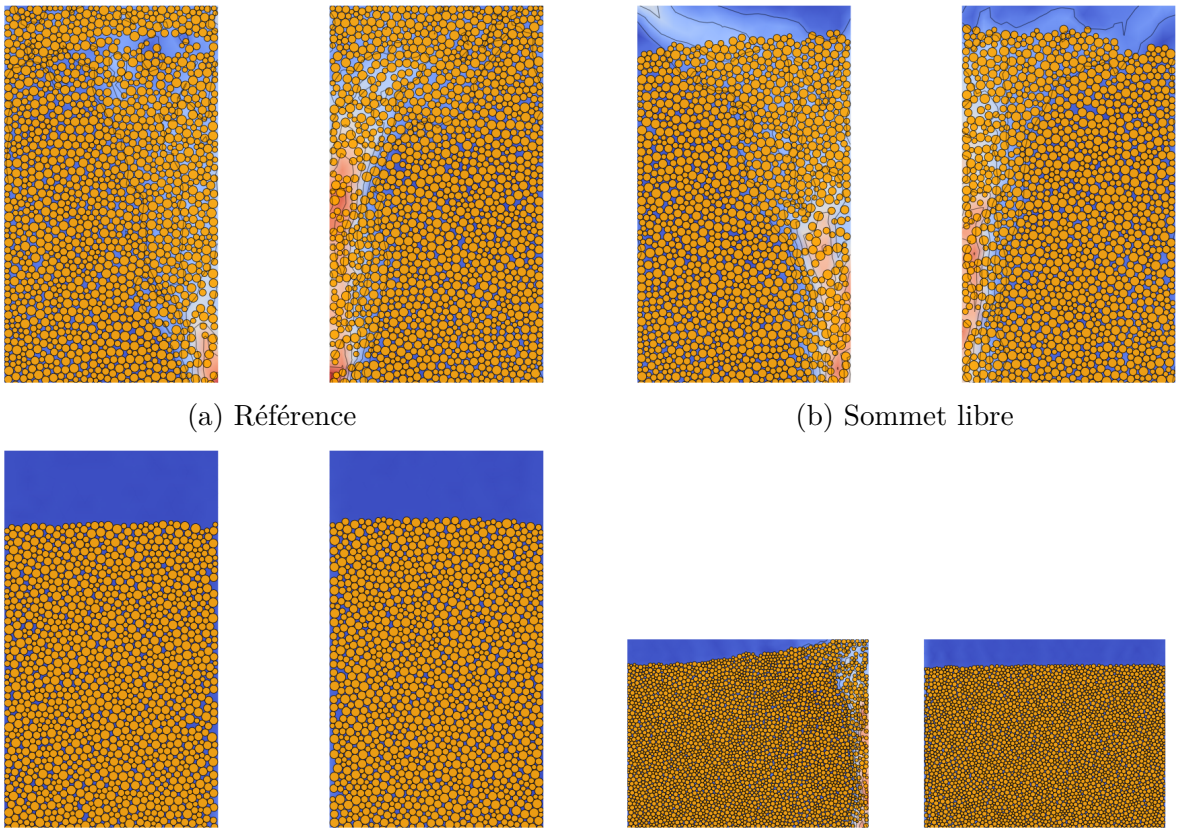


(c) Fond ouvert



(d) Domaine élargi

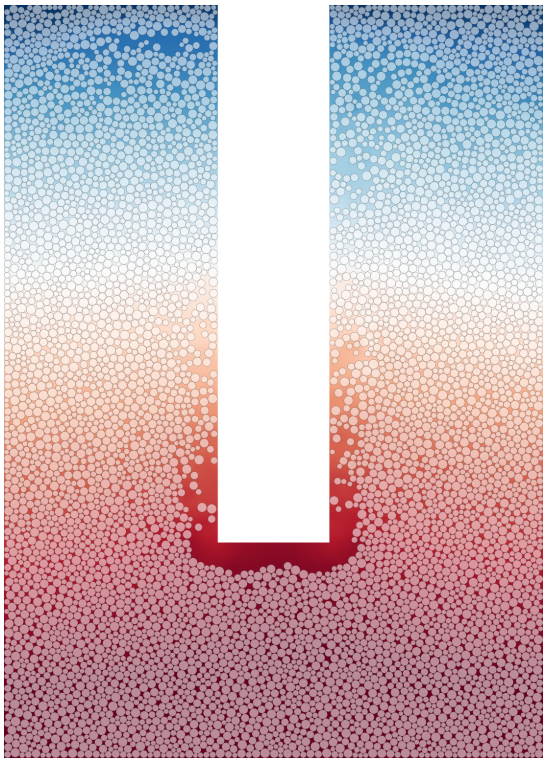
Figure 4.8: Zoom sur la zone d'injection à $t = 10$ s : magnitude de la vitesse fluide et grains (orange). La fenêtre s'étend de part et d'autre du pieu sur $\pm 1{,}8\, D_{\text{inj}}$ et révèle la cavité fluidisée sous la pointe de l'injecteur ainsi que la structure des cellules de recirculation latérales.



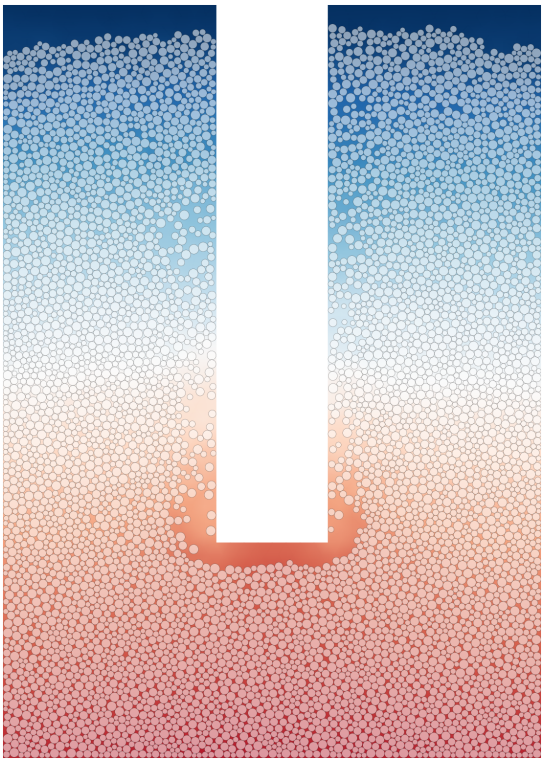
(a) Référence (b) Sommet libre

(c) Fond ouvert (d) Domaine élargi

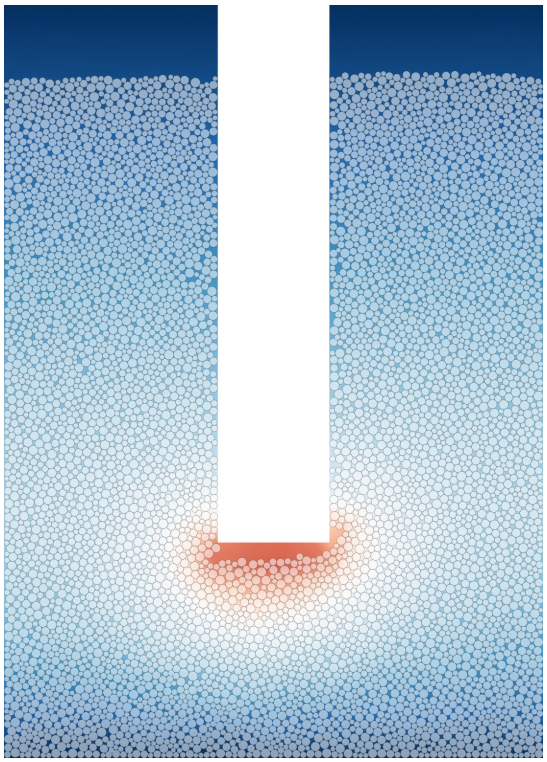
Figure 4.9: Zoom sur la zone supérieure du domaine à $t = 10$ s. L'échelle de couleur est ajustée localement à cette région : elle rend visible l'écoulement d'évacuation, dont la magnitude est dix à vingt fois plus faible que celle du jet et serait écrasée par une normalisation globale.



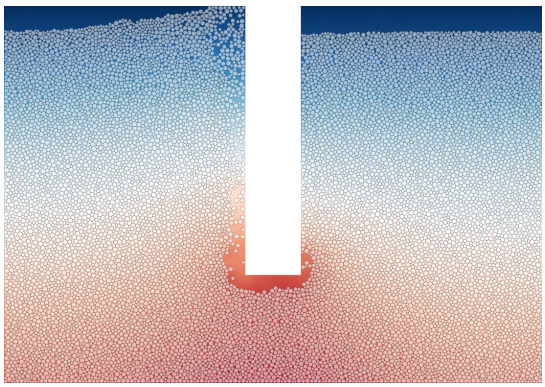
(a) Référence



(b) Sommet libre



(c) Fond ouvert



(d) Domaine élargi

Figure 4.10: Pression dynamique (*i.e.* $p_{\text{total}} - p_{\text{hydro}}$) à $t = 10$ s, normalisée sur la plage commune $[0, 13]$ kPa. Le rouge indique une surpression imputable à la résistance hydraulique du lit ; le bleu, une zone où la pression statique est restituée. La comparaison met en évidence le rôle structurant du fond fermé dans la formation du gradient vertical.

Structure d'écoulement révélée par les lignes de courant. La figure 4.6 est la plus directement informative quant à la nature de l'écoulement. Dans la configuration de référence (a), les lignes de courant dessinent un schéma quadripartite très net : le fluide descend de la frontière supérieure en suivant des trajectoires quasi verticales, contourne la pointe de l'injecteur, est projeté vers le bas dans le jet, puis remonte symétriquement le long des parois du pieu en formant deux cellules de recirculation fermées. Ces cellules occupent une surface comparable à celle du pieu lui-même, et leur axe horizontal se situe à mi-hauteur de l'injecteur. C'est exactement le mécanisme identifié plus haut à la section 3.1 dans le cas sans grains.

La variante *sommet libre* (b) reproduit ce schéma à l'identique. Les deux cellules de recirculation sont visibles, leur taille et leur orientation sont préservées, et la cavité sous l'injecteur conserve la même forme allongée. La suppression du segment DEM supérieur ne se traduit ni par une ouverture du circuit de recirculation, ni par une accélération marquée de l'écoulement en zone haute. Cela s'explique simplement : le débit injecté à travers une section de 0,104 m, soit $Q \approx 3{,}1 \cdot 10^{-2}$ m^2/s en deux dimensions, doit ressortir par une frontière supérieure de largeur 0,5 m, ce qui correspond à une vitesse ascendante moyenne de l'ordre de 6 cm/s. Cette vitesse est précisément du même ordre que la vitesse de fluidisation minimale $v_{mf}^{\mathrm{poly}} \approx 6$ cm/s identifiée à la section précédente ; elle suffit à maintenir les grains en suspension mais reste insuffisante pour les transporter activement hors du domaine. Le bilan numérique confirme ce diagnostic : sur les 10 s simulées, 6186 grains sont initialement présents et 5946 subsistent à $t = 10$ s, soit une perte de 240 grains ou 3,9 % de l'inventaire initial. La hauteur maximale du lit, qui oscille autour de $h_1 = 0{,}70$ m sans la dépasser durablement, indique que les grains affleurent constamment la frontière haute : dès qu'une particule franchit cette frontière elle est retirée du domaine, mais le réservoir granulaire situé en dessous compense immédiatement la perte par remontée. Le segment DEM supérieur joue donc, en pratique, le rôle d'une contention sans charge effective : les grains n'appuient pas dessus en moyenne, et le retirer ne modifie ni la pression dans le lit ni la cinématique de la recirculation de manière significative. Cette équivalence vaut toutefois dans les conditions de la simulation, où la frontière supérieure reste à pression nulle. En présence du sol et de la colonne d'eau sus-jacents qui surmontent un pieu réel en cours d'enfoncement, cette même frontière supporterait une surcharge qui relèverait le niveau de pression interstitielle dans le lit ; la configuration confinée se rapproche donc sans doute davantage des conditions de chantier, effet examiné spécifiquement à la section 4.3.

La variante *fond ouvert* (c) se distingue radicalement. Toutes les lignes de courant sont orientées vers le bas. Le fluide injecté descend, traverse la cavité sous l'injecteur, puis s'écoule à travers le lit jusqu'à la frontière inférieure où il sort. Aucune cellule

de recirculation n'est visible. Les grains sont traversés par un écoulement de Darcy uniforme dont la vitesse, de l'ordre de 5 cm/s en sortie, reste inférieure à v_{mf} et n'est donc pas assez intense pour fluidiser le lit dans sa profondeur. La cavité visible sur (c) est notablement moins développée que sur (a) : sans recirculation pour évacuer les grains latéralement, le jet ne creuse plus qu'une dépression de la taille de l'injecteur lui-même. Cette observation isole sans ambiguïté la contribution de la recirculation au mécanisme d'érosion latérale.

La variante *domaine élargi* (d) confirme la robustesse de la structure de référence à l'éloignement des parois latérales. Les cellules de recirculation demeurent localisées autour du pieu et n'occupent qu'une fraction modeste du domaine agrandi. On observe en revanche, dans cette configuration, une légère asymétrie des lignes de courant en faveur du côté gauche : cette asymétrie est imputable à la distribution polydisperse aléatoire du lit, qui ouvre des chemins préférentiels dans un domaine dont la symétrie n'est plus contrainte par la proximité des parois. L'amplitude de cette asymétrie reste modeste à l'échelle des champs autour du pieu, ce qui valide *a posteriori* la largeur de 0,5 m retenue pour la configuration de référence.

Champ de vitesse hors de la zone d'injection. La figure 4.7, sans superposition de lignes de courant, donne une lecture quantitative de la magnitude de vitesse hors du jet, là où la dynamique est plus difficile à percevoir. Dans la référence (a) et la variante *sommet libre* (b), les vitesses dans la masse du lit restent modestes ($\lesssim 5$ cm/s) en dehors de la zone immédiate de la recirculation, ce qui est compatible avec un écoulement de Darcy pilote. La variante *fond ouvert* (c) présente, à l'inverse, un champ de vitesse fluide essentiellement uniforme et descendant dans toute la moitié basse du domaine ; cette uniformité est la signature visuelle d'un drainage par percolation. La configuration *domaine élargi* (d) révèle quant à elle que la vitesse fluide décroît rapidement avec la distance au pieu : au-delà de 0,25 m latéraux, le fluide est quasi immobile, ce qui chiffre directement la portée d'influence de l'injecteur dans un milieu poreux saturé.

Structure de la zone d'injection. Le zoom sur la pointe de l'injecteur (figure 4.8) confirme les observations précédentes à une échelle plus fine. La cavité fluidisée dans la référence (a) s'étend latéralement sur environ $1{,}5\,D_{\mathrm{inj}}$ et verticalement sur 0,05 m sous la pointe ; elle est entourée d'une couronne de grains animés d'un mouvement ascendant. La variante *sommet libre* (b) reproduit cette structure à l'identique ; les différences ponctuelles, visibles localement, restent de l'ordre du diamètre d'un grain et ne sont donc pas significatives. La variante *fond ouvert* (c) montre une cavité réduite à un mince film fluide directement sous l'injecteur, sans halo de grains mobilisés latéralement. La variante *domaine élargi* (d) restitue, à $\pm 0{,}05$ m près, la même cavité et la même

couronne de grains que la référence.

Zone d'évacuation supérieure. La figure 4.9, recalibrée localement, autorise une lecture honnête de la vitesse d'évacuation. Dans la référence (a), on distingue dans la moitié haute du domaine un écoulement principalement vertical, structuré en colonnes verticales qui contournent les grains les plus gros. L'intensité moyenne dans cette région est de l'ordre de 5 à 8 cm/s, conforme à l'estimation par bilan de débit. La variante *sommet libre* (b) présente un champ qualitativement identique ; la position des grains les plus hauts est sensiblement la même qu'en référence, ce qui valide l'analyse précédente selon laquelle ils ne s'échappent pas. La variante *fond ouvert* (c) révèle une zone supérieure quasi statique : aucune ligne de courant ne traverse cette région puisque l'intégralité du débit injecté ressort par le bas. La variante *domaine élargi* (d) montre, conformément à la figure précédente, une dilution latérale de l'écoulement d'évacuation, sans modification de son intensité au-dessus du pieu.

Distribution de la pression dynamique. La figure 4.10 dévoile une lecture complémentaire des trois jeux de conditions aux limites. Dans la référence (a), la pression dynamique présente un gradient vertical quasi monotone, depuis ≈ 12 kPa en partie basse jusqu'à ≈ 0 à la frontière supérieure. Cette structure traduit la distribution classique de la résistance hydraulique d'un lit granulaire traversé par un écoulement de Darcy : la pression chute proportionnellement à la longueur de filtration, modulée par la porosité locale. La concentration de pression sous la pointe de l'injecteur, visible en (a), correspond à la surpression dynamique nécessaire pour ouvrir la cavité fluidisée.

La variante *sommet libre* (b) reproduit ce profil à l'identique, ce qui établit de façon définitive que le segment DEM supérieur ne participe pas au support de la pression interstitielle dans le lit. La variante *fond ouvert* (c) présente, en revanche, un comportement radicalement différent : la surpression dynamique est confinée à un voisinage immédiat de la pointe de l'injecteur (région orange compacte), et tout le reste du domaine reste à pression dynamique négligeable. La distance de filtration vers la sortie ($\approx 0{,}2$ m vers le bas) est en effet bien plus courte que vers le haut ($\approx 0{,}5$ m), si bien que la résistance hydraulique chute d'environ un facteur deux. Enfin, la variante *domaine élargi* (d) reproduit le profil de référence avec une légère dilution latérale du gradient, cohérente avec la diminution du débit massique par unité de largeur dans un domaine plus large.

Synthèse. Cette analyse hiérarchise les contributions des différentes conditions aux limites à la dynamique observée. Le confinement supérieur des grains se révèle inopérant dans les conditions d'injection retenues : la vitesse ascendante moyenne en partie haute

est trop faible pour mettre les grains en flottaison, et le segment DEM n'exerce donc aucune charge sur le fluide. La position des parois latérales agit comme un cadre de fermeture qui canalise l'écoulement d'évacuation sans modifier la dynamique locale autour de la pointe de l'injecteur. La fluidisation et la recirculation observées dans la configuration de référence se reproduisent identiquement dès que le fluide est contraint de remonter par les flancs du pieu. La fermeture du fond, en revanche, est un paramètre critique : en autorisant un drainage vertical, elle supprime la recirculation, déconcentre le champ de pression dynamique et, avec elle, une part essentielle du transport granulaire latéral. Les cellules de recirculation ne sont donc pas seulement la signature aval du jet, elles constituent un ingrédient actif de l'érosion du lit le long des parois du pieu ; ce mécanisme présente une parenté étroite avec l'affouillement étudié autour des pieux marins sous l'action des courants et de la houle [40, 41].

Ces résultats montrent l'importance des conditions limites : elles affectent la physique et ce que la simulation révèle. En 3D, la recirculation devrait rester le moteur principal du mécanisme. Le fluide s'y organiserait de façon axisymétrique autour du pieu, comme en 2D. Les ordres de grandeur observés ici gardent donc une valeur pour interpréter la réalité.

4.3 Influence de la pression en surface

Les sections précédentes ont analysé l'effet du débit d'injection sur la mobilisation du lit granulaire à géométrie fixée. Une question complémentaire, naturelle du point de vue industriel, est celle de la profondeur d'enfoncement du pieu : à mesure que la pointe progresse dans le sol, la colonne de sédiments et d'eau qui la surmonte s'épaissit et la pression hydrostatique régnant au voisinage du jet augmente. La résistance mesurée à débit constant reste-t-elle invariante au cours de la pénétration ?

Pour aborder cette question dans le cadre du modèle bidimensionnel, on impose à la frontière supérieure du domaine fluide une pression non nulle, qui joue le rôle d'une surcharge hydrostatique. Trois paliers successifs sont appliqués dans une seule simulation, en partant de la configuration polydisperse de la section 4.2 (débit d'injection constant $v_{\mathrm{inj}} = 0{,}3$ m/s, granulométrie uniforme entre $r_{min} = 2{,}25$ mm et $r_{max} = 4{,}5$ mm) :

$$P_{\mathrm{top}} \in \{0;\ 2000;\ 5000\}\ \mathrm{Pa}, \qquad \Delta t_{\mathrm{palier}} = 5\ \mathrm{s}, \qquad t_{\mathrm{fin}} = 15\ \mathrm{s}. \tag{4.3}$$

Les valeurs choisies correspondent respectivement à des colonnes d'eau équivalentes de 0, 0,20 m et 0,51 m ($h_{\mathrm{eau}} = P_{\mathrm{top}}/(\rho_f\, g)$), c'est-à-dire à des profondeurs d'enfoncement plausibles aux premiers stades d'une opération de *vibro-jetting* sur monopieu.

Prédiction théorique pour un fluide incompressible

Avant d'examiner les résultats, il est utile d'anticiper l'effet attendu à partir des équations gouvernantes. Le solveur PFEM résout les équations de Navier–Stokes incompressibles couplées aux grains via la corrélation de Di Felice : la traînée s'exprime en fonction de la vitesse relative fluide–grain et la poussée hydrostatique s'écrit $\mathbf{f}_b = -V_p \nabla p_f$, où V_p est le volume du grain. Ces deux contributions, comme la conservation de la masse en régime incompressible, ne dépendent que des gradients de pression et non de sa valeur absolue.

Imposer P_{top} uniforme sur la frontière supérieure revient à décaler l'ensemble du champ de pression d'une constante. À débit d'injection fixé, le champ de vitesse, la traînée sur les grains et leur trajectoire demeurent donc, en théorie, inchangés. La conclusion attendue est nette : si l'opérateur du vibro-jetting maintient le débit d'injection, l'augmentation de la profondeur du pieu (et donc de la surcharge) ne devrait pas, à elle seule, modifier la résistance latérale ressentie. Toute déviation observée dans la simulation refléterait soit un effet transitoire après changement de palier, soit l'influence indirecte de la surcharge sur la réorganisation du lit granulaire au voisinage de la frontière supérieure.

Confirmation par la simulation

La figure 4.11 présente l'évolution temporelle des forces de contact des grains sur les parois latérales du pieu (segments *Left2* et *Right2*). Le panneau supérieur rappelle le palier de pression $P_{\text{top}}(t)$ appliqué à chaque instant. Les panneaux central et inférieur montrent respectivement les composantes verticale F_y et horizontale F_x.

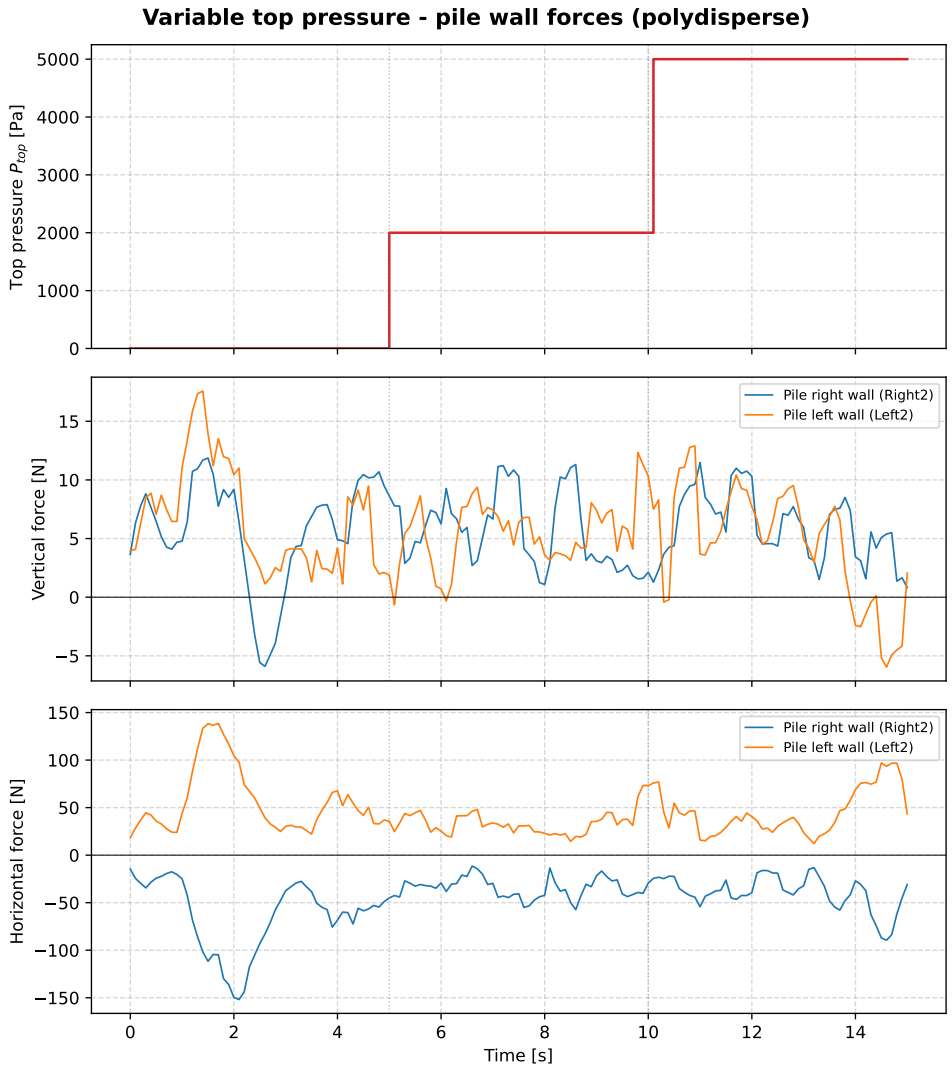


Figure 4.11: Forces exercées par les grains sur les parois du pieu en fonction du temps, simulation à surcharge variable. Panneau supérieur : palier de pression P_{top} imposé à la frontière supérieure du domaine fluide. Panneau central : force verticale F_y sur les parois gauche (orange) et droite (bleu). Panneau inférieur : force horizontale F_x. Les pointillés gris délimitent les changements de palier.

La lecture de la figure révèle trois contributions distinctes qu'il importe de bien dissocier avant toute interprétation.

Transitoire initial du premier palier. Pendant les premières secondes ($t \in [0,\, 2]$ s, premier palier $P_{\text{top}} = 0$), les forces sur les deux parois atteignent leur niveau le plus élevé de toute la simulation. Cette amplitude n'est pas due à la pression imposée mais à un transitoire de mise en régime : le lit polydisperse vient d'être déposé par l'algorithme balistique et n'est pas en équilibre avec l'écoulement, le jet à $v_{\text{inj}} = 0{,}3$ m/s

s'établit instantanément, et la cavité fluidisée sous l'injecteur se forme par cascade de réarrangements. Ces réarrangements se traduisent par des contacts intermittents et de forte intensité contre les flancs du pieu. Au-delà de $t \approx 3$ s, le lit a relaxé vers un régime quasi-stationnaire et les forces décrochent à un palier nettement plus bas. C'est ce palier relaxé qui constitue la base de comparaison pertinente entre les trois niveaux de pression imposée ; le premier palier sert simplement de référence pour la charge transmise par le lit en l'absence de fluidisation établie.

Insensibilité de la force verticale à la surcharge. Sur la composante verticale F_y, les paliers 2 et 3 restent statistiquement indistinguables une fois le transitoire dissipé. Ce résultat est conforme à la prédiction théorique : dans le cadre incompressible, la composante de buoyancie est imposée par le gradient de pression vertical, lui-même fixé par l'équilibre hydrostatique du fluide et par le débit imposé. Décaler le niveau absolu de pression ne modifie pas ce gradient et n'a donc pas d'effet mesurable sur la composante verticale des contacts grain–paroi.

Augmentation modérée de la force horizontale avec P_{top}. La composante horizontale F_x présente en revanche une tendance croissante, faible mais reproductible, lorsque l'on passe du palier $P_{\text{top}} = 2000$ Pa au palier $P_{\text{top}} = 5000$ Pa. Cet écart, synthétisé sur la figure 4.12, traduit un effet du second ordre que le raisonnement de premier ordre fondé sur la seule incompressibilité ne suffit pas à expliquer.



Figure 4.12: Force horizontale moyenne $|F_x|$ par palier sur les parois *Left2* (orange) et *Right2* (bleu), calculée après élimination des 0,5 s suivant chaque changement de palier. On distingue la valeur élevée du palier 1 (transitoire de mise en régime non représentatif) du léger accroissement monotone entre les paliers 2 et 3.

Cette croissance peut être expliquée par un mécanisme analogue à la *poussée latérale des terres* (effet Janssen) : en imposant une pression supérieure sur la frontière haute du domaine, on impose une traction normale supplémentaire orientée vers le bas sur la couche granulaire en contact avec la paroi DEM supérieure. Cette charge verticale additionnelle, transmise de proche en proche par les chaînes de force du squelette granulaire, se redistribue partiellement en pression horizontale sur les parois latérales du pieu via le coefficient de poussée au repos K_0 ($\approx 0{,}4$ pour un sable sans cohésion). Numériquement, l'incrément $\Delta P_{\text{top}} = 3000$ Pa appliqué sur une couche d'épaisseur caractéristique $\Delta h \sim r_{\max} \approx 5$ mm contribue à un accroissement de force latérale par mètre de paroi de l'ordre de $K_0 \Delta P_{\text{top}} \Delta h \approx 6$ N/m, du bon ordre de grandeur pour expliquer l'écart observé. Une partie résiduelle peut également être attribuée à la stabilisation PSPG du solveur PFEM, qui introduit un terme dépendant faiblement du niveau absolu de pression dans l'équation de continuité discrétisée [11].

Cet effet du second ordre ne remet pas en cause la conclusion principale : l'amplitude de l'augmentation reste petite devant la valeur moyenne de $|F_x|$ au palier de référence, et donc devant la résistance hydraulique dominante du système. Le mécanisme de premier ordre (pression absolue sans effet sur la fluidisation) reste valide, et l'effet de surcharge identifié constitue une correction du second ordre qui pourrait être quantifiée plus finement par une étude paramétrique dédiée (par exemple en explorant un intervalle de surcharge plus large et en comparant à un modèle analytique de type Janssen étendu aux milieux saturés).

4.4 Estimation énergétique à l'échelle d'un monopieu réel

Les sections précédentes ont caractérisé la résistance grain–pieu et sa réponse aux paramètres opérationnels sur le domaine bidimensionnel de simulation. Pour situer ces résultats vis-à-vis de l'industrie, il reste à transposer les ordres de grandeur à l'échelle d'un monopieu réel et à quantifier le gain énergétique potentiel du vibro-jetting par rapport au battage par impact. La transposition ne peut se faire directement, le domaine simulé étant deux ordres de grandeur plus petit que la zone d'influence réelle d'un monopieu. Elle s'appuie en revanche sur un invariant physique identifié au chapitre 3 : le rapport v_{inj}/v_{mf} gouverne le régime de fluidisation locale et constitue donc le bon paramètre à préserver entre la simulation et le chantier.

Régime opérationnel hérité de la simulation. La simulation polydisperse fonctionne à $v_{\text{inj}} = 0{,}30$ m/s avec une vitesse minimale de fluidisation $v_{mf}^{\text{poly}} = 0{,}060$ m/s

(éq. 4.1), soit un rapport opérationnel

$$\frac{v_{\text{inj}}}{v_{mf}} = \frac{0{,}30}{0{,}060} = 5. \tag{4.4}$$

Cette valeur correspond à un régime de fluidisation établie, plus intense que le strict seuil $v_{\text{inj}} \approx v_{mf}$ et représentative des conditions opérationnelles réelles. C'est ce rapport qui sera conservé lors du passage à l'échelle.

Données géométriques de référence. Le calcul porte sur un monopieu offshore typique des fermes éoliennes récentes en Mer du Nord [1] :

Table 4.1: Données du monopieu de référence et du sol marin.

Diamètre du pieu D_p	8 m
Section du pieu $A_p = \pi D_p^2/4$	50,3 m^2
Pénétration finale D_{pen}	30 m
Profondeur d'eau h_w	30 m
Diamètre des grains d	0,5 mm
Porosité du sable au repos ϕ_0	0,40
Masse volumique des grains ρ_s	2650 kg/m^3
Masse volumique de l'eau ρ_w	1000 kg/m^3

Débit hydraulique requis. Appliquée au diamètre réel des grains marins ($d =$ 0,5 mm), la corrélation d'Ergun (éq. 3.2) donne :

$$v_{mf}^{\text{réel}} \approx 2{,}8 \text{ mm/s}. \tag{4.5}$$

En conservant le même régime $v_{\text{inj}}/v_{mf} = 5$, la vitesse d'injection moyenne requise à la pointe du pieu vaut :

$$v_{\text{inj}}^{\text{réel}} = 5 \cdot v_{mf}^{\text{réel}} \approx 14 \text{ mm/s}, \tag{4.6}$$

ce qui correspond à un débit volumique injecté de :

$$Q = v_{\text{inj}}^{\text{réel}} \cdot A_p = 0{,}014 \cdot 50{,}3 \approx 0{,}70 \text{ m}^3/\text{s} \approx 2500 \text{ m}^3/\text{h}. \tag{4.7}$$

Cette valeur élevée résulte de l'hypothèse conservatrice d'une fluidisation sur toute la section du pieu. En pratique, le vibro-jetting est mis en œuvre par un réseau de buses localisées au voisinage de la pointe [6, 42], de sorte que le débit réellement injecté est plus faible et dépend de l'agencement des jets. Le débit obtenu ici doit donc se lire

comme une borne supérieure associée au rapport $v_{\mathrm{inj}}/v_{mf} = 5$ du régime simulé, plus intense que le régime de simple seuil ($v_{\mathrm{inj}}/v_{mf} \approx 1{-}2$) parfois préféré sur chantier.

Pression de refoulement de la pompe. La pompe est installée sur le navire de pose, à la surface. Comme la conduite d'amenée est en permanence remplie d'eau, la colonne hydrostatique entre la pompe et la pointe du pieu s'équilibre d'elle-même : la pompe ne fournit pas le poids de l'eau, mais uniquement l'excès de pression nécessaire pour maintenir l'écoulement à travers le sol fluidisé. À la profondeur de pénétration courante D, cet excès vaut le poids déjaugé du squelette granulaire situé au-dessus de la pointe :

$$\Delta P_{\mathrm{pompe}}(D) = \underbrace{(\rho_s - \rho_w)(1-\phi_0)\, g\, D}_{\text{fluidisation du sol au-dessus}} + \underbrace{\Delta P_{\mathrm{pertes}}}_{\text{pertes de charge en conduite}} . \tag{4.8}$$

Le premier terme atteint $(2650{-}1000){\cdot}0{,}6{\cdot}9{,}81{\cdot}30 \approx 291$ kPa à la pénétration maximale ; les pertes en conduite sont estimées à $\Delta P_{\mathrm{pertes}} \approx 100$ kPa pour un dimensionnement courant. La pression de refoulement maximale est ainsi de l'ordre de $\Delta P_{\mathrm{pompe}}(D_{\mathrm{pen}}) \approx 4$ bar, valeur modeste pour une pompe centrifuge industrielle.

Puissance et énergie totale. À débit imposé, la puissance hydraulique fournie à la profondeur D vaut $P_{\mathrm{hyd}}(D) = Q \cdot \Delta P_{\mathrm{pompe}}(D)$. En supposant une vitesse de pénétration $u_{\mathrm{sink}} = 10$ mm/s, représentative du vibrojetting combiné à une légère assistance vibratoire, l'énergie hydraulique totale délivrée pendant toute la phase d'enfoncement s'obtient en intégrant sur la profondeur :

$$E_{\mathrm{VJ}} = \frac{Q}{u_{\mathrm{sink}}} \left[\tfrac{1}{2}(\rho_s - \rho_w)(1-\phi_0)\, g\, D_{\mathrm{pen}}^2 + \Delta P_{\mathrm{pertes}}\, D_{\mathrm{pen}} \right]. \tag{4.9}$$

Numériquement :

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{VJ}} &= \frac{0{,}70}{0{,}010} \left[\tfrac{1}{2} \cdot 9712 \cdot 900 + 10^5 \cdot 30 \right] \\ &= 70 \cdot (4{,}37 + 3{,}00) \cdot 10^6 \approx 5{,}2 \cdot 10^8 \text{ J} \approx 0{,}52 \text{ GJ}. \end{aligned} \tag{4.10}$$

En tenant compte d'un rendement de pompe centrifuge à haute pression $\eta_{\mathrm{pompe}} \approx 0{,}70$, l'énergie électrique réellement consommée par l'installation hydraulique du navire de pose vaut :

$$E_{\mathrm{VJ}}^{\text{élec}} = \frac{E_{\mathrm{VJ}}}{\eta_{\mathrm{pompe}}} \approx 0{,}74 \text{ GJ}. \tag{4.11}$$

Comparaison avec le battage par impact. Pour un monopieu de même géométrie installé exclusivement par battage à impact, l'énergie mécanique délivrée par le marteau peut être estimée à partir de la résistance d'enfoncement du sol. À la profondeur D, cette résistance combine le frottement latéral cumulé le long du fût et la résistance en pointe :

$$R(D) = \tau_{\mathrm{f}} \cdot \pi D_p \, D + q_{\mathrm{t}} \cdot A_p, \tag{4.12}$$

avec, pour un sable marin dense, $\tau_{\mathrm{f}} \approx 50$ kPa et $q_{\mathrm{t}} \approx 5$ MPa [1]. Le travail mécanique à fournir pour vaincre cette résistance sur toute la pénétration vaut :

$$W_{\mathrm{bat}} = \int_0^{D_{\mathrm{pen}}} R(D)\,\mathrm{d}D = \tfrac{1}{2}\tau_{\mathrm{f}}\,\pi D_p \, D_{\mathrm{pen}}^2 + q_{\mathrm{t}}\, A_p \, D_{\mathrm{pen}}. \tag{4.13}$$

Numériquement :

$$W_{\mathrm{bat}} = 0{,}5 \cdot 50000 \cdot \pi \cdot 8 \cdot 900 + 5 \cdot 10^6 \cdot 50{,}3 \cdot 30 \approx 0{,}57 + 7{,}54 \approx 8{,}1 \text{ GJ}. \tag{4.14}$$

Compte tenu du rendement de transfert du marteau au pieu (typiquement $\eta_{\mathrm{marteau}} \approx 0{,}40$ [1]), l'énergie mécanique cumulée à fournir au marteau est :

$$E_{\mathrm{bat}} = \frac{W_{\mathrm{bat}}}{\eta_{\mathrm{marteau}}} \approx 20 \text{ GJ}, \tag{4.15}$$

en cohérence avec les valeurs rapportées dans la littérature pour des piliers de 7 à 10 m de diamètre [1].

Table 4.2: Comparaison énergétique pour l'installation d'un monopieu de $D_p = 8$ m sur $D_{\mathrm{pen}} = 30$ m dans un sable marin dense.

Technique	Énergie consommée	Nature
Vibro-jetting (hydraulique)	$\sim 0{,}5$ GJ	hydraulique pompée
Vibro-jetting (électrique, $\eta_{\mathrm{pompe}} = 0{,}70$)	$\sim 0{,}7$ GJ	électrique
Battage par impact (mécanique)	~ 20 GJ	mécanique de marteau
Ratio $E_{\mathrm{VJ}}^{\mathrm{élec}}/E_{\mathrm{bat}}$	$\approx 1/27$	

Synthèse de la comparaison énergétique. Le ratio obtenu, l'énergie consommée par le vibro-jetting est environ 30 fois inférieure à celle du battage par impact, quantifie le potentiel de gain énergétique de la technique. Cet écart provient d'une différence fondamentale de mécanisme : le battage mobilise par chocs successifs la totalité de la résistance frictionnelle et de pointe, dont une part majeure est dissipée en chaleur, en bruit sous-marin et en déformation plastique du pieu, tandis que le vibro-jetting se

contente d'apporter à l'écoulement la pression strictement nécessaire pour maintenir le sol localement au seuil de fluidisation, supprimant ainsi la résistance plutôt que la vaincre.

Il est important de souligner les sensibilités du calcul aux paramètres retenus. Le débit 4.7, et donc l'énergie, est directement proportionnel à la vitesse de pénétration u_{sink} : un enfoncement deux fois plus lent doublerait l'énergie hydraulique. De même, le rapport v_{inj}/v_{mf} adopté ici (valeur 5 du régime simulé) place l'installation au-dessus du strict seuil de fluidisation ; une opération réelle à $v_{\mathrm{inj}}/v_{mf} = 2$, plus économe, réduirait Q et donc E_{VJ} d'un facteur 2,5. À l'inverse, l'estimation pour le battage repose sur des valeurs τ_{f} et q_{t} moyennes-basses ; un sable dense réel ($q_{\mathrm{t}} \sim 10$ MPa) doublerait E_{bat}. Il faut enfin souligner que l'estimation côté vibro-jetting constitue une borne *favorable* : elle ne comptabilise que l'énergie hydraulique pompée et suppose la résistance du sol intégralement supprimée par la fluidisation, sans chiffrer l'assistance vibratoire qui accompagne le procédé sur chantier — et déjà implicitement supposée à travers la vitesse de pénétration $u_{\mathrm{sink}} = 10$ mm/s retenue plus haut. Ce poste mérite une estimation propre.

Coût énergétique de l'assistance vibratoire. Sur chantier, le jet est rarement employé seul : il fluidise le sol et en supprime une fraction β de la résistance, tandis qu'un vibro-marteau fournit le travail résiduel nécessaire à l'enfoncement. Ce travail vaut $(1-\beta)\,W_{\mathrm{bat}}$, où $W_{\mathrm{bat}} \approx 8{,}1$ GJ est le travail mécanique total d'enfoncement déjà établi en (4.14). En notant η_{vib} le rendement de transfert du vibrateur au pieu, supposé comparable à celui d'un marteau ($\eta_{\mathrm{vib}} \approx 0{,}45$), et pour une fluidisation efficace ($\beta \approx 0{,}90$ à $0{,}95$), l'énergie vibratoire consommée s'écrit

$$E_{\mathrm{vib}} = \frac{(1-\beta)\,W_{\mathrm{bat}}}{\eta_{\mathrm{vib}}} \approx 0{,}9 \text{ à } 1{,}8 \text{ GJ}. \tag{4.16}$$

Un raisonnement par la puissance confirme cet ordre de grandeur : rapportée à la durée d'enfoncement $t_{\mathrm{inst}} = D_{\mathrm{pen}}/u_{\mathrm{sink}} = 3000$ s (≈ 50 min), cette énergie correspond à une puissance moyenne $P_{\mathrm{vib}} = E_{\mathrm{vib}}/t_{\mathrm{inst}} \approx 0{,}3$ à $0{,}6$ MW, soit une fraction modeste de la puissance installée d'un vibro-marteau offshore adapté à un pieu de 8 m, de l'ordre de 1 à 2 MW [1].

L'assistance vibratoire n'est donc pas négligeable : elle est du même ordre que l'énergie hydraulique pompée ($E_{\mathrm{VJ}}^{\mathrm{élec}} \approx 0{,}74$ GJ), voire supérieure. En l'ajoutant, la consommation totale réelle du vibro-jetting devient

$$E_{\mathrm{VJ}}^{\mathrm{tot}} = E_{\mathrm{VJ}}^{\mathrm{élec}} + E_{\mathrm{vib}} \approx 1{,}5 \text{ à } 2{,}5 \text{ GJ}, \tag{4.17}$$

ce qui ramène le rapport au battage par impact du facteur idéal $\approx 1/27$ (jet seul) à une fourchette plus réaliste de l'ordre de 1/8 à 1/15. Le gain énergétique est du même ordre de grandeur, mais nettement inférieur à l'estimation hydraulique seule ; c'est désormais la vibration, et non le jet, qui domine le budget énergétique du procédé.

4.5 Synthèse : implications pour le dimensionnement industriel

L'analyse conduite tout au long de ce chapitre conduit à deux conclusions complémentaires. Sur le plan physique, le test à surcharge variable confirme que, dans le cadre incompressible et à débit d'injection imposé, la pression appliquée à la frontière supérieure modifie le niveau absolu de pression mais ne perturbe pas la dynamique locale autour du pieu : la résistance grain–pieu est gouvernée par le rapport v_{inj}/v_{mf} et par la perméabilité effective du lit, et non par la profondeur d'enfoncement *en soi*. Sur le plan énergétique, la mise à l'échelle quantifie le gain attendu de la technique : l'énergie hydraulique requise pour maintenir le régime fluidisé pendant toute la pénétration est inférieure d'environ un ordre et demi de grandeur (un facteur ~ 30) à l'énergie mécanique consommée par un marteau à impact équivalent (tableau 4.2). Cette comparaison ne porte toutefois que sur le jet seul ; une fois intégrée l'assistance vibratoire qui accompagne le procédé sur chantier (4.16), le gain réaliste se ramène à environ un ordre de grandeur (un facteur de l'ordre de 10), la vibration devenant alors le poste énergétique dominant.

L'implication pratique pour l'opérateur est double. D'une part, il n'est pas nécessaire d'accroître artificiellement la pression de refoulement à mesure que le pieu s'enfonce, tant que le débit volumique en pointe peut être maintenu ; la difficulté de dimensionnement se déplace de la pression vers la préservation du débit dans la conduite d'amenée. D'autre part, la marge énergétique mise en évidence par le calcul (4.10) explique l'attractivité économique et environnementale du procédé : à dépense énergétique réduite, le vibro-jetting permet d'éliminer les nuisances acoustiques associées au battage par impact, principal frein réglementaire à l'implantation des fermes éoliennes offshore en zones sensibles.

Ces conclusions reposent toutefois sur plusieurs hypothèses fortes. Le modèle suppose le fluide incompressible et néglige la dépendance des propriétés mécaniques du lit vis-à-vis de la pression de confinement ; il admet par ailleurs que les paramètres de fluidisation restent invariants entre l'échelle simulée et l'échelle réelle. En milieu marin, un empilement granulaire fortement comprimé voit sa densité augmenter et sa perméabilité diminuer, ce qui peut altérer le seuil v_{mf} ; en outre, le vibro-jetting est rarement

employé seul mais combiné à une assistance vibratoire qui modifie la dynamique locale. L'ordre de grandeur dégagé reste néanmoins robuste sur les fourchettes de paramètres usuelles et fournit une base quantitative pour le dimensionnement préliminaire d'une installation.

Chapter 5

Conclusion

Ce mémoire s'est attaché à évaluer, par la simulation numérique, dans quelle mesure le *vibro-jetting* permet de réduire la résistance opposée par un sol sableux à la pénétration d'un monopieu offshore. Le procédé, encore peu documenté dans la littérature ouverte, présente un intérêt industriel net : les marteaux hydrauliques employés aujourd'hui consomment des quantités importantes d'énergie et émettent un bruit sous-marin dont l'impact écologique impose des mesures de mitigation de plus en plus contraignantes. La question motrice du travail était donc à la fois physique – identifier les mécanismes par lesquels un jet d'eau modifie la résistance d'un milieu granulaire saturé – et industrielle – quantifier le gain énergétique attendu par rapport au battage par impact.

Le premier chapitre a posé le contexte. La transition énergétique impose un développement rapide de l'éolien offshore, dont les fondations monopieu requièrent des techniques d'installation toujours plus performantes à mesure que les diamètres croissent. L'état de l'art des méthodes existantes (battage à impact, marteaux vibrants, forage, fondations par succion) a fait apparaître le vibro-jetting comme une alternative encore mal caractérisée, sur laquelle Fugro Belgium souhaite engager une analyse numérique préliminaire. La problématique du mémoire en a découlé naturellement : modéliser, à l'aide d'un solveur couplé fluide–grains, l'écoulement généré par l'injection sous pression et en déduire les mécanismes qui gouvernent la fluidisation locale du sol autour de la pointe du pieu.

Le deuxième chapitre a présenté l'outil utilisé, MigFlow, et le cadre théorique du couplage PFEM–DEM. La phase fluide est résolue par éléments finis sur un maillage remaillé à chaque pas, ce qui autorise un suivi naturel de la surface libre. La phase granulaire est traitée par dynamique de contact non lisse, et la force fluide–grain est calculée par la corrélation de Di Felice, calibrée pour des sphères et étendue ici à des disques 2D. Les équations de Navier–Stokes moyennées en volume (VANS), discrétisées par éléments finis stabilisés (PSPG), constituent la base de l'analyse hydrodynamique

du jet et des écoulements en milieu poreux.

Le troisième chapitre s'est attaché à caractériser les régimes hydrodynamiques par lesquels un jet d'eau induit la fluidisation d'un lit granulaire. L'analyse du jet en milieu purement fluide a d'abord montré que, dans le domaine confiné retenu, l'écoulement ne dispose pas de la place géométrique nécessaire à son développement libre ($L_c \approx 6\,D_{\text{inj}} \gg h_{\text{fond}}$) ; le fluide remonte alors de part et d'autre de l'injecteur en formant deux cellules de recirculation symétriques, moteur du transport granulaire dans toutes les configurations ultérieures. Le seuil de fluidisation $v_{mf} \approx 0{,}07$ m/s, établi par la corrélation d'Ergun et corroboré par la relation de Wen & Yu, a ensuite été identifié comme paramètre de contrôle adimensionnel via le rapport v_{inj}/v_{mf}. La simulation à trois vitesses d'injection ($v_{mf}/70$, v_{mf}, $14\,v_{mf}$) a confirmé l'existence des trois régimes attendus : filtration de Darcy à faible vitesse, transition inertielle de Forchheimer, et fluidisation généralisée. Enfin, la configuration de pieu partiellement enfoncé a révélé qu'un confinement granulaire supérieur impose un gradient de pression interstitielle persistant sur toute la hauteur du domaine, et que la perte de charge correspondante atteint environ 17 fois la pression critique de fluidisation statique à $v_{\text{inj}} = 0{,}3$ m/s : un régime de fluidisation actif est donc maintenu malgré le confinement.

Le quatrième chapitre a traduit ces régimes hydrodynamiques en termes de résistance d'enfoncement et d'implications industrielles. La mesure directe des forces grain–pieu pour neuf paliers de débit croissants, en configurations monodisperse et polydisperse, a fait apparaître une évolution en trois phases bien marquées : efforts maximaux à débit nul (équivalent d'un enfoncement par battage sans assistance hydraulique), chute rapide dès l'apparition du jet et minimum atteint au voisinage de v_{mf}, divergence croissante et instabilités au-delà. Le passage à une granulométrie polydisperse abaisse v_{mf} d'environ 14 % sans altérer la phénoménologie ; l'asymétrie gauche/droite, plus marquée dans ce cas, confirme que la dispersion des tailles affecte davantage la *variabilité* des efforts que leur valeur moyenne. L'analyse de sensibilité aux conditions aux limites (sommet libre, fond ouvert, domaine élargi) a ensuite hiérarchisé le rôle de chaque frontière : le confinement supérieur des grains et la position des parois latérales agissent essentiellement comme un cadre de fermeture, sans modifier les champs au voisinage du pieu ; en revanche, la fermeture du fond du domaine s'est révélée critique. Lorsque le fluide peut s'évacuer par le bas plutôt que de remonter par les flancs du pieu, la cavité fluidisée se rétracte et la recirculation latérale disparaît, ce qui établit que les cellules de recirculation ne sont pas un simple effet aval mais participent activement à l'érosion du lit le long des parois du pieu.

L'étude de l'effet d'une surcharge en surface ($P_{\text{top}} \in \{0, 2000, 5000\}$ Pa) a par ailleurs établi l'invariance de la dynamique locale vis-à-vis du niveau absolu de pression —

résultat théoriquement attendu pour un solveur incompressible à débit imposé, mais utilement validé numériquement. Un effet secondaire reproductible a été identifié sur la composante horizontale des forces et interprété comme une poussée latérale de type Janssen transmise par le squelette granulaire. La mise à l'échelle énergétique réalisée à partir de cette configuration livre enfin, pour un monopieu réel de $D_p = 8$ m enfoncé sur 30 m dans un sable marin dense, une énergie hydraulique totale de l'ordre de 0,7 GJ, à comparer aux $\sim$ 20 GJ requis par un battage par impact équivalent : un facteur d'économie d'environ 1/27 pour le seul poste hydraulique. La prise en compte de l'assistance vibratoire qui accompagne le procédé sur chantier, estimée du même ordre que l'énergie pompée, porte la consommation réelle à $\sim$ 1,5–2,5 GJ et ramène le gain à environ un ordre de grandeur ; ce gain reste substantiel, mais c'est alors la vibration, et non le jet, qui domine le budget énergétique du procédé.

Le tableau 5.1 récapitule les configurations simulées et les enseignements principaux qui en ont été tirés.

Table 5.1: Récapitulatif des configurations simulées et résultats principaux.

Configuration	Paramètre clé	Résultat principal
Jet sans grains	$L_c/h_{\text{fond}} \approx 3$	Cellules de recirculation symétriques, moteur du transport granulaire
Lit à surface libre	$v_{mf} \approx 0{,}07$ m/s	Trois régimes Darcy / Forchheimer / fluidisé, accord avec Ergun
Pieu partiellement enfoncé	$\Delta p/\Delta p_{\text{crit}} \approx 17$	Surpression interstitielle persistante imposée par le confinement
Paliers de débit (mono & poly)	$F_{\min}$ autour de v_{mf}	Existence d'un débit optimum; au-delà, instabilités croissantes
Sensibilité CL	3 variantes	Fluidisation locale intrinsèque; évacuation fluide dépendante des CL lointaines
Surcharge P_{top}	$\{0, 2, 5\}$ kPa	Invariance théorique vérifiée
Mise à l'échelle énergétique	$D_p = 8$ m, $D_{\text{pen}} = 30$ m	$\approx$ 1/27 (jet seul), $\sim$ 1/10 avec assistance vibratoire

Ces résultats doivent toutefois être appréciés à l'aune des hypothèses qui ont permis

de les obtenir. La première limitation est la dimensionnalité : l'ensemble du travail a été conduit en deux dimensions, alors que la géométrie réelle d'un monopieu offshore est axisymétrique. Le passage à la 3D modifierait à la fois la cinématique du jet (divergence radiale en $1/r$ au lieu d'un étalement plan), la résistance hydraulique du lit (chemins de percolation tridimensionnels) et la structure du squelette granulaire (chaînes de force réparties dans toutes les directions). Une seconde limitation tient à l'hypothèse quasi-statique : le pieu a été supposé immobile alors qu'en pratique il s'enfonce continûment, ce qui modifie en continu la géométrie du problème et couple la dynamique du fluide à celle du squelette mécanique. Une troisième limitation provient de la corrélation de Di Felice, calibrée expérimentalement sur des sphères 3D et appliquée ici à des disques 2D : l'incertitude sur v_{mf} qui en résulte est probablement de l'ordre de quelques dizaines de pourcents, et n'affecte pas l'ordre de grandeur des conclusions énergétiques mais mériterait une calibration spécifique pour des applications plus quantitatives. Enfin, le solveur PFEM est ici utilisé en régime laminaire alors que le nombre de Reynolds du jet réel atteint $Re \sim 10^5$, en régime pleinement turbulent : les fluctuations turbulentes ne sont pas représentées, et l'effet du jet sur le lit est probablement sous-estimé dans son intensité locale tout en restant correct dans sa structure moyenne.

Plusieurs prolongements naturels se dessinent à partir de ces limites. La généralisation en trois dimensions, à condition que le coût numérique reste maîtrisé, permettrait de valider quantitativement les ordres de grandeur du calcul énergétique en s'affranchissant de l'effet géométrique 2D. La prise en compte de la dynamique propre du pieu, par ajout d'un solide rigide à degrés de liberté, couplerait directement la vitesse d'enfoncement à la résistance hydraulique et permettrait de prédire la cadence d'installation pour un débit donné. Une distribution granulométrique calibrée sur des données de terrain (par exemple log-normale, caractérisée par d_{50} et C_u) remplacerait avantageusement la distribution uniforme utilisée ici, et fournirait des prédictions directement utilisables par Fugro pour les sols qu'elle caractérise. Le couplage du jet à une assistance vibratoire (vibro-marteau), aujourd'hui pratiqué sur les chantiers offshore, constitue par ailleurs une extension industrielle directe : les vibrations modifient la rhéologie locale du squelette granulaire et peuvent abaisser le seuil de fluidisation, ce qui réduirait encore le débit nécessaire. Enfin, la modélisation de la phase de relaxation post-injection – consolidation du sol après arrêt du jet, recouvrement des propriétés mécaniques initiales – répondrait à une question explicite de Fugro : dans quelle mesure le sol fluidisé retrouve-t-il ses caractéristiques d'origine après installation, et la fondation conserve-t-elle toute sa capacité portante à long terme ?

Au-delà des prolongements numériques, ces résultats apportent un éclairage qualitatif robuste sur la physique du procédé. La fluidisation utile au vibro-jetting n'est pas

seulement la mise au seuil $v_{\text{inj}} = v_{mf}$: elle nécessite un transport *actif* des grains hors de la zone d'injection, ce qui suppose une marge significative au-dessus du seuil ($v_{\text{inj}}/v_{mf} \approx 5$ dans la simulation, conforme aux pratiques industrielles à 5–10 v_{mf}). Cette marge se paye en débit mais reste modeste en énergie comparée au battage par impact, dont la quasi-totalité du travail mécanique est dissipée sans contribuer à l'enfoncement effectif. La leçon centrale du travail tient en une phrase : dans la gamme de paramètres explorée, le vibro-jetting apparaît comme une technique physiquement fondée, énergétiquement compétitive d'environ un ordre de grandeur par rapport au battage une fois l'assistance vibratoire prise en compte (un ordre et demi pour le seul poste hydraulique), et dont l'efficacité dépend principalement d'un seul paramètre adimensionnel de pilotage, le rapport v_{inj}/v_{mf}. La transposition à l'échelle d'un chantier réel relève désormais autant de la validation expérimentale et de l'instrumentation du procédé que d'un raffinement supplémentaire du modèle numérique.

Bibliography

[1] Bhattacharya S. *Design of Foundations for Offshore Wind Turbines*. Wiley, Chichester, 2019. https://doi.org/10.1002/9781119128137

[2] Achmus M., Kuo Y.-S. et Abdel-Rahman K. *Behavior of monopile foundations under cyclic lateral load*. Computers and Geotechnics, vol. 36, n° 5, p. 725–735, 2009. https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2008.12.003

[3] LeBlanc C., Houlsby G.T. et Byrne B.W. *Response of stiff piles in sand to long-term cyclic lateral loading*. Géotechnique, vol. 60, n° 2, p. 79–90, 2010. https://doi.org/10.1680/geot.7.00196

[4] Bailey H., Senior B., Simmons D., Rusin J., Picken G. et Thompson P.M. *Assessing underwater noise levels during pile-driving at an offshore windfarm and its potential effects on marine mammals*. Marine Pollution Bulletin, vol. 60, n° 6, p. 888–897, 2010. https://doi.org/10.1016/j.marpolbul.2010.01.003

[5] Tsouvalas A. *Underwater noise emission due to offshore pile installation: a review*. Energies, vol. 13, n° 12, 3037, 2020. https://doi.org/10.3390/en13123037

[6] Tsinker G.P. *Pile jetting*. Journal of Geotechnical Engineering, vol. 114, n° 3, p. 326–334, 1988. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1988)114:3(326)

[7] de Brum Passini L. et Schnaid F. *Experimental investigation of pile installation by vertical jet fluidization in sand*. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, vol. 137, n° 4, 042002, 2015. https://doi.org/10.1115/1.4030707

[8] Ergun S. *Fluid flow through packed columns*. Chemical Engineering Progress, vol. 48, n° 2, p. 89–94, 1952.

[9] Henry M., Coppin N., Dorbolo S., Legat V. et Lambrechts J. *Multiscale FEM-DEM model for spontaneous droplet digging in a hot granular bed*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 241, 126755, 2025. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2025.126755

[10] Constant M., Dubois F., Lambrechts J. et Legat V. *Implementation of an unresolved stabilised FEM–DEM model to solve immersed granular flows*. Computational Particle Mechanics, 2018. https://doi.org/10.1007/s40571-018-0209-4

[11] Leyssens T., Henry M., Lambrechts J., Legat V. et Remacle J.-F. *A coupled PFEM-DEM model for fluid-granular flows with free surface dynamics applied to landslides*. Journal of Computational Physics, vol. 537, 114082, 2025. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2025.114082

[12] Fugro. *Monopile jetting : exploratory analysis of seepage v.s. fluidization using MigFlow coupled DEM/FEM software*. Note technique interne, Fugro Belgium SRL, 2024.

[13] Constant M., Coppin N., Dubois F., Vidal V., Legat V. et Lambrechts J. *Simulation of air invasion in immersed granular beds with an unresolved FEM-DEM model*. Computational Particle Mechanics, 2020. https://doi.org/10.1007/s40571-020-00351-4

[14] Leyssens T., Henry M., Lambrechts J. et Remacle J.-F. *A Delaunay refinement algorithm for the Particle Finite Element Method applied to free surface flows*. arXiv:2403.18416, 2024. https://arxiv.org/abs/2403.18416

[15] Coppin N., Constant M., Lambrechts J., Dubois F. et Legat V. *Numerical analysis of the drag on a rigid body in an immersed granular flow*. Computational Particle Mechanics, vol. 9, n° 3, p. 393–406, 2022. https://doi.org/10.1007/s40571-021-00418-w

[16] Idelsohn S.R., Oñate E. et Del Pin F. *The particle finite element method: a powerful tool to solve incompressible flows with free-surfaces and breaking waves*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 61, n° 7, p. 964–989, 2004. https://doi.org/10.1002/nme.1096

[17] Oñate E., Idelsohn S.R., Del Pin F. et Aubry R. *The particle finite element method. An overview*. International Journal of Computational Methods, vol. 1, n° 2, p. 267–307, 2004. https://doi.org/10.1142/S0219876204000204

[18] Schneidesch G. et Wilmet S. *Étude de l'enfoncement d'un pieu dans le sol marin par simulation numérique*. Mémoire de master, École polytechnique de Louvain, UCLouvain, 2022.

[19] Legat V. et Remacle J.-F. *Delaunay Triangulations*. Notes du cours Numerical Geometry (LMECA2170), UCLouvain, 2020.

[20] Cundall P.A. et Strack O.D.L. *A discrete numerical model for granular assemblies.* Géotechnique, vol. 29, n° 1, p. 47–65, 1979. https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47

[21] Tsuji Y., Kawaguchi T. et Tanaka T. *Discrete particle simulation of two-dimensional fluidized bed.* Powder Technology, vol. 77, n° 1, p. 79–87, 1993. https://doi.org/10.1016/0032-5910(93)85010-7

[22] Di Renzo A. et Di Maio F.P. *Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes.* Chemical Engineering Science, vol. 59, n° 3, p. 525–541, 2004. https://doi.org/10.1016/j.ces.2003.09.037

[23] Anderson T.B. et Jackson R. *Fluid mechanical description of fluidized beds. Equations of motion.* Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals, vol. 6, n° 4, p. 527–539, 1967. https://doi.org/10.1021/i160024a007

[24] Di Felice R. *The voidage function for fluid-particle interaction systems.* International Journal of Multiphase Flow, vol. 20, n° 1, p. 153–159, 1994. https://doi.org/10.1016/0301-9322(94)90011-6

[25] Rajaratnam N. *Turbulent Jets.* Elsevier, Amsterdam, 1976.

[26] Wen C.Y. et Yu Y.H. *Mechanics of fluidization.* Chemical Engineering Progress Symposium Series, vol. 62, p. 100–111, 1966.

[27] Niven R.K. *Physical insight into the Ergun and Wen & Yu equations for fluid flow in packed and fluidised beds.* Chemical Engineering Science, vol. 57, n° 3, p. 527–534, 2002. https://doi.org/10.1016/S0009-2509(01)00371-2

[28] Darcy H. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon.* Victor Dalmont, Paris, 1856.

[29] Forchheimer P. *Wasserbewegung durch Boden.* Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, vol. 45, p. 1781–1788, 1901.

[30] Bear J. *Dynamics of Fluids in Porous Media.* American Elsevier, New York, 1972.

[31] Nield D.A. et Bejan A. *Convection in Porous Media*, 3e éd. Springer, New York, 2006.

[32] Kunii D. et Levenspiel O. *Fluidization Engineering*, 2e éd. Butterworth-Heinemann, Boston, 1991.

[33] Jackson R. *The Dynamics of Fluidized Particles.* Cambridge University Press, Cambridge, 2000.

[34] Guazzelli É. et Pouliquen O. *Rheology of dense granular suspensions*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 852, P1, 2018. https://doi.org/10.1017/jfm.2018.548

[35] Guazzelli É. et Morris J.F. *A Physical Introduction to Suspension Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, 2012. https://doi.org/10.1017/CBO9780511894671

[36] Zoueshtiagh F. et Merlen A. *Effect of a vertically flowing water jet underneath a granular bed*. Physical Review E, vol. 75, n° 5, 056313, 2007. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.75.056313

[37] Philippe P. et Badiane M. *Localized fluidization in a granular medium*. Physical Review E, vol. 87, n° 4, 042206, 2013. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.87.042206

[38] Alsaydalani M.O.A. et Clayton C.R.I. *Internal fluidization in granular soils*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, vol. 140, n° 3, 04013024, 2014. https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001039

[39] Aderibigbe O.O. et Rajaratnam N. *Erosion of loose beds by submerged circular impinging vertical turbulent jets*. Journal of Hydraulic Research, vol. 34, n° 1, p. 19–33, 1996. https://doi.org/10.1080/00221689609498762

[40] Roulund A., Sumer B.M., Fredsøe J. et Michelsen J. *Numerical and experimental investigation of flow and scour around a circular pile*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 534, p. 351–401, 2005. https://doi.org/10.1017/S0022112005004507

[41] Sumer B.M. et Fredsøe J. *The Mechanics of Scour in the Marine Environment*. Advanced Series on Ocean Engineering, vol. 17, World Scientific, Singapour, 2002. https://doi.org/10.1142/4942

[42] de Brum Passini L., Schnaid F., Rocha M.M. et Möller S.V. *Mechanism of model pile installation by water jet fluidization in sand*. Ocean Engineering, vol. 170, p. 160–170, 2018. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2018.10.017

[43] Mévisse G. *Modeling of fragments relocation during depressurization of a nuclear fuel rod*. Mémoire de master, École polytechnique de Louvain, UCLouvain, 2024.

[44] Taboada A., Chang K.-J., Radjai F. et Bouchette F. *Rheology, force transmission, and shear instabilities in frictional granular media from biaxial numerical tests using the contact dynamics method*. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, vol. 110, n° B9, B09202, 2005. https://doi.org/10.1029/2003JB002955

[45] Voivret C., Radjaï F., Delenne J.-Y. et El Youssoufi M.S. *Space-filling properties of polydisperse granular media*. Physical Review E, vol. 76, n° 2, 021301, 2007. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.76.021301

Appendix A

Code de simulation : `pile.py`

Ce chapitre présente et explique en détail le script Python `pile.py`, qui constitue le programme principal de simulation vibrojetting utilisé dans ce mémoire. Le script couple un solveur fluide par éléments finis (FEM) et un solveur granulaire par éléments discrets (DEM) via la bibliothèque MigFlow.

Contexte : la bibliothèque MigFlow

MigFlow est une bibliothèque Python de simulation numérique développée à l'UCLouvain. Elle fournit deux composants principaux :

- `fluid.FluidProblem` : résout les équations de Navier-Stokes dans un milieu potentiellement occupé par des grains, via une formulation éléments finis stabilisée.
- `scontact.ParticleProblem` : gère la dynamique des grains (positions, vitesses, contacts) par la méthode des éléments discrets.

Les deux solveurs sont couplés : le fluide communique les forces qu'il exerce sur chaque grain, et les grains communiquent leur position et vitesse au fluide pour modifier la porosité locale.

Vue d'ensemble du script

`pile.py` effectue les étapes suivantes dans l'ordre :

1. Créer et vider le répertoire de sortie.
2. Générer le maillage 2D du domaine avec `gmsh`.

3. Initialiser le problème fluide et lui imposer ses conditions aux limites.
4. Initialiser le problème granulaire, charger les grains et les placer dans le domaine.
5. Lancer la boucle temporelle qui avance la simulation pas à pas.

Étape 1 : Répertoire de sortie

```
import os, shutil
import numpy as np
import gmsh
from migflow import fluid, scontact, time_integration

outputdir = "output-test"
shutil.rmtree(outputdir, ignore_errors=True)
if not os.path.isdir(outputdir):
    os.makedirs(outputdir)
```

Le script commence par importer les bibliothèques nécessaires. La variable `outputdir` désigne le dossier de résultats. `shutil.rmtree` le supprime s'il existe déjà, puis `os.makedirs` le recrée pour garantir un départ propre.

Étape 2 : Génération du maillage (`gen_mesh`)

```
def gen_mesh(width, height, mesh_size, origin=np.array([0,0]),
             offset=0, w2=0, h2=0):
    origin = np.asarray(origin)
    gmsh.model.add("box")
    r1 = gmsh.model.occ.add_rectangle(origin[0], origin[1], 0,
       width, height)
    r2 = gmsh.model.occ.add_rectangle(
             origin[0]+width/2-w2/2, origin[1]+offset, 0, w2, h2)
    gmsh.model.occ.cut([(2, r1)], [(2, r2)])
    gmsh.model.occ.synchronize()
```

`r1` est le grand rectangle du domaine ; `r2` est la cavité de l'injecteur. L'opération booléenne `cut` retranche `r2` de `r1` pour créer la géométrie finale.

```
    def get_line(x0, x1, eps=1e-6):
        r = gmsh.model.get_entities_in_bounding_box(
                x0[0]-eps, x0[1]-eps, -eps,
                x1[0]+eps, x1[1]+eps,  eps, 1)
        return list(tag for dim, tag in r)
```

```
6
7       h, w = height, width
8       gmsh.model.add_physical_group(1, get_line(origin+[0,0], origin
            +[w,0]),  name="Bottom")
9       gmsh.model.add_physical_group(1, get_line(origin+[0,h], origin
            +[w,h]),  name="Top")
10      gmsh.model.add_physical_group(1, get_line(origin+[0,0], origin
            +[0,h]),  name="Left")
11      gmsh.model.add_physical_group(1, get_line(origin+[w,0], origin
            +[w,h]),  name="Right")
12      gmsh.model.add_physical_group(1, get_line(origin+[w/2+w2/2,
            offset],
13                                                origin+[w/2+w2/2,
                                                      offset+h2]), name
                                                      ="Right2")
14      gmsh.model.add_physical_group(1, get_line(origin+[w/2-w2/2,
            offset],
15                                                origin+[w/2-w2/2,
                                                      offset+h2]), name
                                                      ="Left2")
16      gmsh.model.add_physical_group(1, get_line(origin+[w/2-w2/2,
            offset],
17                                                origin+[w/2+w2/2,
                                                      offset]),    name
                                                      ="Injector")
18      gmsh.model.add_physical_group(2, [1], name="domain")
19      gmsh.model.mesh.set_size_callback(lambda dim, tag, x, y, z, lc
            : mesh_size)
20      gmsh.model.mesh.generate(2)
```

`get_line` identifie les arêtes par position géométrique via une bounding box. Les `add_physical_group` associent un nom à chaque frontière : ces noms sont utilisés pour imposer les conditions aux limites.

Nom	Position
`Bottom`	Plancher du domaine
`Top`	Surface libre
`Left`	Paroi gauche
`Right`	Paroi droite
`Left2`	Paroi gauche du pieu
`Right2`	Paroi droite du pieu
`Injector`	Orifice du jet

```
w2 = 0.104; w1 = 0.5; h1 = 0.7; h2 = 0.5
offset = h1 - h2
rp = 1.5e-3 * 3         # rayon des grains [m]
mesh_size = 3 * rp      # taille de maille = 3 rayons
gen_mesh(w1, h1, mesh_size, [0,0], offset, w2, h2)
```

La taille de maille égale à trois fois le rayon assure que chaque grain est représenté par plusieurs éléments fluides, condition requise par le modèle non-résolu FEM-DEM.

Étape 3 : Problème fluide (FEM)

```
g   = np.array([0, -9.81])
mu  = 1e-3
rho = 1000
f = fluid.FluidProblem(2, g, mu, rho)
f.load_msh(None)
```

`FluidProblem(2, g, mu, rho)` crée un problème fluide 2D avec les paramètres physiques de l'eau. `load_msh(None)` charge le maillage actuellement en mémoire dans la session `gmsh`.

Étape 4 : Conditions aux limites du fluide

```
f.set_open_boundary("Top",      pressure=0.0)
f.set_open_boundary("Injector", velocity=[0.0, -1.0])
f.set_wall_boundary("Left");  f.set_wall_boundary("Right")
f.set_wall_boundary("Bottom")
f.set_wall_boundary("Right2"); f.set_wall_boundary("Left2")
```

Deux types de conditions : *surface libre* (`set_open_boundary`), où la pression est imposée et le fluide peut entrer ou sortir librement, et *non-glissement* (`set_wall_boundary`), où la vitesse est nulle à la paroi. Sur `Injector`, une vitesse verticale de -1 m/s vers le bas simule le jet de vibrojetting.

Étape 5 : Problème granulaire (DEM)

```
rhop = 2650
p = scontact.ParticleProblem(2)
p.set_friction_coefficient(0.4)          # grain-grain
p.set_friction_coefficient(0.3, "wall") # grain-paroi
```

```
bnd = p.add_body([0,0], 0, 0)
p.add_segment_to_body([0,0],       [w1,0],  bnd, "Bottom",   "wall
    ")
p.add_segment_to_body([w1,0],      [w1,h1], bnd, "Right",    "wall
    ")
p.add_segment_to_body([0,h1],      [0,0],   bnd, "Left",     "wall
    ")
p.add_segment_to_body([w1/2-w2/2, offset],
                      [w1/2+w2/2, offset],  bnd, "Injector", "wall
                         ")
p.add_segment_to_body([w1/2-w2/2, offset],
                      [w1/2-w2/2, offset+h2], bnd, "Left2",  "wall
                         ")
p.add_segment_to_body([w1/2+w2/2, offset],
                      [w1/2+w2/2, offset+h2], bnd, "Right2", "wall
                         ")
```

Les parois sont représentées comme un corps rigide (`add_body`) auquel on ajoute des segments (`add_segment_to_body`). Ces segments définissent les surfaces de contact pour le solveur DEM.

Étape 6 : Chargement et placement des particules

```
r  = np.loadtxt("radius.txt")
xp = np.loadtxt("position.txt")

for xp_i, rp_i in zip(xp, r):
    in_injector = (    xp_i[0] > w1/2 - w2/2 - rp_i
                   and xp_i[0] < w1/2 + w2/2 + rp_i
                   and xp_i[1] > offset - rp_i)
    if in_injector:
        continue
    ri   = 0.99 * rp_i
    mass = np.pi * ri**2 * rhop
    p.add_particle(xp_i, ri, mass)

omega = np.zeros(p.velocity().shape[0])
f.set_particles(p.delassus(), p.volume(), p.position(),
                p.velocity(), omega, p.contact_forces())
```

Les positions et rayons ont été générés par une simulation de dépôt gravitaire séparée. Les grains situés dans la cavité de l'injecteur sont ignorés pour éviter les interpénétrations initiales. Le facteur 0.99 introduit un léger jeu entre grains adjacents.

`f.set_particles` transmet au solveur fluide toutes les informations nécessaires sur les grains (opérateur de Delassus, volumes, positions, vitesses, contacts).

Étape 7 : Paramètres temporels et état initial

```
t = 0; i = 0
dt   = 1e-3   # pas de temps [s]
tEnd = 10     # duree totale [s]
outf = 10     # ecriture tous les outf pas
f.write_mig(outputdir, t)
p.write_mig(outputdir, t)
```

Le pas de temps $\Delta t = 10^{-3}$ s assure la stabilité numérique. `outf = 10` correspond à un snapshot toutes les 0,01 s simulées. Les deux `write_mig` enregistrent l'état initial à $t = 0$.

Étape 8 : Boucle temporelle

```
while t < tEnd:
    outside = (  (p.body_position()[:,1] > h1)
               | (p.body_position()[:,0] < 0)
               | (p.body_position()[:,0] > w1))
    p.remove_bodies_flag(~outside)

    f.set_particles(p.delassus(), p.volume(), p.position(),
                    p.velocity(), omega, p.contact_forces())
    f.implicit_euler(dt)

    fext   = f.compute_node_force(dt)
    weight = np.pi * p.r()**2 * rhop * g
    tol    = 1e-2 * rp
    time_integration._advance_particles(p, fext + weight, dt, 1,
        tol)

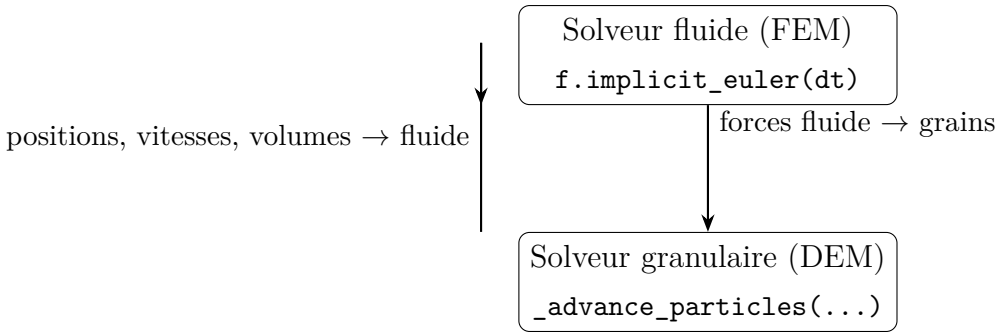
    t += dt; i += 1
    if i % outf == 0:
        f.write_mig(outputdir, t)
        p.write_mig(outputdir, t)
```

À chaque pas, les grains sortis du domaine sont supprimés, les informations granulaires sont transmises au fluide, puis les deux solveurs avancent séquentiellement : le

solveur fluide résout un pas d'Euler implicite, calcule les forces exercées sur les grains, et le solveur granulaire intègre le mouvement des particules en tenant compte des contacts.

Résumé du couplage FEM-DEM

À chaque pas de temps, le schéma de couplage séquentiel est le suivant :



Appendix B

Génération d'un empilement polydisperse

Cette annexe décrit qualitativement la procédure employée pour générer la configuration initiale de grains polydisperses utilisée dans la section 4.1. Elle repose sur l'algorithme de génération d'empilements granulaires dit *potential-based*, étudié notamment par Taboada *et al.* [44] et Voivret *et al.* [45], ce dernier l'appliquant aux milieux polydisperses. Mévisse [43] a repris cette méthode et l'a adaptée à une distribution spatiale de tailles contrôlée dans le cadre de simulations FEM-DEM avec MigFlow ; nous en reproduisons ici les illustrations.

Principe de l'algorithme

La génération d'un empilement granulaire dense est un problème géométrique : il s'agit de placer N grains circulaires dans un domaine rectangulaire sans interpénétration, en atteignant une fraction solide ϕ aussi élevée que possible. L'algorithme retenu est une méthode dite *potential-based* : les grains sont insérés un à un, chacun étant placé au point le plus bas possible dans le domaine compte tenu des grains déjà présents. Ce point est déterminé en minimisant la hauteur d'insertion sous contrainte de non-interpénétration.

La particularité de l'approche est la gestion de la *distribution spatiale* des rayons. Plutôt que d'assigner un rayon à chaque grain indépendamment de sa position, le rayon théorique d'un grain est une fonction de sa hauteur estimée d'insertion. Ainsi, le rayon est déterminé *avant* la résolution du problème de placement, à partir d'une estimation géométrique de la hauteur locale de l'empilement. Un tirage aléatoire autour de ce rayon théorique introduit une polydispersité locale, définie comme le rapport entre le rayon maximal et minimal admissibles à cette hauteur.

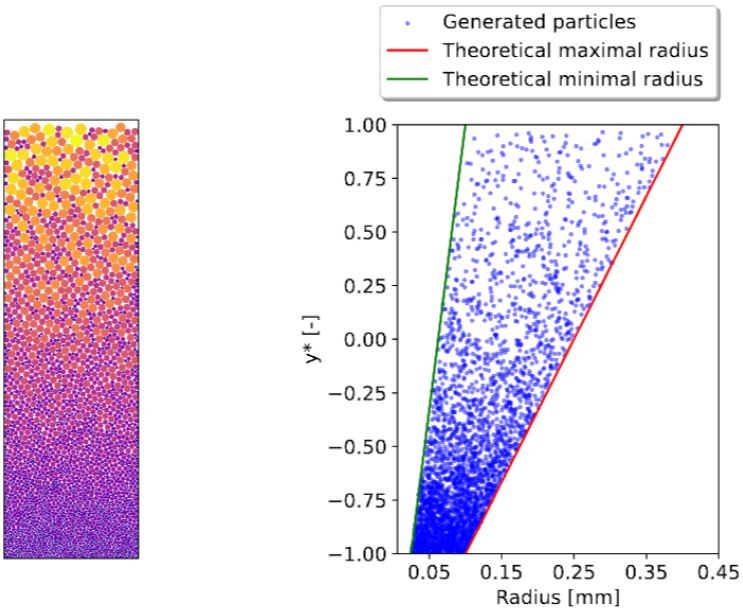


Figure B.1: Exemple d'empilement polydisperse généré par l'algorithme *potential-based* avec une loi linéaire des rayons et une polydispersité locale constante (tiré de Mévisse [43], figure 2.9). À gauche : l'empilement coloré par taille de grain (violet = petit, jaune = grand). À droite : distribution des rayons en fonction de la hauteur adimensionnelle y^*, montrant que chaque grain respecte l'enveloppe théorique fixée.

Stabilisation par dynamique de contact

Une fois les grains placés géométriquement, l'empilement peut présenter des instabilités locales : certains grains ne sont pas en équilibre mécanique. Une courte simulation par dynamique de contact (DEM) sans fluide est effectuée pour laisser les grains se réarranger sous l'effet de la gravité jusqu'à ce que l'empilement atteigne un état stationnaire stable. Cette étape augmente légèrement la compacité réelle $\phi_{\text{réel}}$ et produit un état initial cohérent d'un point de vue mécanique.

Application à notre simulation

Dans notre cas, les grains sont générés avec une distribution uniforme de rayons entre $r_{\min} = 2{,}25$ mm et $r_{\max} = 4{,}5$ mm, correspondant à une polydispersité $\lambda = r_{\max}/r_{\min} = 2$. Cette distribution homogène dans l'espace (sans gradient de taille) est plus simple que les dépôts de Mévisse, mais repose sur le même principe algorithmique. Le nombre de grains dans le domaine est sensiblement plus élevé que dans la configuration monodisperse,

grâce au remplissage des interstices par les petits grains.